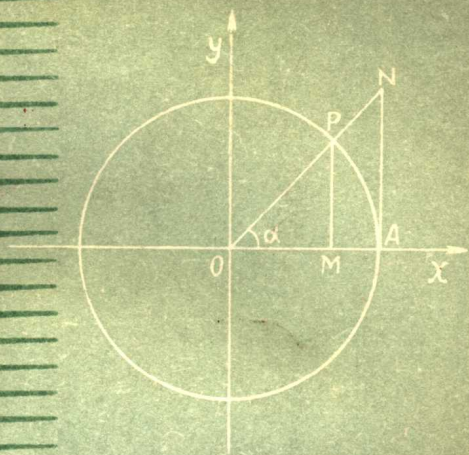




高中数学选择题

江苏省南菁中学数学组 编

南京大学出版社

高中数学选择题

江苏省南菁中学数学组编

南京大学出版社

1986·南京

内 容 简 介

全书共分四部分。第一部分是关于选择题的“题”和“解”，分析研究了选择题的特点和各种题型；如何编写选择题、解选择题；剖析学生在解选择题时的各种错误。第二、三部分提供了代数、几何、三角及解析几何的单元练习和综合练习。第四部分是练习解答。该书题材丰富、构思新颖，紧扣高中数学的双基要求，对促进中学数学教学和考试改革，对广大中学教师和学生适应标准化命题是一本必备的参考书。同时适合自学青年阅读。

高 中 数 学 选 择 题

江苏省南菁中学数学组编

南京大学出版社出版

(南京大学校内)

江苏省新华书店发行 国营阜宁人民印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 10.8125 字数 243千

1986年11月第1版

1986年12月第1次印刷

印数 1—170,000

统一书号：7336·017

定价：1.80元

参加本书编写的人员:

周公贤 (无锡市青山中学)

李金安 (江苏省南菁中学)

勇 青 (江苏省南菁中学)

韩连华 (江苏省南菁中学)

刘源荣 (江苏省南菁中学)

目 录

一、关于选择题的“题”与“解”	1
1.1 选择题的特点	1
1.2 选择题的题型	5
1.3 选择题的解法	7
1.4 选择题的编制	21
1.5 选择题错解的“病因”分析	28
二、单元练习	37
代数	
2.1 集合与函数	37
2.2 三角函数	55
2.3 两角和与差的三角函数	69
2.4 反三角函数和简单三角方程	79
2.5 三角函数综合练习	89
2.6 数列与数学归纳法	99
2.7 不等式	112
2.8 复数	126
2.9 排列、组合，二项式定理	139
2.10 多项式与方程（组）	148
2.11 数列的极限	153
立体几何	
2.12 直线与平面	160
2.13 正方体与长方体	172
2.14 棱柱、棱锥、棱台	177

2.15 圆柱、圆锥、圆台	183
2.16 球面与球体	188
2.17 立体几何综合题	194
解析几何	
2.18 直线	201
2.19 曲线与方程	206
2.20 圆	212
2.21 椭圆	217
2.22 双曲线、抛物线	223
2.23 坐标变换	227
2.24 极坐标	232
2.25 参数方程	236
2.26 解析几何综合题	242
三、综合练习	249
3.1 充分与必要条件	249
3.2 综合题(一)	251
3.3 综合题(二)	256
3.4 综合题(三)	261
3.5 多重选择题(一)	266
3.6 多重选择题(二)	270
四、练习答案与解法提示	277

一、关于选择题的“题”与“解”

随着近年来我国探索“试题标准化”活动开展以来，特别是1985年广东高校入学考试进行“标准化命题”的试点以后，中学数学界对选择题题型的研究与讨论活动正在更加广泛深入地展开，不少教师和学生对于数学选择题也开始重视起来。从1983年以来的短短两三年时间内，各地报刊上虽已见到一些有关文章，但教材中的例题、习题未见一例可供教师使用，在《教学参考书》中亦未提一字。在这种情况下，我们一面在等待数学界的同行撰写专著，一面就在资料甚少、经验不多的情况下，着手整理了近几年来的尝试与探索所积累的素材，编写了这本可供高中数学教师在执教各年级教学时使用的《高中数学选择题》，希望能以此作为引玉之“砖”。

