

# S & TR

CAEP Report -  
EMS - 0011(1994)

Science and Technology Report

高能 X 射线照相的统计涨落误差和  
灵敏度极限分析

The Analysis on Errors and Sensitivity Limit From  
Statistical Fluctuation in High Energy Flash  
X-ray Photograph

# 科技報告



China Academy of Engineering Physics

中国工程物理研究院

## 中国工程物理研究院科技系列报告

科技系列报告编辑部编辑

强激光与粒子束杂志社出版发行

(成都市 511 信箱 5 分箱, 610003)

中物院曙光印刷厂印刷



开本 787×1092 1/16 · 印张 1/2

1994 年 12 月 第 一 版 · 1994 年 12 月 第 一 次 印 刷

(绵) 新登字 2272 每册定价: 1.50 元



岑大刚: 研究员, 1964年毕业于西安交通大学数理系, 现任应用电子学研究所所长。从事于光电子学和电子学研究工作。

**Cen Dagang:** Professor, graduated from Xian jiaotong university mathematics and physics department, now as a director of institute of Applied Electronics, engages in photoelectronics and electronics research.

# 高能 X 射线照相的统计涨落误差和灵敏度极限分析

岑大刚

(中国工程物理研究院应用电子学研究所, 成都 527 信箱, 610003)

**摘要** 从高能 X 光子量子统计涨落的观点出发, 分析了脉冲 X 光照相中、量子涨落引起的图象数据测量误差, X 光图象记录能达到的最佳信噪比, 研究了均匀散射 X 光本底对测量误差的影响, 以及存在散射本底时的信噪比表达式。

针对被测物体边界判读能力, 从可信度要求得出了边界判读的最小 X 射线照射量表达式, 对这些表达式本身的误差作了分析, 讨论了改进这些表达式准确度的方法。

最后, 从减小统计误差的角度讨论了照相记录系统的合理设置。

**关键词** X 射线照相 统计涨落误差 极限灵敏度

## 1 引言

我院对脉冲 X 光照相系统作了很多研究工作, 记录系统的性能不断改进和提高。近年来又进行了电子照相系统研制工作。为了评价现有图象记录系统达到的水平, 估计进一步提高后能达到的水平, 在 1989 年 7 月讨论会上与会者提出希望对照相系统能达到的最高灵敏度进行研究。

各种电子测量仪器、收音机、电视接收机等, 可实用的最小接收信号值都有一个极限。无限的增加放大量并不能提高接收灵敏度。理论上的最小有效信号是由量子统计涨落噪声决定的。随着这些设备的改进, 最小可用信号将逐步接近这个理论极限。

在脉冲 X 射线照相中, 当 X 射线剂量不足时, 通常用增感屏, 高灵敏度底片或高灵敏度的电子照相机来获得较好的图象记录。然而这些方法对灵敏度的改进最终受到 X 光量子统计涨落噪声的限制。闪光 X 射线照相技术的专著<sup>[1]</sup>论述了多种提高记录灵敏度的方法, 但没有讨论这些方法能达到的极限。本文分析高能 X 射线照相的灵敏度极限。它有助于评估现有 X 射线图象记录系统的灵敏度性能, 估计进一步提高的潜力, 以及改进的方法。

影响图象准确记录的统计涨落因素有多种。在 高能 X 射线照相中, 单位剂量相应的 X 光子数面密度较小, 且光子与底片作用的量子效率很低, 统计涨落严

重。照相系统中还存在其他因素产生的统计涨落。底片记录方式中，有底片感光体微粒性产生的统计涨落。利用 X 光—可见光转换屏—CCD 摄像记录的方式中，存在着转换屏发光晶粒颗粒性产生的统计涨落、CCD 象素内光电转换量子统计涨落以及漏电流涨落。由于这些因素一般处于次要地位，因而一个理想的照相系统其系统噪声应该主要由 X 光子噪声决定。

