青年学习辅导丛书

高中代数第二册

一课一练

（下册）

（供高二第二学期程度用）

梅向明　主编

電子工業出版社

青年学习辅导丛书

高中代数第二册

一 课 一 练

（下册）

（供高二第二学期程度用）

梅向明 主编

电子工业出版社

高中代数第二册一课一练（下册）

（供高二第二学期程度用）

梅向明　主编

●

电子工业出版社出版（北京海淀区万寿路）
电子工业出版社发行　各地新华书店经销
北京华新印刷厂印刷

●

开本：787×1092毫米1/32　印张：7.125　字数：160千字
1988年11月第一版　1988年11月第一次印刷
印数：1—17500册　定价：1.80元
ISBN7—5053—0327—9/Z·69

出 版 说 明

当前我部广大青年的文化技术素质远不能满足电子工业迅速发展的需要，对他们进一步加强文化技术培训是当务之急。为配合这一工作，同时也为满足广大青年自学的要求，现据读者的反应和需要，本着少、精、活的原则，我们特编写了一套《青年学习辅导丛书》一课一练，旨在帮助读者在较短的时间内能高效地掌握基础知识和基本技能，得到应有的基本功训练。

本书的每次内容均包括学习要点、课堂练习、课外作业三部分。学习要点向读者指明了本课题的重点、难点、内容间的前后联系，以及解决难点的关键；练习和作业中编选了适量阶梯细密、突出双基、前后呼应、培养能力的习题。在每个单元和每章之后，又配备了适量的复习题和自我检查题，期望能对提高学习质量和检测自学效果起到良好的作用。

本书由中国数学学会普及委员会主任、北京师范学院副院长梅向明教授主编。参加本书编写的有王建民、任光辉、姚印发、陆乘、周沛耕、李鸿元、朱传渝、戴志民、邴福林、李冰、郑学遐等数学教师。

诚恳欢迎广大读者对本书提出宝贵意见和建议。

编 者

月　日　第五章　第1次

课题：数列的基本概念（一）

学习要点

1．一个数“0”是不是数列？

2．怎样理解“数列可以看作一个定义域为自然数集N（或它的有限子集{1，2，…，n}）的函数，当自变量由小到大依次取值时对应的一列函数值”这段话？能不能说“数列就是函数”？能不能说“数列就是数的集合”？

3．任何数列总有第1项吗？一个数列，若有第n项，就一定有第$n-1$项吗？

4．数列的常见表示方法有几种？各举一个简单的例子。

5．数列通常分几种？分类的标准是什么？各举一个简单例子。

课堂练习

1．数列$\{a_n\}$中，$a_n=(-2)^{n-1}$，写出它的前10项.

2．数列“1，2，3”与数列“3，2，1”相同吗？为什么？

3．数列$\{a_n\}$中，$a_n=\dfrac{1}{n}$. 数列$\{b_n\}$中，$b_n=\dfrac{(-1)^n}{a_n}$，试写出$\{b_n\}$的前10项，根据写出的部分数列，你能猜出$\{b_n\}$的通项公式吗？

4．数列$\left\{\sin^2\frac{n\pi}{2}\right\}$，列出该数列的前12项．这个数列的前12项与$\left\{\frac{1+(-1)^{n-1}}{2}\right\}$的前12项相同吗？这两个数列的所有项对应相等吗？

5．用两个-1，一个0，一个2可写成几个具有四项的数列？把它们列出来．

课外作业

1．无穷数列$\{n(n+1)\}$中，156是第几项？第50项是几？

2. 数列$\{a_n\}$中，$a_n=\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n}$.

(1) 求a_{100}.　　(2) 求$a_1+a_2+\cdots+a_{100}$.

3. 数列$\{b_n\}$中，$b_n=(-1)^n\cdot\frac{n}{n+1}$.

(1) 求b_{100}.　　(2) 求$b_1\cdot b_2\cdot\cdots\cdot b_{100}$.

