DAXUEWULISHIYAN

大学物理实验

■段长虹　主编

华南理工大学出版社

大学物理实验

段长虹　主编

华南理工大学出版社
·广州·

内容简介

本书根据教育部高等学校工科物理课程教学指导委员会于20世纪90年代制定的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》,结合五邑大学多年来的教学改革和课程建设的经验编写而成。内容涵盖力学、热学、电磁学、光学、近代物理等物理学各领域,适合60学时左右的理工科非物理类专业物理实验课程教学使用。在内容的选择上力求适应新时期对人才培养的要求,以培养学生能力为主线,在加强基础的前提下,增加了不少综合性、应用性强的新型实验以及一些在物理学史上具有重要意义的经典物理实验;在编排上由简到难、循序渐进,着重实验思想和实验方法的引导,并绘制了大量逼真的插图以配合实验原理阐述和实验仪器介绍,方便读者阅读和预习实验。

本书可作为高等院校理工科非物理类各专业大学物理实验课程的教科书或参考书,也可供其他专业和物理实验工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/段长虹主编.—广州:华南理工大学出版社,2005.1
ISBN 7-5623-2187-6

Ⅰ.大… Ⅱ.段… Ⅲ.物理学-实验-高等学校-教材 Ⅳ.O4-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第009419号

总 发 行:华南理工大学出版社(广州五山华南理工大学17号楼,邮编510640)
发行部电话:020-87113487 87111048(传真)
E-mail:scut202@scut.edu.cn http://www.scutpress.com.cn
责任编辑:赖淑华
印 刷 者:广东省农垦总局印刷厂
开 本:787×1092 1/16 **印张**:14.25 **字数**:347千
版 次:2005年1月第1版第1次印刷
印 数:1~3500册
定 价:22.00元

前　　言

大学物理实验是学生进入大学后较早接触的一门全面系统的实验课程，是理工科学生必修的一门重要基础课。学习好物理实验的基本知识和方法，掌握物理实验的基本技能，对于学生科学实验能力的培养和分析、解决问题能力的提高有着重要的意义。五邑大学物理实验中心近年来围绕人才培养这个目标，积极改革教学内容，引进新技术，开发新实验，使物理实验教学紧跟时代发展，本书就是结合我校多年来的教学实践、教学改革和课程建设经验，根据教育部高等学校工科物理课程教学指导委员会于20世纪90年代制定的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》，在原教材(1996年)的基础上重新编写而成的。

全书共编入24个实验，内容涵盖力学、热学、电磁学、光学、近代物理等物理学各领域，适合60学时左右的理工科非物理类专业物理实验课程教学使用。本书在内容的选择和编排上力求适应新时期对人才培养的要求，兼顾五邑大学学生的特点，以培养学生能力为主线，在加强基础的前提下，增加了不少综合性、应用性强的新型实验，如音频信号光纤传输技术实验、悬丝耦合弯曲共振法测金属丝杨氏模量实验等，使学生对新技术及其应用有一个初步的认识。增加了一些在物理学史上具有重要意义的经典物理实验，如密立根油滴实验、夫兰克-赫兹实验等，以开拓学生视野，激励他们去探索物理规律，认识物理世界。为便于读者阅读，每个实验的原理叙述着重实验思路的引导，按照循序渐进的原则，突出了从提出问题到解决问题的逻辑思维过程。考虑到目前中学实验的实际基础，在涉及仪器介绍时，尽量突出仪器的基本原理与使用方法以及仪器的型号和外形特征，并配以逼真的实验装置图加以说明，以便学生预习。本书专门开辟专题介绍物理实验常用测量仪器，以使学生了解一些通用仪器的性能和使用方法。数据处理方面，以国际标准化组织等7个国际组织联合发表的《测量不确定度表示指南》(ISO1993)为标准来阐述测量不确定度的评定，但进行了一些简化，免去了一些繁琐的计算，使学生根据物理实验的教学要求掌握评定不确定度的基本方法，五邑大学物理实验中心还开发了适合本教材的物理实验数据处理和绘图软件供学生使用。

本书编者具有多年从事物理实验教学的丰富经验，教材编写分工如下：实验2和实验18由关小泉编写，实验21由李柱峰编写，其他实验以及绪论、附表部分由段长虹编写，全书由段长虹统稿并任主编，书中全部插图由段长虹用AutoCAD2004绘制。在本书的编写过程中，得到了物理学科组全体教师的大力支持和帮助，关小泉审阅了全书，吴森、李渭清、丁瑞钦、朱慧群、胡林、张才国、汤艳芬等老师对本书提出了许多宝贵的意见和建议，在此一并表示衷心的感谢。

限于编者水平，书中难免存在不足和疏漏，敬请读者批评指正。

段长虹

2005年1月于广东江门

目　录

绪 论

一、物理实验课的任务和要求

物理学是工程技术学科的理论基础，从本质上说，物理学是一门实验科学。物理概念的建立、物理规律的发现，都是在实验事实的基础上建立起来的，并不断受到实验的检验，在物理学理论的每一步发展中，物理实验都起着决定性的作用。

