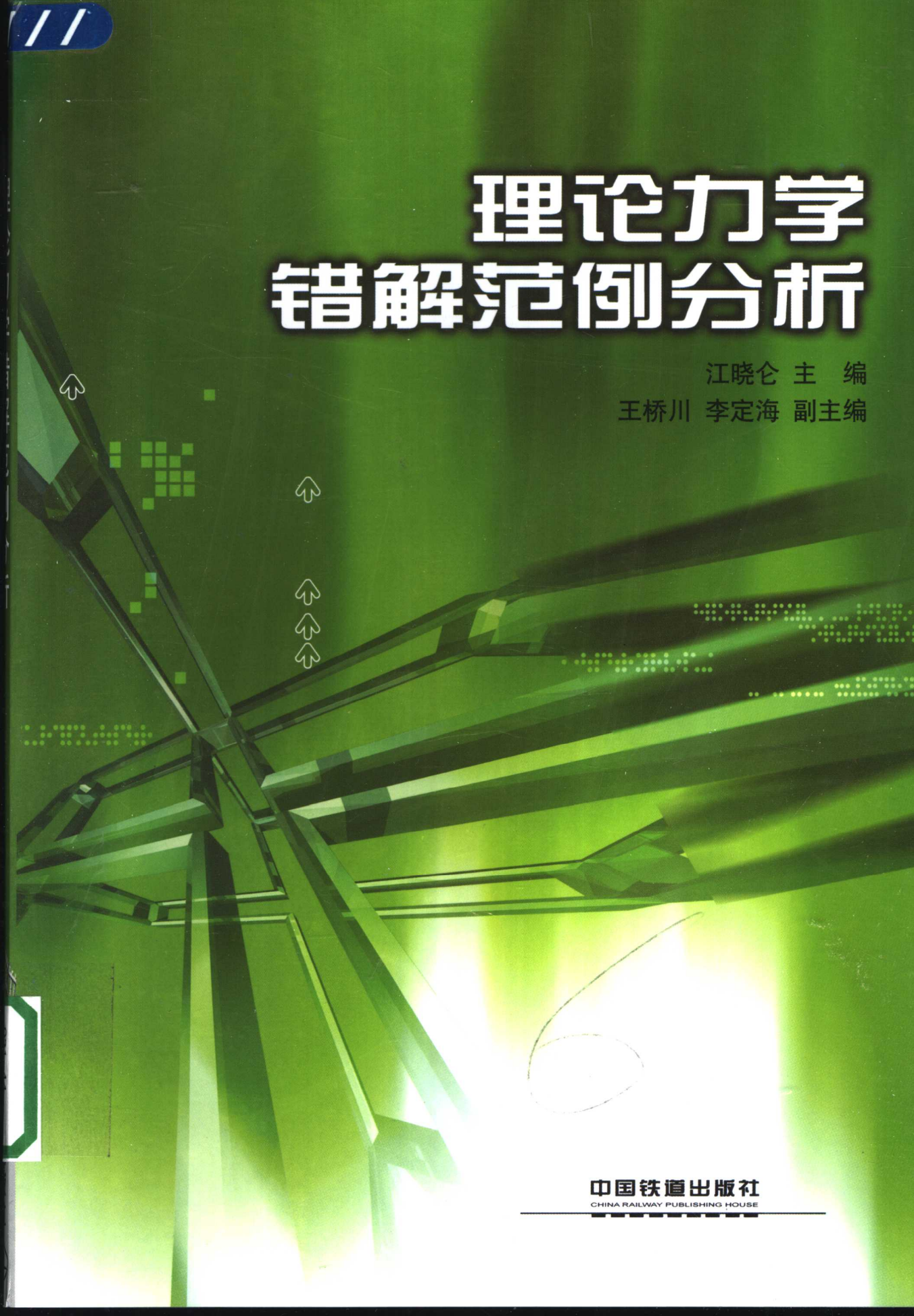




理论力学 错解范例分析

江晓仑 主 编
王桥川 李定海 副主编

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

理论力学错解范例分析

江晓仑 主 编

王桥川 李定海 副主编

中 国 铁 道 出 版 社

2005年·北 京

内 容 简 介

本书内容包括理论力学静力学、运动学、动力学三部分共十九章。每章均有本章内容提要、解题方法指导、错解范例分析三部分。其中错解范例分析又分为错误解答、错因分析、正确解答。全书共收入典型错解范例 146 例,基本上含盖了常见的错误类型。

本书可作为广大工科学生学习理论力学课程时的不可多得的参考书,可作为全国周培源大学生力学竞赛时赛前培训的参考资料,可作为电大、业大、成人教育中广大工科学生学习理论力学课程时的参考书,也可作为理论力学任课教师备课时的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学错解范例分析/江晓仑主编. —北京:中国铁道出版社,2005.10
ISBN 7-113-06718-2