4. 数列$\{a_n\}$中，$a_n=n\cdot\left[\frac{1+(-1)^{n-1}}{2}\right]$，数列$\{b_n\}$中，$b_n=2n-1$，求

$$\sqrt{b_1+b_2+\cdots+b_{10}}-\sqrt{a_1+a_2+\cdots+a_{10}}.$$

月　日　第五章　第2次

课题：数列的基本概念（二）

学习要点

1．数列的通项公式的用途是什么？

2．一个给定的数列，它的通项公式是唯一的吗？任何数列都可以很方便地找出通项公式吗？

3．数列$\{a_n\}$中，$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，恒等式$a_n=S_n-S_{n-1}$成立的条件是什么？

4．根据列出的数列的前面的有限项，用观察法找出数列的一个通项公式的过程是不完全归纳法．用不完全归纳法寻找数列的一个通项公式时应注意些什么问题？

课堂练习

1．数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$ $a_{n+1}=a_n-\dfrac{1}{a_n}$，写出前6项．

2．数列$\{a_n\}$中，$a_n=2n^2+n-3$，证明它是递增数列，并求出最小的n，使$a_n>100$．

3．数列$\{b_n\}$中，

$$b_n=\begin{cases}-n^2+n+2, & n\leqslant 5,\\ n^2-n-2, & n\geqslant 6.\end{cases}$$

（1）求数列$\{b_{2n-1}\}$的前6项和．

（2）求数列$\{|b_n|\}$中最小的项．

4．数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n=n^2-n+1$，求通项公式.

5．写出数列$\lg\frac{1}{2}$，$\lg\frac{3}{2}$，$\lg\frac{3}{4}$，$\lg\frac{5}{4}$，$\lg\frac{5}{6}$，$\lg\frac{7}{6}$，$\lg\frac{7}{8}$，…的一个通项公式.

课外作业

1．数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_2=0$，$a_{n+2}=a_{n+1}+2a_n$，写出前5项.

2．数列第n项是项数平方的相反数，求第10项.

3．数列$\{a_n\}$中，

$$a_n=\begin{cases}1, & (n=1),\\ \lg\left(\dfrac{n+1}{n-1}\right), & (n\geqslant 2),\end{cases}$$

求$a_1+a_2+\cdots+a_{100}$.

4．求出数列1，$\frac{1}{1\times3}$，$-\frac{1}{3\times5}$，$\frac{1}{5\times7}$，$-\frac{1}{7\times9}$，…的一个通项公式，并依据通项公式求该数列的绝对值不超过0.001的第一个负数项.

5．求出数列1，2，1，2，1，2，…的一个通项公式，你还能再求出另一种通项公式吗？

6．数列$\{a_n\}$中，$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n=\sin n\theta$，求通项公式.

月　日　第五章　第3次

课题：最简单的递推关系

学习要点

1．数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_n=1+\dfrac{1}{a_{n-1}}$（$n\in N$）是由递推关系给出的，如果去掉“第1项是1”的条件，这个数列给定了吗？如果把“第1项是1”的条件改为“第5项是8/5”，那么，这个数列给定了吗？

2．上例中，保留“第1项是1”的条件，把递推关系改为“$a_{n+2}=1+\dfrac{1}{a_n}$”，那么，这个数列给定了吗？

3．用递推关系给定数列的方法有什么优点？有什么缺点？

4．用通项公式给定的数列，能改为用递推关系的方式给定吗？举个例子，大家讨论一下，由通项公式改为递推关系时，递推关系式唯一吗？

5．用递推关系给定的数列，是否能很容易地改成由通项公式的方式给定的数列？

课堂练习

1．数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_n=a_1-a_{n-1}$（$n\geqslant 2$），求a_5.

2．数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_2=-3$，$a_{n+2}=1-a_n$. 写出它的前10项.

3．数列$\{b_n\}$中，$b_5=0$，$b_6=4$，$3b_{n+2}=2b_{n+1}-b_n$。写出它的前10项.

4．数列$\{a_n\}$中，$a_n=-2n+4$，数列$\{b_n\}$中，$b_1=2$，$b_{n+1}=b_n-2$，分别列出$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前10项，看它们有什么关系，由此你能产生什么"猜想"？

课外作业

1．数列$\{a_n\}$中，$a_1=p$，$a_{n+1}=a_n+q$.求证$2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$.