物理实验课程有着它自身的特点，物理实验的知识、方法、技能和习惯是高等工程技术人员所必须具备的，需要由浅入深、由简到繁加以培养和锻炼。物理实验课是理工科各专业一门必修的独立设置的基础实验课程，是学生进入大学后受到系统实验方法和实验技能训练的开端，它在培养学生用实验手段去发现、观察、分析和研究问题，最终解决问题的能力方面起着重要的作用，也为学生后续课程的学习及独立地进行科学实验研究、设计实验方案和提出新的实验课题打下了良好的基础。

1.物理实验课的任务

根据教育部高等学校工科物理课程教学指导委员会于20世纪90年代制定的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》，本课程的具体任务如下：

(1)通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量，学习物理实验知识，加深对物理学原理的理解。

(2)培养与提高学生的科学实验能力。其中包括：

①能够自行阅读实验教材或资料，做好实验前的准备；

②能够借助教材或仪器说明书，正确使用常用仪器；

③能够运用物理学理论知识，对实验现象进行初步分析判断；

④能够正确记录和处理实验数据、绘制曲线、分析误差原因、说明实验结果、撰写合格的实验报告；

⑤能够完成简单的设计性实验。

(3)培养与提高学生的科学实验素养。要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风、严肃认真的工作态度、整洁有序的良好习惯、勇于探索的创新精神和遵守纪律、团结协作、爱护公共财产的优良品德。

2.物理实验课程教学基本要求

(1)学习和运用实验原理、方法去研究某些未知现象并进行具体测试，得出某些结论(重点在具体测试)；

(2)进行实验基本技能的训练，熟悉常用仪器的基本原理、结构性能，掌握调整操作、观测、分析与排除故障的方法；

(3)学习数据处理的基本方法，了解实验方法、实验条件、实验环境等对测量结果的影响并能自行进行分析和处理；

(4)培养学生进行科学实验的能力，即如何从测量目的(研究对象)或课题要求出发，依

据实验原理，通过某种方法，正确选用仪器和确定测量程序去获得准确的实验结果；

(5)通过实验培养学生严肃认真、实事求是的科学态度和克服困难、坚韧不拔的工作作风，培养良好的实验习惯和遵守纪律、爱护国家财产的美德。

3. 怎样做好物理实验

物理实验是一门实践性课程，它的教学方式以实践训练为主，学生应在教师的指导下，充分发挥主观能动性，加强自己的独立实践能力的训练。因此，要做好物理实验，必须抓好如下三个环节：

(1)课前预习

每次实验前，应预习实验教材，了解实验目的，理解实验原理和实验方法，并根据自己的理解，写好实验预习报告。预习报告的内容包括：实验名称、目的、原理、仪器装置、内容和步骤，绘出数据记录表格，用于记录实验数据。

(2)课堂操作

进入实验室应遵守实验室的规章制度，充分利用实验课的时间，进行操作练习。应注意理论联系实际，正确地调整和使用仪器，检查实验条件是否满足，观察实验现象是否正常，分析测量数据是否合理等等，遇到问题应积极地分析、思考解决它的办法，仪器发生故障时，也应在教师的指导下学习排除故障的方法，努力提高自己的实验能力；用钢笔或圆珠笔正确地、如实地记录实验数据，实验结束后，将原始数据交给教师检查签字，经教师同意后，整理好仪器方可离开实验室。

(3)实验报告

撰写实验报告是对实验工作的全面总结。要求学生独立撰写完整、规范的实验报告，按照实验要求进行数据处理与误差分析，进行有关问题的讨论等。实验报告应在实验后一周内交给任课教师，在教师批改后及时更正实验报告中的错误。

二、测量误差与数据处理的基本知识

1. 测量的概念

物理实验是以测量为基础的。所谓测量，就是将被测量的物理量与作为测量单位的标准量进行比较，确定其比值的过程。测量各种物理量的具体方法有很多，按获得待测量结果的手段不同，可以把测量分为直接测量和间接测量两大类。

(1)直接测量

直接测量是使用仪器或量具，直接测得（读出）被测量数值的测量，该物理量称为直接测量量。如用米尺测量物体的长度、用天平称物体的质量、用电表测量电流和电压等。

(2)间接测量

间接测量是待测量不能直接从所使用的测量仪器上读出来，需要依据直接测量量，通过一定的关系式计算而得到，这种测量称为间接测量，需要通过间接测量求得结果的物理量称为间接测量量。例如，测量空心圆柱体的体积 V，就是由直接测量圆柱体的高 h、内径 d 和外径 D，通过关系式 $V=\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)h$ 而计算出来的，V 是间接测量量。

2. 测量误差

一个待测物理量的大小，在客观上应该有一个真实的数值，叫做“真值”。当我们对某一

物理量进行测量时,由于受测量仪器、实验条件以及种种因素的局限,测量不可能绝对精确,测量结果与被测量的真值(或约定真值)之间总有一定差距,测量值只能是真值的近似值,即存在着测量误差。测量所依据的方法和理论越繁多,所用的仪器装置越复杂,所经历的时间越长,引起误差的机会和可能性就越大。测量时,我们只能尽量地减小测量误差的影响,而不能完全消除它。