I. 理… II. 江… III. 理论力学—解题
IV. 031-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 107605 号

书 名:理论力学错解范例分析

作 者:江晓仑 主编

王桥川 李定海 副主编

出版发行:中国铁道出版社(100054,北京市宣武区右安门西街 8 号)

责任编辑:程东海

封面设计:马 利

印 刷:中国铁道出版社印刷厂

开 本:787×1092 1/16 印张:18 字数:437 千

版 本:2005 年 12 月第 1 版 2005 年 12 月第 1 次印刷

印 数:1~3 000 册

书 号:ISBN 7-113-06718-2/O·151

定 价:29.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社发行部调换。

编辑部电话:(010)51873135 发行部电话:(010)51873171

前

言

理论力学课程是工科各专业的主干课程,又是基础力学系列课程的第一门课程,广大学生在学习本课程时,总感到有些难学,尤其感到做题难,我们也听到学生评说本课程是“理论容易,做题难”。尤其是高等教育规模逐年扩大,学生逐年增多,变精英教育为大众教育的今天,“做题难”的问题更显突出。为了帮助广大学生克服学习理论力学课程时的困难,提供一种行之有效的解题方法,有效地解决“做题难”的问题,我们编写了《理论力学错解范例分析》一书。

《理论力学错解范例分析》一书,是集我们 40 余年的教学经验编写而成的。在历年理论力学课程的教学工作、学生作业的批改工作、期终考试的阅卷工作以及研究生入学考试理论力学课程试题的评阅工作中,我们积累了大量的理论力学题目错误解答的丰富资料,记载了大量易错的典型例子。现将其整理、加工、精选、充实、提高,就构成了本书的主要内容。

本书内容包括理论力学静力学、运动学、动力学三部分。根据前国家教育委员会发布的“理论力学课程基本要求”,将全书分为十九章,每章均有:本章内容提要、解题方法指导、错解范例分析等三个部分,其中错解范例分析又分为:错误解答、错因分析、正确解答。全书共收入典型错解范例 146 例,基本上含盖了常见的错误类型。

本书由西南交通大学江晓仑任主编并主笔,王桥川、李定海任副主编。其中王桥川提供了部分错解范例,校阅了本书的初稿;李定海提供了部分错解范例,编写了本书各章内容提要,校阅了本书的初稿。

本书可作为广大工科学生学习理论力学课程时不可多得的参考书,可作为全国周培源大学生力学竞赛赛前培训的参考资料,可作为电大、业大、成人教育中,广大工科学生学习理论力学时参考,也可作为理论力学课程任课教师的参考资料。

西南交通大学理论力学课程,于 2004 年被教育部命名为国家精品课程(高职高专),我本人作为本校理论力学国家精品课程建设负责人,也愿意把我们的优秀教学资源奉献给全社会共享。

限于我们的水平,书中错误之处在所难免,敬请广大读者批评指正。

主编 江晓仑

2005 年 11 月

第一篇 静力学

第一章 静力学公理和物体的受力分析	1
一、本章内容提要	1
二、解题方法指导	2
三、错解范例分析(题 1—1~题 1—7)	2
第二章 平面汇交力系与平面力偶系	9
一、本章内容提要	9
二、解题方法指导	10
三、错解范例分析(题 2—1~题 2—3)	10
第三章 平面任意力系	16
一、本章内容提要	16
二、解题方法指导	17
三、错解范例分析(题 3—1~题 3—21)	18
第四章 空间力系	56
一、本章内容提要	56
二、解题方法指导	58
三、错解范例分析(题 4—1~题 4—3)	58
第五章 摩 擦	64
一、本章内容提要	64
二、解题方法指导	65
三、错解范例分析(题 5—1~题 5—7)	65

第二篇 运动学

第六章 点的运动学	80
一、本章内容提要	80
二、解题方法指导	81
三、错解范例分析(题 6—1~题 6—8)	81

第七章 刚体的简单运动	91
一、本章内容提要	91
二、解题方法指导	91
三、错解范例分析(题 7—1~题 7—6)	92
第八章 点的合成运动	99
一、本章内容提要	99
二、解题方法指导	99
三、错解范例分析(题 8—1~题 8—8)	100
第九章 刚体的平面运动	117
一、本章内容提要	117
二、解题方法指导	117
三、错解范例分析(题 9—1~题 9—18)	118
第三篇 动 力 学	
第十章 质点动力学基本方程	152
一、本章内容提要	152
二、解题方法指导	152
三、错解范例分析(题 10—1~题 10—5)	153
第十一章 动量定理	160
一、本章内容提要	160
二、解题方法指导	160
三、错解范例分析(题 11—1~题 11—5)	161
第十二章 动量矩定理	168
一、本章内容提要	168
二、解题方法指导	169
三、错解范例分析(题 12—1~题 12—10)	170
第十三章 动能定理	189
一、本章内容提要	189
二、解题方法指导	190
三、错解范例分析(题 13—1~题 13—15)	191
第十四章 达朗伯原理(动静法)	218
一、本章内容提要	218