为了能使本书更好地发挥作用并提高其使用价值，我们重新整理了有关的教学笔记和专题讲座的讲稿，将其中关于“选择题的特点”、“选择题的类型”、“选择题的解法”以及专为老师们介绍“怎样编制选择题”等内容写在前面，以期能对后面介绍的1200多个选择题在解答和使用方面起一点引导作用。

1.1 选择题的特点

一个数学选择题的原型就是一个数学命题，有“题设”与“题断”两个部分。它与一般的数学命题的不同之处仅在于把正确的“题断”，“混迹”在几个“形是实非”的结论

中，不直接给出。这些供选择用的结论通常称为“题断”的“选择支”。如何正确地排除错误选择支的干扰，找到正确的题断，从而“还原”成一个正确的数学命题，这就是选择题的最大特点。然而，选择题之所以成为“标准化命题”的重要课题，则还由于它具有以下一些重要特点：

(一) 选择题能作为测量思维能力和速度的一种尺度

选择题只要求确定选择支中正确“题断”的代号，因而能分辨出学生在思维速度上的差异。如果某学生忽略了这一特点而完全采用常规的解题思路和方法，就很可能“事倍功半”，而若某学生能注意运用比较、分析、观察、想象、类比等方法，对各选择支进行判断、筛选，就必能收到“事半功倍”之效。选择题从总体来说是对思维速度的一种综合考查题，因而是一种起着测量功能的尺度。

(二) 选择题能作为探测“双基”掌握中缺漏的一种工具

由于谬误的选择支与正确的选择支被随机地分布在供选择的答案中，这些起干扰作用的选择支多半来自因概念不清、审题不慎、考虑不周、推理不当、因果不分，计算不对而产生的错误结论，这些干扰或从正向或从负向都能诱发产生相应的反馈。形似而实非、形非而实是的选择支常使一些学生不知所措，“双基”掌握中的缺漏之处会得到真实的反映，所以，选择题能较好地发挥这种探测工具的功能。

(三) 选择题是符合标准化命题要求的一种题型

标准化命题要求在试题的数量、形式、知识的覆盖面、内容的难易度、结构的综合性以及试题的解答、评卷等都应有所体现。而选择题大都是小而巧、灵且活；答案中有正确的选择支，也有错误的选择支，它不要求学生写出计算、推理和判断的过程，化时不多，能有利于配合其它题型全面地

考查学生的“双基”和能力；答案以规定的代号写出，便于批阅和统一评分，特别是在试卷总量很大的考试中，利于用计算机评分、核分，有效地防止一些人为的差错，节省大量的人力、物力和时间。因而，选择题的这一特点正理所当然地以新的姿态作为标准化命题的一种题型而发挥其作用。

但是，在看到上述作为优点而存在的特点之外，还应注意到作为缺点而出现的特点：

(一) 选择题不能确保试题应有的信度

随机排列的选择支通常有四、五个，随机选对的概率将是不小的一个数。对一组选择题而言，即使对所学知识掌握得极差的学生来说，也完全可能会“选对”几个根本一无所知的答案而得分。若以每题设置四个选择支而言，当只有一个正确的选择支时，随机选对的概率将是 $\frac{1}{4}$ ；当正确的选择支不止一个时，其概率亦将是 $\frac{1}{2^4 - 1} = \frac{1}{15}$ 。可见，选择题无法体现真实的试题信度。

(二) 选择题不能确切反映致错的原因

由于选择题的答案只能反映正确与错误，即使答对的也无法排除偶然因素，而答错的更无法正确分析其导致失误的确切原因。因而事后也无法进行针对性的辅导，致使教师难以进行讲评，不易找出改进教学的“着力点”。因此，选择题与其它题型如计算题、证明题相比，真实反映致错的“灵敏度”是很差的。

(三) 选择题不能确切了解掌握双基的程度

双基所包括的内容不是靠选择支孰对孰误所能全部反映的，因为学生掌握双基的程度在很多情况下，必须从解题的全过程中才能获得全面的信息。而选择题却恰恰完全“略去

了”全部“解题的过程”，因为不少情况就很难确知。例如：数学语言的运用是否正确？计算公式的运用是否熟练？推理能否一步一理？书写是否合乎规格？空间想象能力是否恰当？参数的设置是否恰当？等等。此外，选择题还无法代替作图题等题型，因此也就无法确知学生的逻辑推理、画图、作图方面实际能力。