测量误差简称为"误差",以 Δx 表示。误差定义为测量值 x 与真值 A 之差,即

$$\Delta x = x - A \tag{0-1}$$

在现实的一切测量过程中,由于始终存在着测量误差,因而测量不到任何物理量的真值。通常,在测量条件不变的情况下,可以用多次(n 次)测量的算术平均值 $\overline{x}$ 作为测量的最佳值来代替真值 A(我们约定,在今后的讨论中,一般都用 $\overline{x}$ 代替 A),这样,式(0-1)可以写成:

$$\Delta x = x - \overline{x} \tag{0-2}$$

为了定量地反映测量误差的大小,可采用下面两种表达方式,即绝对误差和相对误差来表示。

(1)绝对误差

绝对误差是指被测量的测量结果与其最佳值之差,即式(0-2)中的 Δx。它表示的是测量值偏离其实际值的大小。从式(0-2)可知,Δx 不仅有大小还有量纲,它的量纲与待测量 x 的量纲一致。如果测量结果的 Δx 大,则表示测量结果的准确度较差,与实际结果偏离较大。因此我们测量时要尽量减小测量误差。

(2)相对误差

相对误差是指某一待测物理量的绝对误差与其测量的最佳值之比,它是没有量纲的,通常写成百分比的形式:

$$E_r = \frac{\Delta x}{\overline{x}} \times 100\% \tag{0-3}$$

3.测量误差的分类

测量误差按其性质和产生的原因分类,可以分为系统误差和随机误差两大类。

(1)系统误差

系统误差的特点是:总是使测量结果向一个方向偏离,它有固定的大小,或是按一定规律变化。系统误差的来源主要有下面几个方面:

①仪器误差。这是由于仪器本身不可能制造得无限精密,总是存在着某些缺陷造成的。如仪器的零点不准、放大器的非线性、仪器本身的灵敏度和分辨率有限等。

②理论(方法)误差。这是由于测量所依据的理论公式本身的近似性,或实验条件不能达到理论公式所规定的要求,或测量方法所带来的。如系统吸热测量公式中没有把散热考虑在内;单摆的周期公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 的成立条件是摆角趋于零,这在实际中是达不到的;用伏安法测电阻时忽略了电表内阻的影响等。

③个人误差。这是由于实验者本人生理或心理特点所带来的误差。例如用停表计时时,常有人总是过早(或总是过迟)按表。

对实验中的系统误差,可通过校准仪器、改进实验装置和实验方法,或对测量结果进行

理论上的修正加以消除或尽可能减小。

(2)随机误差(又称偶然误差)

在测量过程中,在同一条件下对某一物理量进行多次测量,多次测量的结果构成了一个测量列。由于环境有起伏变化(如温度的升降、振动、气流、噪声等的影响)和偶然因素的干扰,使测量结果略有差异,因而产生误差,这类误差称为随机误差。其特点是在相同条件下多次重复测量同一物理量时,测量结果的误差大小和符号都不固定,其值时大时小,其符号时正时负,就某一次测量而言没有一定的规律,但在测量次数很多时,随机误差整体上服从正态分布的统计规律。

当测量次数足够多时,随机误差服从正态分布,误差分布函数 $f(x)$为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp(-x^2/2\sigma^2) \tag{0-4}$$

分布函数图形如图 0-1 所示,其中,坐标原点 O 为被测物理量的真值位置,横轴上 x(相当于 Δx)代表随机误差,误差分布曲线下的面积元 $f(x)\mathrm{d}x$ 的大小表示误差在$(x, x+\mathrm{d}x)$区间出现的概率。由于每一次测量,其误差范围总是在$(-\infty, +\infty)$之内,因此

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x = 1 \tag{0-5}$$

必定成立。式(0-5)称为误差分布函数的归一化条件。

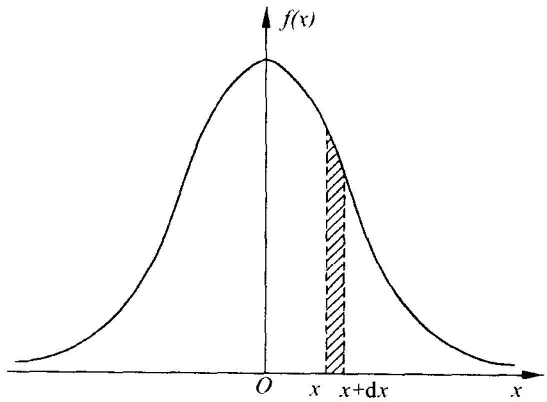

图 0-1　随机误差分布曲线

由图 0-1 可知,随机误差分布有如下特点:

①对称性——分布曲线关于纵轴对称,表明随机误差正值与负值出现的机会均等。

②单峰性——分布曲线中间高、两端渐低而接近于横轴,表明误差以较大的概率分布于 O 附近,即绝对值小的误差出现的概率大,而绝对值大的误差出现的概率小。

③有界性——测量的实际误差总是有一定界限而不会无限大,因而经验分布曲线总有一实际范围,即超过一定数值范围的误差出现的概率趋于零。

由误差的对称性和有界性可知,这类误差在叠加时有正负抵消的作用。这就是随机误差的抵偿性,利用这一性质建立的数据处理法则可有效地减小随机误差的影响,当测量次数 $n\to\infty$时,该随机误差的算术平均值趋于零。

除了系统误差和随机误差外,还有一种误差叫粗大误差,多为过失或突发性干扰造成的,数值上一般偏大,处理的原则就是将含有粗差的数据剔除。

4. 随机误差的处理

(1)测量的平均值

如前所述,在测量条件不变的情况下,一般是以多次(n 次)测量的算术平均值 $\bar{x}$ 作为测量的最佳值来代替真值A,即测量结果

$$x = \overline{x} = \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i}{n} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) \tag{0-6}$$

其中,x_i 是第 i 次测量值。

(2)标准偏差

对测量中随机误差的处理方法有多种,科学实验中常用标准偏差来估计测量的随机误差。

标准偏差的定义是:对于一个测量列,当测量次数 n 有限(但 n 很大)时,各次测得值 x_i 与平均值 $\overline{x}$ 之差(即偏差)的"方和根",称为该测量列中任一值的标准偏差,用 S_x 表示:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \quad (n\ 为有限) \tag{0-7}$$

S_x 是评价测量列优劣的参数。式(0-7)又称为贝塞尔公式。

n 次测量结果的平均值 $\overline{x}$ 的标准偏差 $S_{\overline{x}}$ 为

$$S_{\overline{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n(n-1)}}$$

式(0-8)表示,多次测量可以减小随机误差。

5.直接测量结果的表示和总不确定度的估计

完整的测量结果应给出被测量的量值 $\overline{x}$,同时还要标出测量的总不确定度 Δ,写成 $\overline{x} \pm \Delta$ 的形式,即:

$$x = \overline{x} \pm \Delta \tag{0-9}$$

它表示被测量的真值在$(\overline{x} - \Delta, \overline{x} + \Delta)$的范围内的可能性(概率),不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量的真值不能肯定的程度。

根据国际标准化组织等 7 个国际组织联合发表的《测量不确定度表示指南》(ISO1993),物理实验的测量结果表示中,总不确定度(即合成不确定度)Δ 包含 A 类和 B 类两类分量:A 类指多次重复测量用统计方法计算出的分量 Δ_A,B 类指用其他方法估计出的分量 Δ_B,它们按照"方和根"法合成总不确定度:

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} \tag{0-10}$$

(1)总不确定度 Δ 的 A 类分量 Δ_A

如果是只进行有限次测量,则这时测量误差不完全服从正态分布规律,而是服从 t 分布(又称学生分布)的规律,t 分布的峰值低于正态分布,在 $n \to \infty$ 时,t 分布趋向于正态分布,这种情况下,对测量误差的估计,就要在贝塞尔公式(0-7)的基础上再乘以一个因子,这样,总不确定度 Δ 的 A 类分量 Δ_A 可写为:

$$\Delta_A = t \cdot S_x = t \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}} \tag{0-11}$$

平均值作为测量结果的最佳值,它的不确定度可表示为:

$$\Delta_{A\bar{x}} = t \cdot S_{\bar{x}} = t \cdot \frac{S_x}{\sqrt{n}} = t \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \tag{0-12}$$

式(0－11)、(0－12)中的 t 就称为“t 因子”，它与测量次数 n 和“置信概率”p 有关，而所谓“置信概率”就是指真值落在$(\bar{x}-\Delta_A,\bar{x}+\Delta_A)$区间（又称为置信区间）的概率。$t$ 因子的数值可以根据测量次数和置信概率表查到，表 0－1 给出了 $n \leqslant 10, p=0.683$ 时的 t 值。

表 0－1　$p=0.683$ 时，不同测量次数下 t 因子的值

测量次数 n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t(p=0.683)$	1.84	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06

在大学物理实验中，测量次数 n 一般不大于 10，从表 0－1 中可以看出，在置信概率 $p=0.683$时，当测量次数 $n>5$ 时，t 近似取为 1 误差并不大，这时，式(0－11)可简化为：

$$\Delta_A = S_x \tag{0-13}$$

(2)总不确定度 Δ 的 B 类分量 Δ_B

在实验中常遇到仪器的误差或误差限值，它是参照国家标准规定的计量仪表、器具的准确度等级或允许误差范围，由生产厂家给出或由实验室结合具体测量方法约定的，用 $\Delta_{仪}$ 表示，通常取 $\Delta_{仪}$ 等于仪表、器具的示值误差限或基本误差限（许多计量仪表、器具的误差来源及计算已经超出了本课程的要求范围）。大学物理实验中所使用的多数仪表、器具测量的随机误差分量一般比其基本误差限或示值误差限小得多，因此我们约定，本课程中把 $\Delta_{仪}$ 简化地当作总不确定度中用非统计方法估计出的 B 类分量 Δ_B，即：

$$\Delta_B = \Delta_{仪} \tag{0-14}$$

(3)总不确定度 Δ 的合成

当测量次数 $n \geqslant 5$ 时，由式(0－10)、式(0－13)和式(0－14)可得出

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{S_x^2 + \Delta_{仪}^2} \tag{0-15}$$