二、解题方法指导	218
三、错解范例分析(题 14—1~题 14—5)	219
第十五章 虚位移原理	229
一、本章内容提要	229
二、解题方法指导	229
三、错解范例分析(题 15—1~题 15—6)	230
第十六章 动力学普遍方程和拉格朗日方程	239
一、本章内容提要	239
二、解题方法指导	239
三、错解范例分析(题 16—1~题 16—7)	240
第十七章 机械振动基础	255
一、本章内容提要	255
二、解题方法指导	256
三、错解范例分析(题 17—1~题 17—5)	257
第十八章 碰 撞	267
一、本章内容提要	267
二、解题方法指导	268
三、错解范例分析(题 18—1~题 18—4)	268
第十九章 质点相对于非惯性参考系的动力学基本方程	275
一、本章内容提要	275
二、解题方法指导	275
三、错解范例分析(题 19—1~题 19—3)	276

第一篇

静力学

第一章 静力学公理和物体的受力分析

一、本章内容提要

1. 概念

(1)刚体:在力作用下不变形的物体。刚体是静力学中的理想化力学模型。

(2)约束:对非自由体的运动所加的限制条件。在刚体静力学中指限制研究对象运动的物体。约束对非自由体施加的力称为约束反力。约束反力的方向总是与约束所能阻碍的物体的运动或运动趋势的方向相反。

(3)力:物体之间的相互机械作用。其作用效果可使物体的运动状态发生改变和使物体产生变形。前者称为力的运动效应或外效应,后者称为力的变形效应或内效应,理论力学只研究力的外效应。力对物体作用的效应取决于力的大小、方向、作用点这三个要素,且满足平行四边形法则,故力是定位矢量。

(4)约束和约束反力:限制非自由体某些位移的周围物体,称为约束,如:绳索、光滑铰链、滚动支座、二力构件、球铰链及止推轴承等。约束对非自由体施加的力称为约束反力。约束反力的方向与该约束所能阻碍的位移方向相反。画约束反力时,应分别根据每个约束本身的特性来确定其约束反力的方向。

2. 静力学公理及其推论

公理 1:力的平行四边形法则

给出了最简单的力系的简化规律,也是较复杂力系简化的基础。另外,它也给出了将一个力分解为两个力的依据。

公理 2:二力平衡条件

指出了作用于刚体上最简单力系的平衡条件。对刚体而言,这个条件既必要又充分,但对非刚体而言,这个条件并不充分。

公理 3:加减平衡力系公理

此公理是研究力系等效变换的依据,同样也只适用于刚体而不适用于变形体。

推论 1:力的可传性

表明作用于刚体上的力是滑动矢量。

推论 2:三力平衡条件

给出了三个不平行的共面力构成平衡力系的必要条件。当刚体受不平行的三力作用处于

平衡时,常利用这个关系确定未知力的作用线方位

公理 4:作用和反作用定律

揭示了物体之间相互作用力的定量关系,它是分析物体间受力关系时必须遵循的原则,也为研究多个物体组成的物体系统问题提供了基础。

公理 5:刚化原理

阐明了变形体抽象为刚体模型的条件,并指出刚体平衡的必要和充分条件只是变形体平衡的必要条件。

二、解题方法指导

1. 画受力图时,首先要认清结构(机构)的组成,尤其要辨认约束类型,各组成部分之间的联结方式,一定要根据约束类型来画受力图。其次,要认清主动力的类型及作用的位置。

2. 画受力图时一定要取分离体,即将要研究的对象单独分离出来,解除全部约束,代以约束反力,并画上全部作用在该研究对象上的主动力。对于整体系统的受力图,属于各组成部分之间相互作用的内力不要画出,因为它们都是成对出现的平衡力,根据加减平衡力系原理可以取出。

3. 在两个受力图之间不存在作用与反作用关系的同一处约束反力,在不同受力图中重复出现时,其约束反力必须相同,存在作用与反作用关系的同一处约束反力,在不同受力图中重复出现时,必须符合作用与反作用定律。

4. 铰链约束、固定铰支座约束,其约束反力的方向事先不能确定,通常用两个相互垂直的分力来表示,而且各分力的指向也是任意假定的。但是,一旦在前边所画的受力图中对某处约束反力的指向已经作了假定,当该处的约束反力在另一受力图中重复出现时,其约束反力的指向必须与前者相同而不能再任意假定。

5. 画受力图时,要正确识别二力杆、二力构件,并按二力平衡条件画出它们的受力图。如果存在三力平衡构件,也可以根据三力平衡汇交定理画出受力图,这可使将来的计算简化。