综上所述，选择题有其“得天独厚”的长处，亦有不可忽视的短处，因而它不是标准化命题题型的唯一形式。但只要注意扬长避短，定会收到预期的效果，这是毋庸置疑的，并已为实践所证明。

采用选择题作为试题的一种题型，要求学生发展思维的灵活性，并提高分析判断的能力。如果我们能将选择题作为平时课堂教学过程中的课内外例题与习题，那末将能起着一种“培养基”的作用，能有利于培养勤于思维、善于思维的创造型人才，这也是编写本书的一个出发点。事实上，选择题的要求表面上仅是作出一个确切的判断而已，然而作出正确判断的前提不仅在于学生实际掌握双基的程度，还在于能否根据所给的信息及“题断”部分所给的暗示与干扰进行有效的、正确的、迅速的、灵活的并带有创造性的思维活动，决不能认为仅仅是“乏味”地在几个选择支中选定一个就此为止了。而应该引导学生自觉地、认真地通过观察、分析、比较、综合、归纳、类比、猜测、筛选、推理、计算、直观、想象等思维方法和手段仔细审题后从正面、反面或侧面用直接、间接的方法去否定作为错误的判断的干扰支，去确定正确的判断，这是很有“韵味”的。如果能启发诱导学生在平时进行选择题练习后注意分析致错的原因，研究和讨论最有效的思路和方法，对双基进行一番补短堵漏的“善后”

活动，那末对学生养成踏实、严谨、钻研、勤奋的学风、对发展学生的思维能力和提高教学质量将是很有意义的，是很有“余味”和“兴味”的。

1.2 选择题的题型

选择题和其它各种题型一样，可以按照不同的标准分类，由于选择题是一种比较简单的题型，通常可从两个方面进行分类：

(一)按选择支中存在“正确题断”的个数来分(有两类)

(1)单一选择题(即“单选择题”)——“题断”部分中，有且仅有一个正确的选择支。

(2)多重选择题——“题断部分中”，至少有一个正确的选择支。

这两类选择题都可分为“完全型”与“不完全型”(即“填充型选择题”)两种形式。所谓“完全型”即指所有选择支上都给出了供选用的结论，而“不完全型”是指该命题的最后一个选择支不给出结论而留空备用。在单选择题的情况下，如果前三个选择支中已有正确的结论，那么留空的选择支等于虚设而无效，如前三个选择支中未见正确结论，可将正确的结论自行填入，补成“完全型”。在多重选择题的情况下，如果认为还另有正确的结论时，也可将其自行填入，补成“完全型”。

(二)按选择支的属性来分(大致有六类)

为节省篇幅，下面所选的例题均属完全型的单一选择题。

(1)定量型——要求通过直接计算或间接判断对所指定的量的大小或范围作出判断。

【例1】 有多少个正整数 n ，能使 $(n+i)^4$ 成为整数？

- (A) 1个 (C) 3个
(B) 2个 (D) 4个

【例2】 在锐角三角形 ABC 中，若 $AB=1$ ， $AC=2$ ，则 BC 的取值范围是

- (A) $(\sqrt{3}, 3)$ (C) $(1, \sqrt{5})$
(B) $(\sqrt{3}, \sqrt{5})$ (D) 以上答案都不对

(2) 定性型——要求通过观察、分析、联想和推理对所指定的某些性质作出判断。

【例3】 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ ，当 x 增加时， $F(x) = \arcsin(\cos x) - \arccos(\sin x)$ 的值

- (A) 随着增加 (C) 增减不定
(B) 随着减少 (D) 恒为常数

(3) 定位型——要求根据题意或图形进行分析、推理，对所指定的元素的位置作出判断。

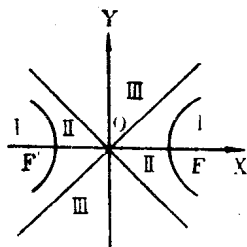
【例4】 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