如果 $S_x < \frac{1}{3}\Delta_{仪}$，或估计出的 Δ_A 对实验最后结果的影响甚小，或因实验条件限制等原因只进行了一次测量，则式(0－15)可简化为 $\Delta=\Delta_{仪}$。

(4)粗差的判定与剔除

按照数理统计的理论，对于一个测量次数 n 较大的正态分布的测量列，待测量的真值落在$(\bar{x}-S_x,\bar{x}+S_x)$区间里（即 $\Delta=S_x$）的概率为 68.3%，落在$(\bar{x}-2S_x,\bar{x}+2S_x)$这个区间里（即 $\Delta=2S_x$）的概率为 95.5%，落在$(x-3S_x,x+3S_x)$这个区间里（即 $\Delta=3S_x$）的概率为 99.7%。这就是说，真值的随机误差落在$(-3S_x,3S_x)$这个区间以外的概率仅为 0.3%，几乎可以忽略不计了。因此，一般将 $3S_x$ 称为测量列的极限误差，$3S_x$ 准则也叫拉依达准则，物理实验中常用它剔除粗差。

使用拉依达准则剔除粗差时应注意，测量次数 n 应大于 11 次以上才可以使用拉依达准则，计算出测量列的 $3S_x$，剔除坏值以后，需重新计算测量列的 $3S_x$，检查是否还有需要剔除的坏值，如此反复，直至剔除掉所有的粗差为止。

6. 间接测量结果的表示和总不确定度的估计

(1)间接测量结果的一般表示

设间接测量量： $F = F(x, y, z, \cdots)$ (0-16)

其中 x、y、z 为独立的直接测量量，则可导出下述关系式（这里不作证明）：

$$\overline{F} = F(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z}, \cdots) \tag{0-17}$$

式(0-17)表示：间接测量量 F 的平均值 $\overline{F}$ 等于将各直接测量量的平均值 $\overline{x}$、$\overline{y}$、$\overline{z}$ 等带入函数关系式后的结果。

(2)间接测量结果的总不确定度 Δ_F

由于直接测量有误差，因此带来间接测量误差，直接测量结果的不确定度必然影响到间接测量结果的不确定度。通常，用下列两式来简化计算间接测量结果的不确定度：

$$\Delta_F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 \Delta_x^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 \Delta_y^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 \Delta_z^2 + \cdots} \tag{0-18}$$

$$\frac{\Delta_F}{F} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2 \Delta_x^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2 \Delta_y^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2 \Delta_z^2 + \cdots} \tag{0-19}$$

式(0-18)和式(0-19)被称为不确定度的传递公式。如果 F 是和、差形式的函数，用式(0-18)方便；如果 F 是积、商形式的函数，用式(0-19)方便。

7. 百分差 δ_r

如果被测量有公认标准值或理论准确值，在误差分析时，还常把该量的测量值与公认值或理论值进行比较，这样得到的百分差 δ_r 也可以用来评价测量结果的优劣。即

$$\delta_r = \frac{\text{测量值} - \text{公认(理论)值}}{\text{公认(理论)值}} \times 100\% \tag{0-20}$$

8. 测量结果的有效数字

通过实验得到测量数据，并不是工作的完结，还需要对实验数据进行处理。有关数据处理方面的内容很丰富，这里只能本着实用的原则，介绍一些基本知识。

1)有效数字的概念

由于在测量中总是存在误差，因此测量结果和计算结果的数值就不能随意取位，如 2.2531±0.01cm应当写成 2.25±0.01cm，这是因为测量结果的不确定度为 0.01cm，在 1/100 厘米位上已经不准确了，再往后面写数字没有意义。

我们可以这样定义有效数字：测量结果中可靠的几位数字加上可疑的一位数字统称为测量结果的有效数字。有效数字中的最后一位虽然是不确定的，但它还是在一定程度上反映了客观实际，因此，它也是有效的。例如 2.25 的有效数字是三位，310.25 的有效数字是五位。

有效数字的位数与十进制单位的变换无关，即与小数点的位置无关。因此用以表示小数点位置的“0”不是有效数字。例如，2.25cm 换成以毫米为单位时为 22.5mm，以米为单位时，则为 0.0225m，这三种表示法完全等效，均为三位有效数字。

当“0”不是用作表示小数点位置时，“0”是有效数字。例如，1.035cm，有效数字为四位，1.0cm，有效数字为二位，1.0000cm，有效数字为五位，显然，1.0cm 与 1.0000cm 的有效数字位数不同，所表示的意义也不相同，不能把它们混为一谈。必须明确的是，数据最后的零既不能随便加上，也不能随便去掉。