6. 当铰链处有集中力作用时,要注意这个集中力是作用在铰链销钉上的,这是不成文的公认。因此,画受力图时要明确销钉在受力图中的所在的位置,应归属于哪一方(被铰链联结的双方),销钉归属于哪一方,集中力就跟着画在哪一方。但不能同时归属于双方,也不能各归属一半。

7. 对于复铰,通常应以销钉作为分离体,画其受力图。有时为了简化计算,可将其归属于被其联结三方(或更多)的任何一方,但必须加以说明。

三、错解范例分析

题 1—1 试画如下各图中 AB 部分的受力图。

错误解答:

1. 图 1—1(1)中杆 AB 的受力图如图 1—1(1)(a)所示。
2. 图 1—1(2)中杆 AB 的受力图如图 1—1(2)(a)所示。
3. 图 1—1(3)中杆 AB 的受力图如图 1—1(3)(a)所示。
4. 图 1—1(4)中杆 AB 的受力图如图 1—1(4)(a)所示。

5. 图 1—1(5)中 AB 的受力图如图 1—1(5)(a)所示。

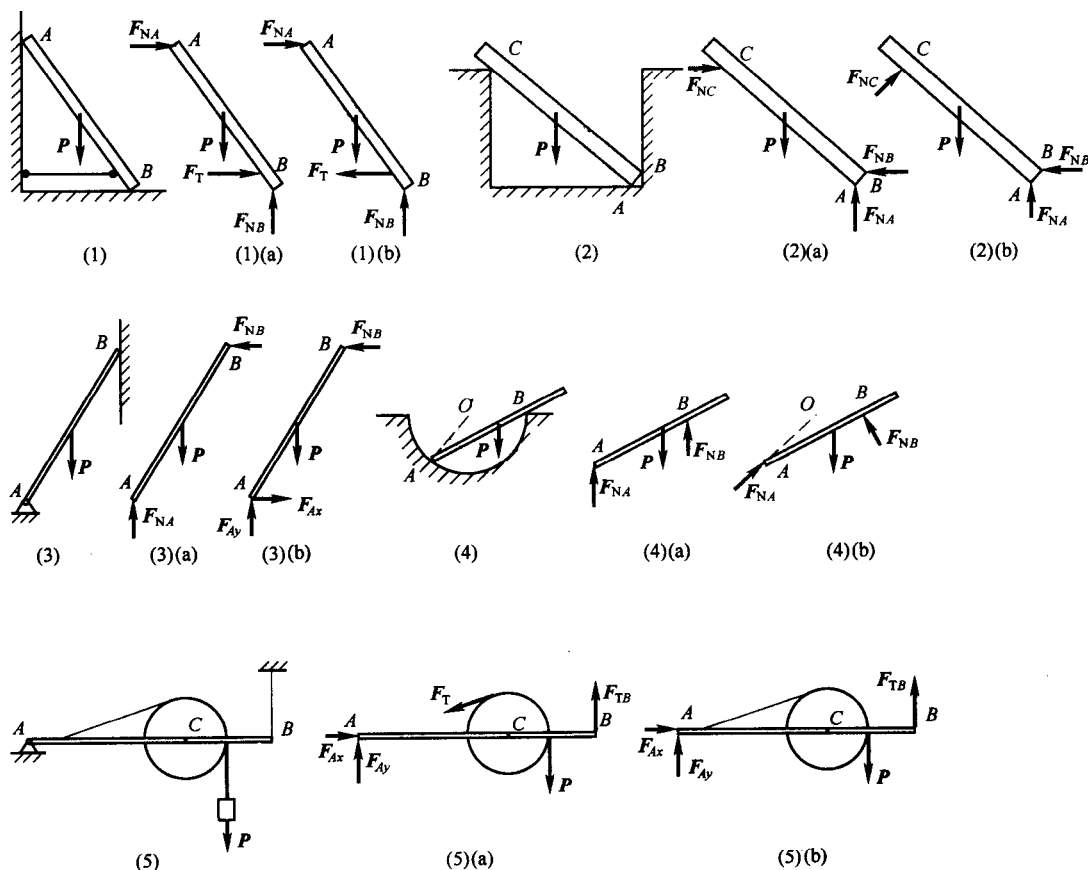


图 1—1

错因分析:

1. 图 1—1(1)(a)中,绳子张力 F_T 方向画反了。
2. 图 1—1(2)(a)中, F_{NC} 方向错误,应垂直 BC 杆。
3. 图 1—1(3)(a)中, A 处约束反力错误, A 处为固定铰支座,应以两个互相垂直的分力来表示。
4. 图 1—1(4)(a)中, A、B 处约束反力方向错误。 F_{NA} 、 F_{NB} 应分别沿 A、B 处的公法线方向。
5. 图 1—1(5)(a)中,绳子张力 F_T 为内力,不应画出。

正确解答:

1. 图 1—1(1)的受力图如图 1—1(1)(b)所示。
2. 图 1—1(2)的受力图如图 1—1(2)(b)所示。
3. 图 1—1(3)的受力图如图 1—1(3)(b)所示。
4. 图 1—1(4)的受力图如图 1—1(4)(b)所示。
5. 图 1—1(5)的受力图如图 1—1(5)(b)所示。

题 1—2 试画出图示结构中杆 AB、BC 及整体的受力图。结构自重不计。

错误解答：

1. 杆 AB 的受力图如图 1—2(b) 所示。
2. 杆 CD 的受力图如图 1—2(c) 所示。
3. 整体受力图如图 1—2(d) 所示。

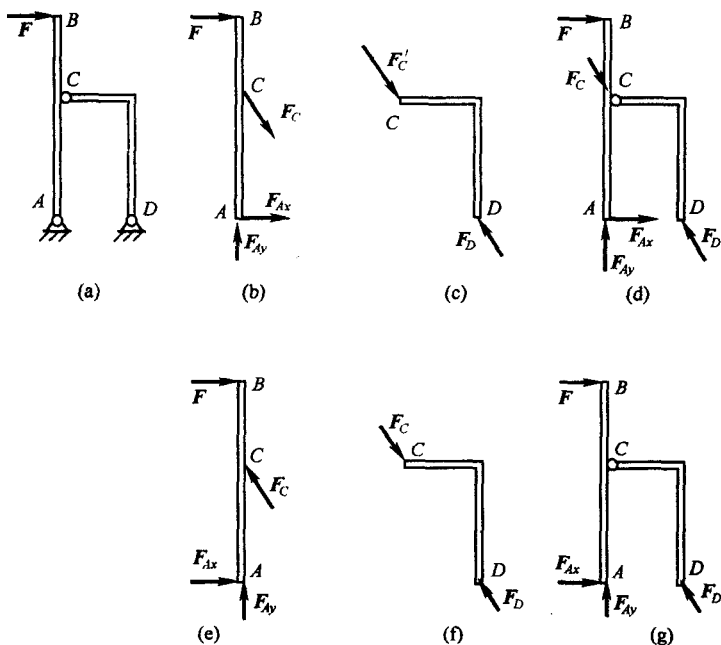


图 1—2

错因分析：

1. 图 1—2(b) 中, 以及图 1—2(c) 中, C 处的约束反力不符合作用力与反作用力定律, 应将 F_C 换为与 F'_C 方向相反。
2. 图 1—2(d) 中, C 处的约束反力已属内力, 内力是成对的, 单画一个 F_C 是错误的, 画一对 F_C 、 F'_C 是多余的。

正确解答：

1. 杆 AB 的受力图如图 1—2(e) 所示。
2. 杆 CD 为二力构件, C、D 两点的力应大小相等、方向相反、沿同一条直线, 其受力图如图 1—2(f) 所示。

3. 整体受力图如图 1—2(g) 所示。

题 1—3 画出图示结构中杆 AC、BC 及整体的受力图。结构自重不计。

错误解答：

1. 杆 AC 的受力图如图 1—3(b) 所示。
2. 杆 BC 的受力图如图 1—3(c) 所示。
3. 整体受力图如图 1—3(d) 所示。

错因分析：

1. 图 1—3(b) 所示杆 AC 的受力图是错误的, 杆 AC 不是二力杆。

2. 图 1—3(c)所示杆 BC 的受力图是错误的, B 处约束反力 F_{NB} 方向画错, 应铅垂向上。 C 处为铰链, 它的约束反力方向事先不能确定, 应以两个相互垂直的分力来表示。

3. 图 1—3(d)所示整体受力图是错误的, F_{NB} 应沿公法线方向, 铅垂向上。 A 处为固定铰支座, 应以两个相互垂直的分力来表示。

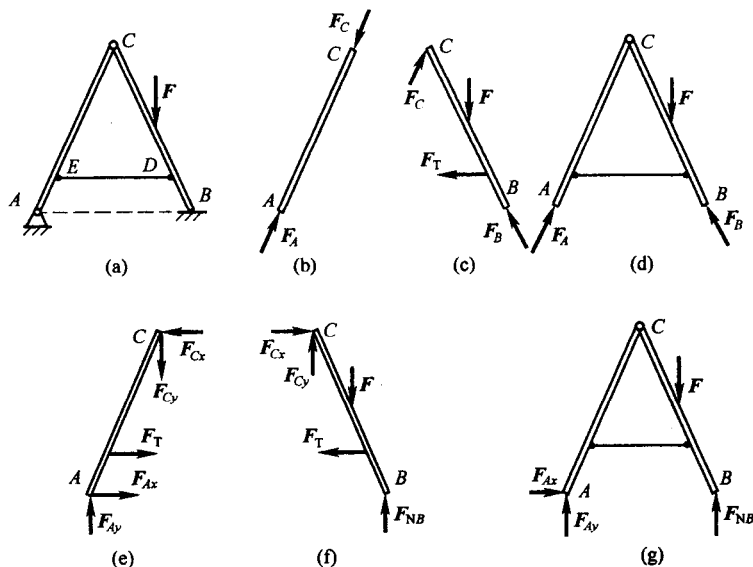


图 1—3

正确解答:

1. 杆 AC 的受力图如图 1—3(e)所示。

2. 杆 BC 的受力图如图 1—3(f)所示。

3. 整体受力图如图 1—3(g)所示。

题 1—4 试画出图示结构中杆 AC 、 BC 及整体的受力图。

错误解答:

1. 杆 AC 的受力图如图 1—4(b)所示。

2. 杆 BC 的受力图如图 1—4(c)所示。

3. 整体的受力图如图 1—4(d)所示。

错因分析:

1. 图 1—4(b)、(c)所示杆 AC 、 BC 的受力图是错误的。 F 力作用在连接杆 AC 、 BC 的销子 C 上, 并非两杆 C 端各作用一半。

2. 图 1—4(d)所示整体受力图中, B 处的水平约束反力是错误的。本来, 铰链处约束反力方向是事先不能确定的, 因此, 将它用两个相互垂直的分力来表示, 而两分力的指向也是事先不知道的, 所画方向是假定的。但图 1—4(c)中已假定了 B 处两分力的指向, 故在图 1—4(d)中就不能再假定而必须与图 1—4(c)保持一致。

正确解答:

1. 杆 AC 的受力图如图 1—4(e)所示。销子 C 与杆 AC 合在一起。 C 端约束反力为销子 C 与杆 BC 在 C 端的作用与反作用力。

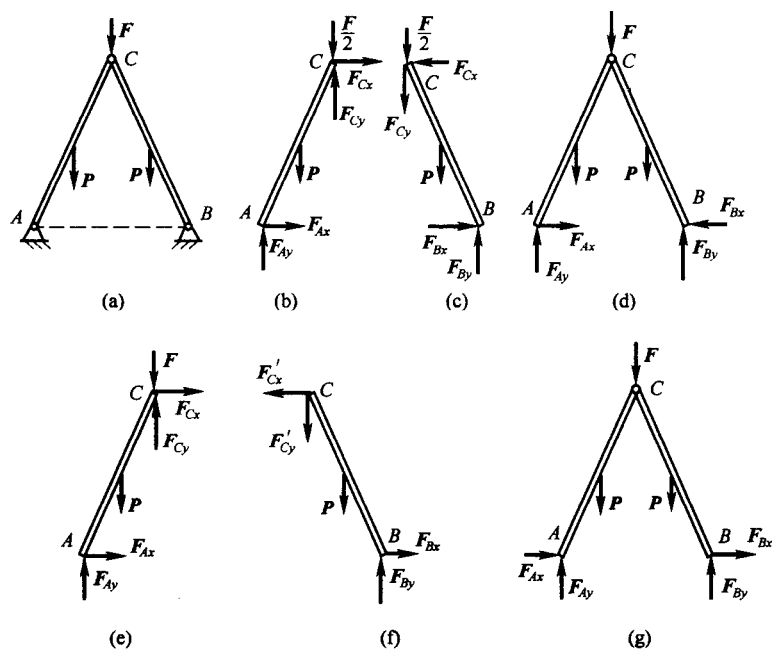


图 1—4

2. 杆 BC 的受力图如图 1—4(f)所示。

3. 整体的受力图如图 1—4(g)所示。

题 1—5 门式三铰刚架的尺寸及荷载如图所示。试画出 AC 、 BC 及整体的受力图。

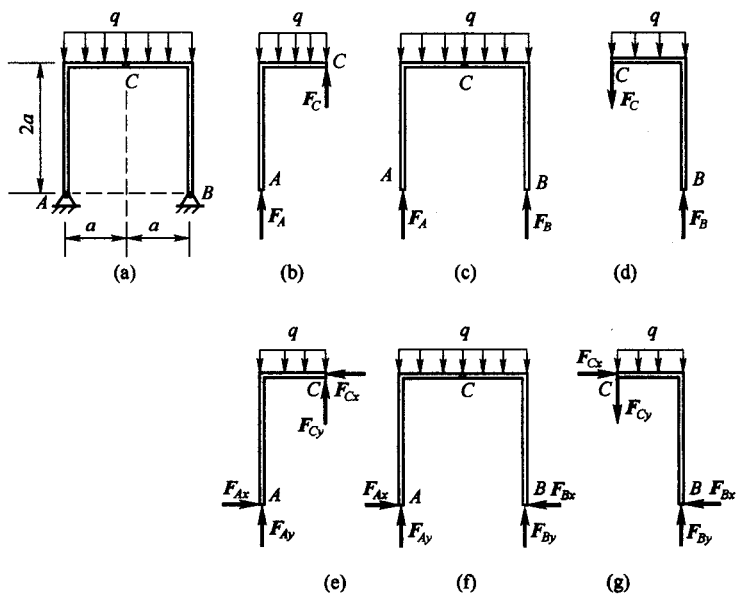


图 1—5

错误解答：

1. AC 部分的受力图如图 1—5(b)所示。

2. 整体受力图如图 1—5(c)所示。

3. BC 部分的受力图如图 1—5(d)所示。

错因分析：

1. 图 1—5(b)所示的 AC 部分受力图是错误的。因为 A、C 处均为铰链，其约束反力方向事先不能确定，故以两个相互垂直的分力来表示。本图中 A、C 处均漏画水平分力。