2．数列$\{u_n\}$中，$u_1=u_2=1$，$u_{n+1}=u_n+u_{n-1}(n\geqslant 2)$.写出它的前20项.

3．数列$\{a_n\}$中。$a_{10}=2$，$a_{n+1}=2a_n+n$，求a_7.

月　日　第五章　第4次

课题：等差数列及其通项公式

学习要点

1．等差数列定义中，为什么强调“从第2项起”？能不能把这句话去掉？

2．等差数列的通项公式中包含几个量？把等差数列的通项公式看作关于n的（广义的）一次函数（所谓“广义的一次函数”，是指这个一次函数的斜率也可为0）时，这个一次函数的斜率是什么？

3．在$n—a_n$平面内，等差数列的图象（指函数a_n的图象）是共线的离散点，这就应当联想到解析几何中关于直线的基本结果．你想过“两点坐标已知时的斜率公式”，“分点坐标公式”在等差数列中的应用吗？

4．什么叫等差中项？等差中项的几何意义是什么？

课堂练习

1．等差数列$\{a_n\}$中，已知d, a_n，求a_1．

2．等差数列第3项是5，第5项是3，求公差．

3．有人说：“等差中项就是等差数列的中项”这种说法对吗？理由是什么？

4．a，b，c，d，e 成等差数列，这里边共有几个等差中项？按“…是…的等差中项”的格式把它们一一列出来.

5．等差数列$\{a_n\}$中，$a_p=q$，$a_q=p$，求公差.

课外作业

1．在0，1间插入10个数成递增等差数列，求公差.

2．试证明数列$\{a_n+b\}$（a,b是常数）是等差数列，a是其公差，再写出该数列的前5项并求出这前5项的和.

3．等差数列$\{-2n+13\}$中，项数最小的负值项是第几项？这个数列的前面几项和有最大值？最大值是几？

月　日　第五章　第5次

课题：等差数列的前n项和

学习要点

1．求等差数列$\{a_n\}$的前n项和S_n的方法实际是“抓对求和”法，即把a_1与a_n，a_2与a_{n-1}，…，a_k与a_{n-k+1}，…结合起来求和的办法．这种办法的优点是什么？这种办法适于其他数列的求和吗？

2．等差数列的前n项和公式中，包含几个量？S_n是n的什么类型的函数？

3．从S_n的公式出发，能否求出等差数列的通项公式？如何求？

4．一个数列，它的前n项和是n的二次函数，这个数列一定是等差数列吗？

课堂练习

1．等差数列$\{a_n\}$中，已知d, a_n，求S_n．

2．等差数列$\{a_n\}$中，已知a_1, S_n，d，求n．

3．数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=kn+b$（k，b为常数），这个数列是什么数列？

4．等差数列$\{a_n\}$中，求从第p项到第q项（$p<q$）的和$S_{p\to q}$（包括第p项和第q项）．

课外作业

1．数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=3n^2-2n+1$，求证a_2，a_3，a_4，…是等差数列．

2．S_n是数列$\{a_1+(n-1)d\}$的前n项和，求证：

（1）$S_n=na_n-\frac{1}{2}n(n-1)d$．

（2）$S_n=na_m+\frac{1}{2}n(n-2m+1)d$．

（3）$\dfrac{mS_n}{nS_m}=\dfrac{2a_1+(n-1)d}{2a_1+(m-1)d}$．

3．数列$\{a_n\}$中，S_n是前n项和，已知

$$S_n=\begin{cases} n & (n<4), \\ n^2 & (n\geqslant 4). \end{cases}$$

求a_n．

月　日　第五章　第6次

课题：等差数列习题课（一）

复习要点

1．等差数列的定义及简单性质．

2．等差数列的通项公式和前n项和公式，等差中项公式．

3．等差数列的第n项及前n项和作为n的函数的类型以及它们的图象．

4．推导等差数列前n项和时用到的“抓对求和”方法．

5．等差数列的递推关系式．

课堂练习

1．等差数列第2项与前3项和相等，求第2项．

2．等差数列$\{a_n\}$中，已知n，a_n，S_n，求a_1，d．

3．试证明a，b，c成等差数列的充要条件是$2b=a+c$．