2)有效数字与测量不确定度的关系

按照有效数字的定义,有效数字的最后一位是有误差的,即是不确定的。由于不确定度本身只是一个估计的范围,一般情况下,不确定度的有效数字只取一位,将有效数字的定义与不确定度取一位结合起来,就能写出测量结果的数值了。即:任何测量结果,其数值的最后一位要与不确定度所在的这一位取齐。例如,$I=145\pm0.5\text{mA}$ 应写成 $I=145.0\pm0.5\text{mA}$,$g=9.80125\pm0.0003\text{m/s}^2$ 应写成 $g=9.8012\pm0.0003\text{m/s}^2$,等等。由此可见,测量结果的有效数字位数,完全取决于不确定度的大小。

3)数值的科学记数法

如果一个数值很大且有效数字位数不多时,应用科学记数法来表示这个数。例如,我国某年的人口为七亿五千万,统计误差为二千万,有效数字只有两位,但是数值本身很大,写成 750 000 000 ± 20 000 000 人或 75 000 万 ± 2 000 万人都不妥当,这时应该把该数写成 $(7.5\pm0.2)\times10^4$ 万,这就是数值的科学记数法。7.5 ± 0.2 表明有效数字及误差,而 10^4 万则表明单位。当数据的数值很大(或很小)时,使用科学记数法可使数字计算及定位变得简便。

4)有效数字的运算法则与有效位数判定

在物理实验中,有效数字计算及结果取位,可按下述原则执行:

(1)运算结果的有效数字位数只和参加运算的待测量的有效数字位数有关。

(2)对不标明误差的纯有效数字运算:

①加、减、乘、除法的运算法则是:准确数与准确数运算结果仍为准确数;准确数与可疑数、可疑数与可疑数运算结果为可疑数。运算最终结果保留一位可疑数(对于乘、除法,一种简便的方法是:看参与运算的数据中哪个数据的有效数字位数最少,运算结果的有效数字位数就与它相同,特殊情况时可多取一位)。

②乘方、开方、取对数运算,结果应与被运算数有效位数相同。

③参加运算的常数,运算中取位应比有效数字位数最多的待测量再多取一位。

举例如下(数字下划横杠表明是可疑数):

$243.\underline{3}+13.46\underline{2}+2.0\underline{1}=258.\underline{772}$,结果记作 $258.\underline{8}$;

$674.\underline{6}-21.3\underline{5}=653.\underline{25}$,结果记作 $653.\underline{2}$;

$23.\underline{4}\times2.\underline{6}\times10^1=6.\underline{084}\times10^2$,结果记作 $6.\underline{1}\times10^2$;

$63.\underline{8}\div1.\underline{2}=53\underline{.1\cdots}$,结果记作 $5.\underline{3}\times10^1$。

(3)需要标明不确定度的有效数字,如实验测量数据:

①最终结果的有效数字应取至不确定度所在位,由此定出结果的有效位数。

②对中间运算结果,一般要先多取一位,但由于现在计算器广泛使用,这点可不作硬性要求。

(4)不确定度的有效位数:

①最终结果的不确定度一般取一位有效数字;当首位为 1、第二位小于 4 时,也可取两位。

②为保证最终结果可靠,中间运算过程中不确定度可取二位有效数字。

③最终结果的相对误差(即不确定度的相对大小)取位为:$E_r<10\%$ 时取一位,$E_r>10\%$ 时取两位。

5)有效数字的取舍原则

在判定了数值应取的有效位数后，就应当把数据中多余的数字舍弃，这就是有效数字的取舍。规定有效数字的取舍原则如下：

①对数据运算结果，尾数取舍原则为：小于五则舍，大于五则入，等于五则把尾数凑成偶数。具体做法是：将拟舍弃的数字首位按个位计，拟舍弃的数字小于五时舍去；大于五时向上一位进 1；等于五时如上一位是偶数时舍去，是奇数时向上一位进 1。

举例如下，将下列各数取为 3 位有效数字(带下划线的数字为拟舍弃的数字)：

1.41 $\underline{49}$，取为 1.41

1.41 $\underline{511}$，取为 1.42

1.40 $\underline{511}$，取为 1.41

1.41 $\underline{50}$，取为 1.42

1.40 $\underline{50}$，取为 1.40

②对测量不确定度，应考虑避免其估计不足，因此不确定度的取舍原则是只入不舍。例如，最终结果的不确定度 $\Delta_F = 0.0321$ 应化整为 $\Delta_F = 0.04$，$\Delta_F = 0.0112$ 应化整为 $\Delta_F = 0.012$。

9. 实验数据处理方法

实验中测得的大量数据，需要很好地整理、表示、分析、计算，以期从中得到最终结果和找出实验规律，这一过程称作数据处理。这里介绍数据处理的基本知识和基本方法。

1)列表法

将实验中测量数据、中间计算数据、最终结果等依一定的形式和顺序列成表格，列表时要注意写清楚物理量的名称、符号和单位，以及一些必要的说明和备注。列表法的优点是结构紧凑，简单易行，便于分析比较，易于发现问题，易于找出物理量之间的相互关系和变化规律，以及多变量情况条理清楚，不混乱等。缺点是数据变化趋势不如图示法形象直观。