与其渐近线把坐标平面分成三个区域：

I：双曲线及其焦点所在的区域。

II：双曲线与其渐近线所交成的区域。

III：渐近线与 y 轴所在的区域



点 $P(x_0, y_0)$ 在 哪一个区域内时，过 $P(x_0, y_0)$ 所引的弦的中点，不可能恰恰是点 $P(x_0, y_0)$ 。

- (A) I (C) III
(B) II (D) 以上结论都不对

(4) 定形型——要求在给定条件下, 对所指定的对象的形状或图形名称作出判断。

【例 5】圆台被经过上底的一条直径且平行于母线的平面所截, 截面图形是

- (A) 矩形 (C) 不等腰梯形
(B) 等腰梯形 (D) 不是一个多边形

(5) 定序型——要求通过类比或计算, 对所给的元素大小关系作出判断。

【例 6】若用 a, b, c, d 分别表示 $\cos 36^\circ + \cos 72^\circ, \cos 36^\circ - \cos 72^\circ, \cos 36^\circ \cdot \cos 72^\circ, \cos 36^\circ \div \cos 72^\circ$ 。则它们从小到大的顺序应该是

- (A) $a < b < c < d$ (C) $b < c < d < a$
(B) $b < c < a < d$ (D) $c < b < a < d$

(6) 混合型——兼有以上某几类要求的对所指定的对象作出判断。

【例 7】球 O_1 , 球 O_2 , 球 O_3 分别是一个正方体的内切球、与各棱相切的球、外接球, 则它们的球面面积 S_1, S_2, S_3 一定是

- (A) 成等差数列 (C) 各自的平方成等差数列
(B) 成等比数列 (D) 既非等差也非等比数列

此外, 当然还可以按照其它标准来分类。例如, 按内容来分, 还可以有“单科性”、“多科性”、“综合性”选择题等等, 此处不再赘述。

1.3 选择题的解法

选择题作为题型的一种, 它的解法也就有其特殊之处。为此, 在讨论解法之前, 必须先简要地提一下解选择题应该注意

意的几个问题.

(一)必须注意题前的指示语

写在选择题前面的带有指令性说明的指示语通常有两部分内容:

(1)说明所给的选择题是“单一选择题”还是“多重选择题”.(通常都是“完全型”的,如出现“填充型选择题”时,亦应在此顺便说明)

(2)说明所给的选择题的评分标准.包括“单一选择题”的选对、不选、选错的给分或扣分标准及“多重选择题”中的选全、多选或少选、不选或选错的给分或扣分标准.

(二)必须细审题意

要注意细审题意,认真推敲,分析关键词语及隐含条件,务必在此基础上再开始着手解题,否则就容易“上当”、“受骗”.

【例8】已知 α 角的终边上一点 $P(7a, 24a)(a \neq 0)$,则 $\csc\alpha + \operatorname{ctg}\alpha$ 的值是

- (A) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$
(B) $-\frac{3}{4}$ (D) 以上答案都不对

不少学生仅考虑 α 在第I象限而忽视也可能在第III象限的情况,如能注意“ a 可正、可负”这个隐含条件,则易知应有两个答案,而选(D).

【例9】方程 $\frac{2x}{x+1} - \frac{k}{x^2+x} = \frac{x+1}{x}$ 有唯一解时, k 只能

取

- (A) 2 (C) ± 2
(B) -2 (D) 以上都不对

不少学生在考虑将方程变形为 $x^2 - 2x - (k+1) = 0$ 后，常常只想到再由判别式 $\Delta = 0$ 而得出 $k = -2$ 去选(B)，而忽视了原分式方程中隐含着 $x \neq 0$ 和 $x \neq -1$ 的条件，而二次方程 $x^2 - 2x - (k+1) = 0$ 中如有一个根为0时，则可得 $k = -1$ ，此时另一个根 $x = 2$ 即为原分式方程的唯一解。至此已可确定答案应选(D)。〔若用 $x = -1$ 作为 $x^2 - 2x - (k+1) = 0$ 的一个根时，则同样可得 $k = 2$ ，此时另一个根 $x = 3$ 即为原分式方程的唯一解，亦可确定答案应选(D)〕