本文将着重讨论照相系统中 X 光子统计涨落效应，推导出便于实用的最佳信噪比，测量灵敏度极限等估算公式。

## 2 X 光子统计涨落误差分析

在 X 光照相过程中，从 X 光源的发射到底片上潜象形成，包括一系列物理过程。这些过程都有量子统计涨落现象。在各种统计涨落过程中，其中高能 X 光子在转换屏(底片记录中的金属增感屏，感光介质本身，CCD 记录方式中的(金属屏和)发光屏)产生次级电子的过程具有最严重的统计涨落特性。

为了分析统计涨落产生的噪声，导出简单实用的计算表达式，又能反映问题的实质，把整个屏假想为数十万或数百万个象素组成。每个象素为  $L \times L \text{ cm}^2$  的正方形，X 射线由能量  $E$  的单能光子组成。

讨论由 X 光转换屏(或称增感屏)和感光片组成的系统。假定感光片本身吸收 X 光的能力比转换屏低得多(或将底片的作用折算到转换屏)，底片的感光能是由转换屏内 X 射线产生的次级电子带入的。

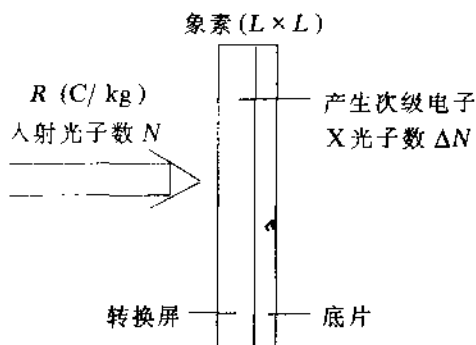


图 1 入射 X 光子和象素的作用

每个象素的信号涨落是由象素内沉积能量的涨落决定的，它取决于转换屏产生的次级电子数涨落，次级电子进入感光屏的比例，以及次级电子的能量分布等因素。第五节以前的分析计算不考虑后两种因素，即假定转换屏象素内次级电子数的相对涨落，等于底片象素内能量的相对涨落。

射向每个象素的被测光子数为  $N$ ，其中在象素内产生次级电子的光子数为  $\Delta N$ 。

$$N = K \cdot R \cdot L^2 \quad (1)$$

式中， $R$  为照射量 ( $\text{C/kg}$ )； $L^2$  为象素面积 ( $\text{cm}^2$ )； $K$  为能量  $E$  的 X 光每  $\text{C/kg}$  照射量相应的每平方厘米入射光子数 ( $\text{光子数}/\text{cm}^2 \cdot \text{C/kg}$ )。

表 1 每  $\text{C/kg}$  照射量相应的光子密度  $K$  值<sup>[2]</sup>

光子能量/MeV	1	1.5	2	3	4	5
光子密度 $K/(\text{光子数}/\text{cm}^2 \cdot \text{C}^{-1} \cdot \text{kg})$	7.36	5.43	4.26	3.29	2.71	2.33

对于图象测量用的转换屏,其厚度应小于 X 光子产生的次级电子在该材料中的射程,因而对 X 射线的阻挡率较小,  $\mu \cdot D \ll 1$ 。

入射 X 光子产生次级效应的比例为 A

$$A = 1 - e^{-\mu \cdot D} \approx \mu \cdot D = (\mu/\rho) \cdot \rho \cdot D \quad (2)$$

式中, D 为屏厚度 (cm);  $\rho$  为屏材料密度 ( $\text{g}/\text{cm}^3$ );  $(\mu/\rho)$  为相应能量的 X 射线质量衰减系数 ( $\text{cm}^2/\text{g}$ )。

由 (1)、(2) 式得出与每个象素作用的平均光子数为  $\overline{\Delta N}$

$$\overline{\Delta N} = A \cdot N = (\mu/\rho) \cdot \rho \cdot D \cdot K \cdot R \cdot L^2 \quad (3)$$

由于光子的产生和整个作用过程都服从统计规律,  $\Delta N$  的涨落均方根值 n

$$n = \sqrt{\overline{\Delta N}} = \sqrt{(\mu/\rho) \cdot \rho \cdot D \cdot K \cdot R} \cdot L \quad (4)$$