2. 图 1—5(c)所示的整体受力图是错误的。因为 A、B 处均为固定铰支座，应以两个相互垂直的分力来表示。

3. 图 1—5(d)所示的 BC 部分受力图是错误的，B、C 处均为固定铰支座，应以两个相互垂直的分力来表示。

正确解答：

1. AC 部分的受力图如图 1—5(e)所示。

2. 整体的受力图如图 1—5(f)所示。

3. BC 部分的受力图如图 1—5(g)所示。

题 1—6 试画出图示构架中杆 AB 的受力图。

错误解答：

杆 AB 的受力图如图 1—6(b)所示。

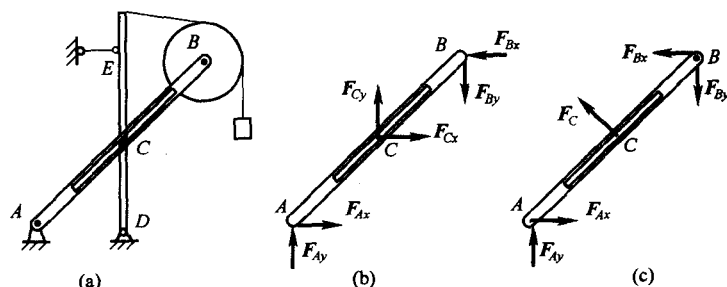


图 1—6

错因分析：

销钉 C 穿入光滑槽中，属光滑固定面约束。图 1—6(b)中将其当作铰链画出受力图是错误的。

正确解答：

杆 AB 的受力图如图 1—6(c)所示。

题 1—7 试画出图示结构中弯杆 ABD、杆 BC 及销子 B 的受力图。

错误解答：

1. 弯杆 ABD 的受力图如图 1—7(b)所示。

2. 杆 BC 的受力图如图 1—7(c)所示。

3. 销钉 B 的受力图如图 1—7(d)所示。

错因分析：

1. 图 1—7(b)和图 1—7(c)所示受力图，在 B 处的约束反力不应是作用力与反作用力的关系。因为此处为复铰，弯杆 ABD 的 B 端和杆 BC 的 B 端均与销钉 B 有作用力与反作用力的关系，但两者之间没有直接的相互作用。

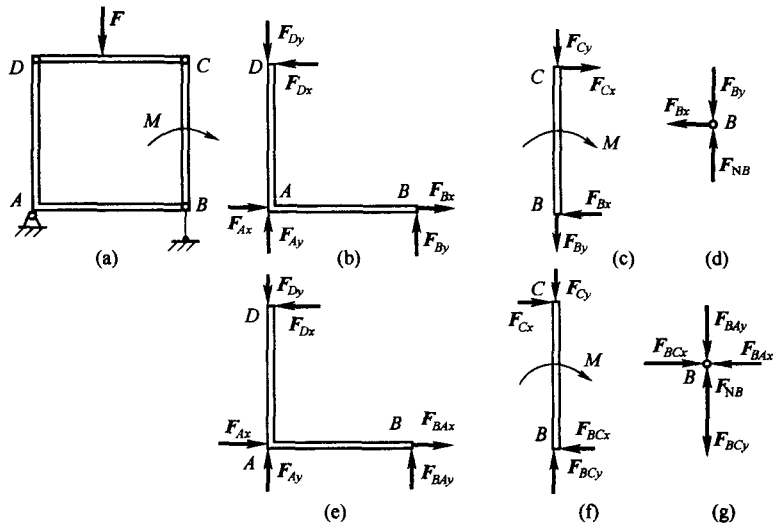


图 1—7

2. 图 1—7(d)所示销钉 B 的受力图是错误的。在销钉 B 上应分别与弯杆 ABD 的 B 端、杆 BC 的 B 端、活动支座连杆的 B 端有作用力与反作用的关系。