2)作图法——图示法与图解法

(1)图示法

实验结果的图形表示，有明显的直观性和很强的实用价值。根据图形，可以用图解法得到实验结果，也可以有助于选择经验公式和数学模型。具体作图步骤是：

①根据整理好的实验数据选用合适的作图纸。常用的作图纸有直角坐标纸、对数坐标纸、极坐标纸等。

②定标与分度。在坐标轴上标明轴所代表的物理量符号和单位，通常，自变量要用横轴表示；坐标轴上标度的大小，一般应体现有效数字的位数；坐标原点不一定从零开始，两坐标轴标度比例应恰当，使曲线尽量充满全幅图纸，清楚地反映变量之间的关系。另外，为便于绘图和查找数据，两标度值间的量值变化以取 1、2、5 及其十进倍率为佳。

③作散点图。用硬铅笔在图纸上用符号 ×、○、△、⊕标出各实验数据点，一条曲线只能使用同一种符号。

④拟合曲线。用细铅笔沿直尺或曲线板通过多数实验点作直线或光滑曲线。不落在线上的实验点应均匀分布在曲线的两侧，且尽量靠近曲线。注意，校准曲线是用连接实验点的折线表示。

⑤图名与注解。在曲线上方或下方写出图线的名称、作图者姓名、日期及必要的注解说明等。

(2)图解法

利用图示法得到的物理量之间的关系曲线，进一步求出所需的其他未知量的过程称图解法，现通过下面的例子，说明此方法的步骤和注意事项。线性方程 $y = ax + b$，由实验数据所得直线如图 0-2 所示，求出直线的斜率 a 和截距 b。

①选点：在直线上任取两点 P_1 和 P_2，用与实验点不同的符号，标出它们的坐标 (x_1, y_1) 和 (x_2, y_2)。P_1、P_2 一般不取实验点，相隔不能太近，也不允许超出实验点范围以外。

②计算：由 $y_1 = ax_1 + b$，$y_2 = ax_2 + b$ 得：斜率 $a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$，截距 $b = y_1 - \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$，也可从图上直接读出 b 的数值。

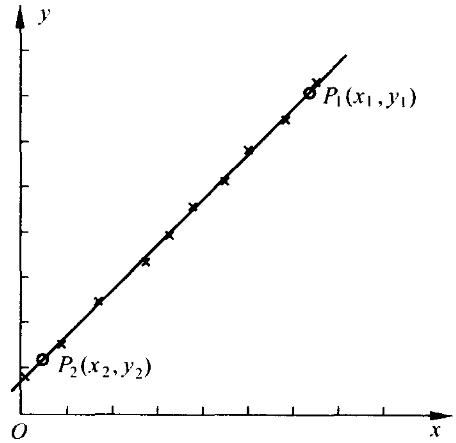

图 0-2　图解法求直线斜率与截距

(3)曲线改直

在实际工作中，有许多复杂的函数形式经过适当变换后可成为线性关系，即把曲线改成直线。由于线性问题容易研究，所以，在许多情况下常常需要把曲线图变成直线图。具体说来就是：已知非线性方程 $y = f(x)$，作变量变换 $y \to y'$，$x \to x'$，得到 y' 与 x' 间成线性化的方程。根据实验数据 (x, y) 计算 (x', y')，就可以在直角坐标纸上作 $y' - x'$ 的拟合直线了，曲线改直的常见情况见表 0-2。

表 0-2　非线性方程的线性化

序　号	非线性方程	线性化变换		线性化方程
		y'	x'	
1	$y = (b_0 + a_0 x^a)^{1-b}$	y^b	x^a	$y^b = b_0 + a_0 x^a$
2	$y = ax^b$	$\ln y$	$\ln x$	$\ln y = \ln a + b\ln x$
3	$y = b_0 + a_0 e^{ax}$	$\ln(y - b_0)$	x	$\ln(y - b_0) = \ln a_0 + ax$
4	$y = e^{(a+bx)}$	$\ln y$	x	$\ln y = a + bx$
5	$e^y = ax^b$	y	$\ln x$	$y = \ln a + b\ln x$

3)逐差法

当自变量与因变量之间成线性关系，自变量按等间隔变化，且自变量的不确定度远小于因变量的不确定度时，可使用逐差法计算因变量变化的平均值。具体做法是：在自变量 x 等间隔变化的情况下，测量 $2k$ 个(即偶数个)y 数据，然后把它们对半分成前后两组，即第一组数据为 $y_1, y_2, \cdots, y_k$，第二组数据为 $y_{k+1}, y_{k+2}, \cdots, y_{2k}$。将前后两组数据的对应项相减，得到 k 个差值：

$$\Delta y_1 = y_{k+1} - y_1$$

$$\Delta y_2 = y_{k+2} - y_2$$
$$\Delta y_3 = y_{k+3} - y_3$$
$$\vdots$$
$$\Delta y_k = y_{2k} + - y_k$$

最后可求得：
$$\overline{\Delta y} = \frac{\Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_3 + \cdots + \Delta y_k}{k}$$