统计涨落产生的影响和电子测量中的随机噪声相同。在分析计算中采用信噪比的概念来表达每个象素测量中的统计涨落误差是方便的。它是指被测量平均值和统计涨落的均方根值之比。

$$\text{信噪比} = \frac{\text{被测量平均值}}{\text{噪声或涨落的均方根值}}$$

它的倒数等于测量的均方根相对误差。

X 光子与象素作用过程的信噪比

$$\text{信噪比} = \overline{\Delta N}/n = \overline{\Delta N}/\sqrt{\overline{\Delta N}} = \sqrt{(\mu/\rho) \cdot \rho \cdot D \cdot K \cdot R} \cdot L \quad (5)$$

为了使用方便应对上式作进一步简化:

对于 1 ~ 3MeV 的 X 射线,不同材料的  $(\mu/\rho)$  值相差不大 (0.04 ~ 0.06)<sup>[3]</sup>。选用 0.05。

K 值和透射后的光子能谱有关 (表 1), 假定平均能量 1.5MeV, 选择  $K = 5.43 \times 10^{12}$ 。简化后的 (5) 式变为

$$\text{统计涨落信噪比} = 5.2 \times 10^5 \sqrt{\rho \cdot D \cdot R} \cdot L \quad (6)$$

### 3 散射本底对测量信噪比的影响

在 X 光照射现场,除直接透射被测物产生的 X 光辐射外,存在大量的散射 X 光子。可以把散射 X 光看作一个叠加在被测图象上的强度均匀的本底。

由于散射 X 光子的能量沉积密度也存在相应的量子统计涨落,增加了测量中的噪声。如果不计散射光子能量与透射光子能量不同的影响,象素内的能量涨落是和总作用剂量的平方根成正比增加的。因而,散射光对信噪比的降低作用,可

注 1:下文中的“信噪比”是指只计及统计涨落引入的测量信噪比,也即记录系统能达到的“最佳信噪比”。

用乘下列修正因子来计算。

$$\text{修正因子} = \sqrt{R/(R+R_D)}$$

式中,  $R$  为透射剂量;  $R_D$  为散射剂量。

考虑散射本底时(5)、(6)两式变为

$$\text{信噪比} = \sqrt{(\mu/\rho) \cdot \rho \cdot D \cdot K / (R+R_D)} \cdot R \cdot L \quad (7)$$

$$\text{信噪比} = 5.2 \times 10^5 \sqrt{\rho \cdot D / (R+R_D)} \cdot R \cdot L \quad (8)$$

表 2 信噪比计算实例(根据(6)、(8)式)

钽 $\rho = 16.6\text{g/cm}^3$ ; 厚 $D = 0.01\text{cm}$ ; $R = 2.58 \times 10^{-6} \text{C/kg}$ (0.01 伦)			
像素尺度 $L/\text{cm}$	光子数 $\Delta N$	信噪比 ( $R_D = 0$ )	信噪比 ( $R_D = 2.06 \times 10^{-5} \text{C/kg}$ )
0.01	12	3.4	1.1
0.02	47	6.8	2.2
0.05	290	17	5.5