正确解答：

1. 弯杆 ABD 的受力图如图 1—7(e)所示。
2. 杆 BC 的受力图如图 1—7(f)所示。
3. 销钉 B 的受力图如图 1—7(g)所示。

第二章 平面汇交力系与平面力偶系

一、本章内容提要

1. 力在坐标轴上的投影为

$$F_x = F \cos \theta$$

式中 θ 为力 F 与 x 轴间的夹角, 投影值为代数量。

2. 平面力的解析表达式为

$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j}$$

3. 平面汇交力系可以合成为一个力, 称为合力。合力的大小和方向可以用几何法或解析法求得, 合力的作用线通过汇交力系的汇交点。

(1) 几何法。通过力多边形规则, 求得力的方向和大小

$$F_R = \sum F$$

合力的作用线通过各力的汇交点。

(2) 解析法。根据合力投影定理, 利用各个分力在两个正交轴上的投影的代数和, 求得合力的大小和方向余弦为

$$F_R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$$

$$\cos(F_R, i) = \frac{\sum F_x}{F_R}, \cos(F_R, j) = \frac{\sum F_y}{F_R}$$

合力的作用线通过各力的汇交点。

4. 平面汇交力系的平衡条件

(1) 平衡的充要条件: 平面汇交力系的合力为零, 即

$$\mathbf{F}_R = \sum \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

(2) 平衡的几何条件: 力多边形自行封闭, 即

$$F_R = 0 \quad \text{或} \quad \sum \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

(3) 平衡的解析条件: 平面汇交力系的各个分力在两个坐标轴上的投影的代数和等于零, 即

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0$$

上式称为平面汇交力系的平衡方程, 应用此平衡方程可以求解两个未知数。

5. 平面内的力对点 O 之矩是代数量, 记为 $M_O(\mathbf{F})$

$$M_O(\mathbf{F}) = \pm Fh = \pm 2\Delta ABO$$

其中 F 为力的大小, h 为力臂, ABO 为力矢 AB 与矩心 O 组成三角形的面积。一般以逆时针转向为正, 反之为负。

力矩的解析表达式为 $M_O(\mathbf{F}) = xF_y - yF_x$

6. 合力矩定理: $M_O(\mathbf{F}_R) = \sum M_O(\mathbf{F}_i) = \sum (x_i F_{yi} - y_i F_{xi})$

7. 力偶和力偶矩:力偶是由等值、反向、不共线的两个平行力组成的特殊力系。力偶没有合力,也不能用一个力来平衡。

力偶对物体的作用效应决定于力偶矩 M 的大小和转向,即

$$M = \pm Fd$$

式中正负号表示力偶的转向,一般以逆时针转向为正,反之为负。

力偶在任一轴上的投影等于零,它对平面内任一点的矩等于力偶矩,力偶矩与矩心的位置无关。

8. 同平面内力偶的等效定理:在同平面内的两个力偶,如果力偶矩相等,则彼此等效。力偶矩是力偶作用效果的惟一度量。

9. 平面力偶系的合成与平衡

平面力偶系可以合成为一个力偶,称为合力偶,合力偶矩等于力偶系中各个力偶矩的代数和,即

$$M = \sum M_i$$

平面力偶的平衡条件为

$$\sum M_i = 0$$

上式称为平面力偶系的平衡方程,应用此平衡方程可以求解一个未知数。

二、解题方法指导

1. 在求解平面汇交力系平衡问题时,首先要选取一个适当的研究对象,进行受力分析,画出受力图。画受力图时要注意各处约束的性质,注意二力杆、二力体的运用。当需要利用三力平衡汇交定理画受力图时,要注意三力平衡汇交定理的应用条件:(1)在同一个刚体上;(2)只受三个力而且是平衡的;(3)其中两个力有汇交点。要同时满足以上条件时,三力平衡汇交定理才成立。

2. 平面汇交力系平衡问题的求解方法,有解析法(平衡方程)和几何法(力多边形自行封闭)。无论哪种方法都只能求解 2 个未知量。对于未知量总数超过 2 个的物体系的平衡问题,可通过合理地选取研究对象,逐步求解。而所取的每个研究对象的未知量都尽量不要超过 2 个,以求计算简单而不解联立方程。见题 2—1、题 2—2。

3. 在求解平面力偶系的平衡问题时,要充分利用力偶的性质。在保持力偶矩不变的条件下,力偶可在其作用面内任意移转,但必须是在同一个刚体上。尽管保持力偶矩不变,也不能将作用在某个刚体上的力偶移到另一个刚体上去。力偶只能用力偶来代替、来平衡,而不能用力代替,用力平衡。根据这一特点,常可确定某些未知力的方向,见题 2—2、题 2—3。

三、错解范例分析

题 2—1 图示构架的杆重不计。已知 $AC = BC = DC$, 试求杆 BD 在 B 、 C 处所受的力。

错误解答:

错解一:杆 AC 为二力杆,由三力平衡汇交定理可知,三力 F 、 F_{AC} 、 F_B 汇交于 E 点。取投影轴 x 、 y ,由平面汇交力系平衡方程,有

$$\sum F_x = 0, F + F_{AC} \cos 30^\circ = 0 \quad (1)$$

由式(1),得