用逐差法处理数据的优点是：

①保证了全部测量数据被充分利用；

②减小了平均值的不确定度。

要注意的是，只有在同时具备以下两个条件时，才可以使用逐差法：

①函数可以写成多项式形式。对于线性函数，可作一次逐差处理，对于二次函数，可作二次逐差处理；

②自变量是等间隔变化的。

4)最小二乘法与一元线性回归

(1)最小二乘法原理

最小二乘法是一种常用的数学方法。在实验中常常使用这种方法处理数据，以求得经验公式。在讨论随机误差时，我们已经知道偏差等于测量值与总体平均值之差。当随机误差服从正态分布时，偏差有两个重要特性，即偏差的代数和为零及偏差的平方和最小。这正是最小二乘法的理论基础。

设物理量 x、y 之间具有一定的函数关系 $y=f(x)$。一般都是把误差最小的物理量定为自变量 x，而主要误差都出现在另一物理量即因变量 y 上。在实验中对自变量取值为 x_i，测得与之相应的因变量数值为 $y_i(i=1,2,\cdots,n)$，在获得(x_i,y_i)这组数据的测量中，我们认为不存在系统误差(即无偏性)，y_i 的随机误差相互独立，且服从正态分布。此时可用最小二乘法处理数据。

最小二乘法的原理是：利用已获得的一组测量数据(x_i,y_i)，求出一个误差最小的最佳经验公式，使测量值 y_i 与用最佳经验公式计算出的值y 之间的偏差平方和最小，即：

$$\sum_{i=1}^{n}[y_i = f(x_i)]^2 = \min$$

根据最小二乘法原理，可以求出经验公式中的待定参数。

(2)一元线性回归

回归分析是一种处理变量间相关关系的数理统计方法。回归也称拟合，线性回归称直线拟合。当两个变量间具有线性相关关系时，可用一条理想的直线来描述。称为一元线性回归；当两个变量间有非线性相关关系时，可用一条理想的直线来描述，称为一元非线性回归，也称曲线拟合。

因为线性关系是最简单的一种函数关系，也是物理实验中经常用到的，同时又因为许多非线性的函数关系经过变量置换后常可转换成线性关系，因此，这里只介绍一元线性回归。

当因变量 y 与自变量x 之间具有线性关系时，用最小二乘法原理对一组数据(x_i,y_i)进行处理，求出最佳的直线方程，这就是一元线性回归。最佳直线方程 $Y=a+bX$ 称为回归方程，其中 a 和b 为回归系数。求回归方程实际上就是要确定回归系数 a 和b。

实验中已测得 x_i、y_i（$i=1,2,\cdots,n$）。对应每一个 x_i 值，用经验公式算出的 Y 值应该是最佳值。由于测量中误差的存在，使测量值 y_i 与最佳值 Y 之间有偏差 $y_i - Y$，偏差的平方和为：

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - Y)^2 = \sum_{i=1}^{n}[y_i - (a + bx_i)]^2 \tag{0-20}$$

其中 x_i、y_i 都是已知的测量值，a、b 是待定系数。根据最小二乘法原理，求出适当的 a 和 b 值，使式(0-20)有最小值，即可确定经验公式。将式(0-20)分别对 a、b 求一阶偏导数，并令它们等于零（为了书写方便，以下用 $\sum$ 代替 $\sum\limits_{i=1}^{n}$）。

$$\frac{\partial}{\partial a}\sum[y_i - (a + bx_i)]^2 = -2\sum(y_i - a - bx_i) = 0 \tag{0-21}$$

$$\frac{\partial}{\partial b}\sum[y_i - (a + bx_i)]^2 = -2\sum(y_i - a - bx_i)x_i = 0 \tag{0-22}$$

由式(0-21)得到：

$$a = \frac{\sum y_i}{n} - b\frac{\sum x_i}{n} = \bar{y} - b\bar{x} \tag{0-23}$$

把式(0-23)代入式(0-22)，经整理得到：

$$b = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} \tag{0-24}$$

其中：

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{n}\sum x_i^2$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum y_i$$

$$\overline{xy} = \frac{1}{n}\sum x_i y_i$$

将式(0-21)和式(0-22)再对 a 和 b 求一次偏导数，得到的结果大于零，由此证明式(0-23)和式(0-24)给出的 a 和 b 是最佳系数，至此确定了经验公式，即一元线性回归方程 $Y = a + bX$。根据这个公式可得到回归直线。

一元线性回归的相关系数为：

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2\sum(y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \bar{x}^2)\cdot(\overline{y^2} - \bar{y}^2)}} \tag{0-25}$$

相关系数是验证两变量之间相关性的一个参数。相关系数 r 的数值范围是 $0\leqslant|r|\leqslant1$。

$r=0$，说明 y 与 x 之间根本不具有线性关系。在这种情况下数据点分散，偏离回归曲线较远。

$r=1$，说明 y 与 x 之间具有完全线性关系，是强相关。在这种情况下，数据点全部落在回归曲线上。所以，r 的大小反映了 y 与 x 之间线性关系的密切程度。

10. 误差分析应用举例