#### 4 界面测定可信度, 信噪比和极限灵敏度

本节讨论在强散射 X 光环境中, 判定界面位置问题。

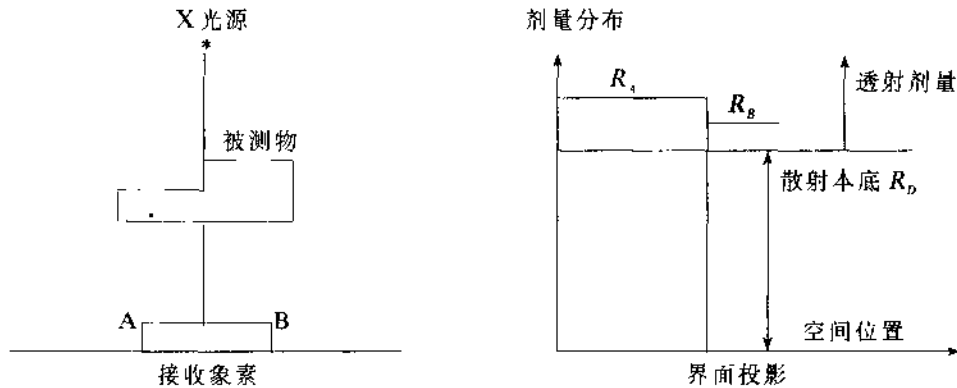


图 2 界面测定及剂量分布

假定有两个像素处在被测物界面投影部位的两侧, 要求用两像素测得的照射量差来确定界面的存在。像素 A 的测量值为  $\gamma_A$ , 平均值为  $R_A$ 。像素 B 的测量值为  $\gamma_B$ , 平均值为  $R_B$ 。

实现边界正确判读的必要的最起码条件是点 A 测得的值  $\gamma_A$  大于点 B 的值  $\gamma_B$ 。当信噪比不足时就会时常测得  $\gamma_A - \gamma_B \leq 0$  的结果, 使边界不能读出。

由统计涨落的正态分布特性可知,  $(\gamma_A - \gamma_B)$  的测量在信噪比  $> 1$  时, 正确判读的概率  $> 84\%$ 。信噪比  $> 2$  时, 正确判读的概率  $> 97\%$ 。

用比例法推导出  $(\gamma_A - \gamma_B)$  测量的信噪比。由于  $\gamma_A$ 、 $\gamma_B$  两个量都具有统计噪

声, 差值 $(\gamma_A - \gamma_B)$ 统计噪声的平方是两个噪声的平方和。考虑到噪声主要是散射剂量产生的, 两者的噪声相近。因而 $(\gamma_A - \gamma_B)$ 噪声是 $\gamma_A$ 噪声的 $\sqrt{2}$ 倍。

$(\gamma_A - \gamma_B)$ 的信号平均值是 $\gamma_A$ 信号平均值的 $(R_A - R_B)/R_A$ 倍。

比较两者的信噪比:

$$\begin{aligned} & (\text{信噪比})_{\gamma_A - \gamma_B} / (\text{信噪比})_{\gamma_A} \\ &= \text{两者的信号平均值之比} / \text{两者的噪声之比} \\ &= [(R_A - R_B)/R_A] / (\sqrt{2} / 1) = (R_A - R_B) / \sqrt{2} R_A \end{aligned} \quad (9)$$

$\gamma_A$ 的信噪比由式(7)得出

$$(\text{信噪比})_{\gamma_A} = \sqrt{(\mu/\rho) \cdot \rho \cdot D \cdot K / (R + R_D)} \cdot R_A \cdot L \quad (10)$$

利用(9)、(10)两式得出

$$(\text{信噪比})_{\gamma_A - \gamma_B} = (R_A - R_B) \sqrt{(\mu/\rho) \cdot \rho \cdot D \cdot K / 2(R + R_D)} \cdot L \quad (11)$$

以下公式按信噪比大于1(即正确判读概率 > 84%)的要求推出。

由(11)式得出

$$R_A - R_B \geq \sqrt{2(R + R_D) / [(\mu/\rho) \cdot \rho \cdot D \cdot K]} / L \quad (12)$$

如果采用推导(6)式同样的假定, 上式为

$$R_A - R_B \geq 2.7 \times 10^{-6} \cdot \sqrt{(R + R_D) / (\rho \cdot D)} / L \quad (13)$$

式中,  $R_A - R_B$ : 边界两侧的照射量差(C/kg);  $R + R_D$ : 边界高剂量侧包括散射的总量(C/kg);  $\rho$ 为屏密度(g/cm<sup>3</sup>);  $D$ 为屏厚(cm);  $L$ 为象素尺寸(cm)。

表 3 满足读出可信度要求的最小照射量差值  
条件: 0.01cm 厚钨屏;  $2.58 \times 10^{-5}$  C/kg 包括散射的总照射

象素 尺寸/cm	最小剂量差 / C · kg <sup>-1</sup>	
	可信度 84% 信噪比=1	可信度 97% 信噪比=2
0.01	$3.35 \times 10^{-6}$	$6.7 \times 10^{-6}$
0.02	$1.68 \times 10^{-6}$	$3.35 \times 10^{-6}$
0.05	$6.71 \times 10^{-7}$	$1.34 \times 10^{-6}$
0.1	$3.35 \times 10^{-7}$	$6.71 \times 10^{-7}$