(三) 必须注意选择支中的干扰支和暗示性

要注意考虑到所给的选择支有的是为干扰而设置的，要充分利用选择支的暗示作用去排除干扰，从而进行正确的选择。

在某种意义上说，选择支大多数既有暗示性，也有干扰性。同一类选择支对有些人来说起了暗示作用的，而对另一些人来说可能起了干扰作用的。

【例10】在圆柱、圆锥、圆台中，由两条母线决定的截面图形中，轴截面面积最大的旋转体一定是：

- (A) 圆柱、圆锥 (C) 圆柱
(B) 圆锥 (D) 圆台

显然，如果(D)中的圆台是正确的，那么作为特殊情况的圆锥也是正确的，即(B)亦是正确的。这不合“单一选择题”的规定，因而(B)，(D)都应否定。继而否定涉及圆锥的答案(A)，从而肯定(C)是正确的。这是利用了作为干扰选择支(D)的暗示性。当然，如果利用(C)的暗示性，因为圆柱中由两条母线决定的截面的轴截面面积为最大的结论是很容易确定的。因此可否定(B)，(D)，继而考虑(A)中带有圆柱，因(B)已否定而亦否定，故选(C)。这就利用了

(C)的暗示性,而将(C),(B),(A)的干扰作用排除了。然而,不少学生将会因未注意圆锥的轴截面在圆锥的顶角(轴截面上两母线的夹角)是钝角时,其面积将小于两母线成直角时的截面面积,而受干扰去选(A)。当学生在这一点上存在“软档”时,就会掉入所设置的“陷阱”而出错。事实上,好的选择题至少有一个选择支是考虑到不少学生极容易犯的错误而设置的,而对正确的选择支则进行“伪装”后来考查学生的判断与识别能力。因而,必须注意形似实非、形非实是的各选择支。事实证明,有无这一点思想准备,有否考虑这一点,是否总结过这样的经验、教训和体会,与解题的正确率是大有关系的。

关于选择题的解法,途径各异,解法不一,这里只简要介绍一些常用的方法,供大家参考。

1. 直接法 直接从题设条件出发,通过推理、计算、直接作出正确的判断,这是最基本的方法。大多数选择题都可用这种方法来解,因而通常亦称为常规法。对某些选择题来说,这可能是唯一的解法。

【例11】 极坐标方程 $\rho = \frac{1}{1 - \cos\theta + \sin\theta}$ 所表示的曲线

是

- | | |
|--------|---------|
| (A) 圆 | (C) 双曲线 |
| (B) 椭圆 | (D) 抛物线 |

【例12】 设 $\alpha = \cos 40^\circ + \sin 40^\circ$, 则 $[\alpha + 2\alpha^2 + 3\alpha^3 + \dots + 9\alpha^9]^{-1}$ 可化简为

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| (A) $\frac{2}{9} \sin 20^\circ$ | (C) $\frac{2}{9} \cos 20^\circ$ |
| (B) $\frac{9}{2} \sin 20^\circ$ | (D) $\frac{9}{2} \cos 20^\circ$ |

2. 间接法 不通过直接的推理或计算，而通过联想、对比、变形、分析、假借、观察等手段作出正确判断。这对于一些难以直接推理或难以直接计算的选择题来说是一种常用的方法。它要求学生的知识面要广，思维要敏捷，因而亦带有一定的技巧性。它没有固定的模式，常是因题而异的。

【例13】下列各数中， $\operatorname{tg} \frac{3}{2}$ 的最佳近似值是

- (A) $\frac{3}{2}$ (C) 14.10
(B) 1.732 (D) -14.10

显然，这在不允许运用《数学用表》及计算器的条件下，是无法直接找到答案的。然而通过 $\frac{\pi}{3} < \frac{3}{2} < \frac{\pi}{2}$ 的分析，联系在第 I 象限内正切为增函数，可知， $\operatorname{tg} \frac{3}{2} > \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} > 1.732$ ，所以应选(C)。

【例14】已知命题：“坐标满足方程的点，都在曲线 l 上”是正确的，那末下列四个命题中，哪一个命题是错误的？

- (A) 曲线 l 上的所有各点的坐标，可能都不满足方程
(B) 坐标不满足方程的点，可能在曲线 l 上，也可能不在曲线 l 上
(C) 不在曲线 l 上的点，其坐标一定不满足方程
(D) 以上结论都不对

不难发现，命题(A)，(B)都是“形非而实是”的选择支。这是专为一些学生只考虑直角坐标系而不考虑极坐标系中的有关曲线和方程部分的知识而设置的。如果能想到极坐标系中，坐标平面内曲线上每一个点的坐标可以有无穷多个，它们中至少有一个坐标能满足方程，那么，这个问题就迎刃而解了。其中(C)为原命题的逆否命题，因而应该选(D)。