从两个象素测量值对比, 得出了边界判读所需的“最小 X 射线照射量差值”计算式(13)。它适合于具有复杂细节的、未知形状边界位置测定。

对于界面光滑或形状已知的边界位置测量, 由于可通过适当的数据处理来减小涨落噪声, 可放宽对记录系统信噪比的要求, 因而“最小照射量”可低于(13)式的数值。



## 5 理论灵敏度极限和实际测量极限

为了更正确地预估实际系统能达到的灵敏度极限,需要对上述简化理论计算中略去的一些问题作进一步考虑。

### a. 实际象素内的能量涨落

第二节分析中用屏片吸收的 X 光子数涨落来估算象素能量的涨落。实际上吸收光子产生的次级电子中,有一部分不能进入感光屏。由于次级电子的能量分布、角分布、电子的曲折路径,无效次级电子的比例不能忽视。有效次级电子数的下降,使信噪比按平方根关系下降。

此外,每个有效次级电子在象素内沉积的能量差别极大( $0 \sim E_{\max}$ ),这是实际能量涨落大于理论估算的第二个原因。

考虑这两种因素,对前述简化理论计算结果作准确修正比较复杂。作为一般预估,在采用合理的屏片厚度时,可估计实际象素内能量的相对涨落是简化理论估算的 1.5~2 倍。

### b. X 光源尺度

X 光源尺度(电子束焦点)较大时,会产生半影区,使图象的边界模糊,则边界两侧象素的实际剂量差比按点光源计算得到的数值低。

当给定象素尺寸“L”(即限定空间分辨能力)时,可根据光源的强度分布和投影关系,计算边界两侧象素内剂量差的降低倍数,用以修正系统的极限灵敏度。

### c. 转换屏厚度

当要求极高的空间分辨力时,象素尺度“L”和转换屏厚度 D 相近,甚至更小。应考虑次级电子在屏内横向扩散产生的图象模糊,它使界面两侧底片内象素沉积的能量差减少,使极限灵敏度性能变坏。

### d. 记录系统中的其他因素

底片介质的不均匀,感光体的颗粒性。光电记录系统中,转换屏的颗粒性,电子系统噪声。

我们认为对一个合理设计的系统,当记录介质的灵敏度(感光度)足够时,X 光量子统计涨落是限制测量极限灵敏度的主要原因。如果不考虑 X 光源尺寸的影响,实际系统可望达到的“最小可判读照射量差值”大约是简单理论估算的 2 倍。

如能用计算机对底片象素的沉积能量涨落作计算或修正,就能更准确的预估实际系统可达到的“最小可判读照射量差值”。

把目前的“闪光 I”X 光照射达到的“能检测出边界线的最小照射量差值”,与上述结果相比,两者的差距是不大的。如果考虑到 X 光源尺寸产生的影象弥散,使边界两侧的实际 X 射线剂量差值低于理论计算值,而且辐射剂量中的一部分是由尺度较大的焦点底盘产生的,对边界判别的作用较小。可认为最近的照

相结果已接近目前系统的统计涨落限制极限。

为进一步提高照片质量，主要的途径是采用更强的 X 光源。其次从减少统计涨落误差的角度来改进目前的照相系统也是十分必要的。

## 6 从控制统计涨落误差角度考虑照相记录系统的设置

统计涨落误差限定的“可确定边界的最小照射量差”由(13)式表示，它正比于  $\sqrt{(R + R_D) / (\rho \cdot D) / L}$ 。

因此可采用下列措施来减小这个极限值：

a) 减少散射剂量  $R_D$ 。在散射光比透射光强得多 ( $R_D \gg R$ ) 时，减少  $R_D$  能产生较好的效果。

b) 采用高密度 ( $\rho$ ) 材料的转换屏或高“线能量衰减系数” ( $\mu$ ) 的材料。

c) 增感屏和底片感光层的厚度：在屏厚小于次级电子最大射程一半时，可稍许牺牲空间分辨能力，适当加厚增感屏。此外，增加底片感光层的厚度不仅能提高与 X 光子作用的量子效率，还能明显提高底片接收到的能量，提高记录能力。

d) 利用多张同时接收图形的底片。底片数据用计算机准确重合后作平均处理，或准确重叠后光电读出，对黑度最小的区域可能取得提高信噪比的效果。

e) 用计算机对相邻单元的象素作平均处理或低通滤波处理，它相当于  $L$  值的增加，从而减少涨落噪声，增加边界识别能力。

## 7 结 论

综上所述，可得出如下结论：

a) X 光图象记录与其他测量系统一样，在记录系统的增益(增感屏的效率，底片的感光灵敏度，象增强器的倍增系数等)足够时，其灵敏度极限是由测量记录中的噪声限定的。

b) 在 高能 X 光 照 相 中 ， X 光 子 与 转 换 屏 、 底 片 作 用 的 量 子 涨 落 噪 声 是 记 录 中 的 主 要 噪 声 源 。

c) 减小涨落噪声的主要措施是提高转换屏和 X 光子作用的量子效率，尽量减少散射本底。

d) 从目前的高效率增感屏和高灵敏度底片组合系统在实验测量中达到的物体边界判读能力看，这类记录装置的测量灵敏度已接近自身统计涨落决定的灵敏度极限。

e) 对于一个具有足够增益的照相记录装置，改进其灵敏度极限的主要途径应该从减小统计涨落噪声的角度采取措施。

从本文的分析计算可看出，目前“闪光 I”照相接收系统所达到的“边界检出能力”已接近于统计涨落理论限定的极限。

致谢 作者十分感谢胡仁宇院士对本项研究工作的提倡、支持和指导。

### 参考文献

- 1 弗朗西斯·詹姆特, 盖斯达夫·托默. 高速辐射摄影. 张奇, 于祖哲等译, 陆家和校. 北京: 国防工业出版社, 1976
- 2 普罗菲奥 AF. 辐射屏蔽与剂量学. 北京: 原子能出版社, 1989
- 3 汲长松. 核辐射探测器及其实验技术手册. 北京: 原子能出版社, 1990

## THE ANALYSIS ON ERRORS AND SENSITIVITY LIMIT FROM STATISTICAL FLUCTUATION IN HIGH ENERGY FLASH X-RAY PHOTOGRAPH

Cen Dagang

*China Academy of Engineering Physics, Institute of Applied Electronics,  
P.O.Box 527, Chengdu 610003*

**ABSTRACT** This paper analysed the measuring errors of image's data and optimum signal to noise ratio (SNR) in x-ray photograph record from the view point of high energy x-photons quantum statistical fluctuation. It also investigated the influence on measuring errors due to x-ray scattering background, and acquired the optimum SNR equation in the scattering background.

As for the ability of object boundary decision by photograph, we obtained an equation of minimal x-ray radiation quantity from the needs of reliable decision, analysed the errors of the equation itself, discussed the methods of improving accuracy of the equation.

At last we discussed the appropriating design of high energy x-ray photograph system for reducing the statistical fluctuating errors.

**KEY WORDS** x-ray photograph, statistical fluctuating error, sensitivity limit.

This series of science and technology reports is published by China Academy of Engineering Physics (CAEP) and issued worldwide to expand domestic and international exchanges of science and technology. Permission is granted to quote from the reports for nonprofit use. Contributors include those from CAEP and those who do research in CAEP. Reports in this series are divided into 7 catalogues:

MCSP— Mechanics and Condensed State Physics

NPPP— Nuclear Physics and Plasma Physics

EMS— Engineering and Material Science

EPE— Electronics and Photoelectronics

CCE— Chemistry and Chemical Engineering

CCM— Computer and Computational Mathematics

OT— Other.

Available to the public from the High Power Laser and Particle Beams Magazine Corporation, P.O.Box 511-5, Chengdu, China, 610003