

初中升学数学 试题精选

丁塾文 编

广东科技出版社

初中升学数学试题精选

丁塾文 编

广东科技出版社

Chuzhong Shengxue Shuxue Shiti Jingxuan

初中升学数学试题精选

丁勉文 编

广东科技出版社出版发行

广东省新华书店经销

广东新华印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 7.875印张 130,000字

1937年3月第1版 1937年3月第1次印刷

印数1—190,000册

统一书号13182·158 定价1.15元

说 明

《初中升学数学试题精选》一书是1985年部分省、市和1986年广东省初中升学统一考试数学试题的解答与分析。其中1985年的试题是从全国各地大量的试题中精选出来的，并按内容和题型分类编排，题后附注试题的来源地。

本书所选试题，内容符合中学教学大纲的要求，题型多种多样，知识覆盖面广。对类似的试题择优选用，因此具有代表性。书中对每道题都作出较为详细的解答，并着重从解题思路、方法技巧和注意问题等几个方面，对大部分试题作了启发性的分析，有助于读者掌握正确的解题方法，提高解题能力。

在编写中，个别试题在文字上略有改动，重复的项目则加以剔除。

本书适合初中学生和具有初中文化水平的青年阅读，也可供中学教师教学时参考。

目 录

代数试题选	1
一、填空题与选择题	1
二、计算题	33
三、证明题	98
平面几何试题选	104
一、填空题与选择题	104
二、计算题	128
三、证明题	141
四、作图题	186
三角函数试题选	189
一、填空题与选择题	189
二、计算题	196
三、证明题	219
解析几何试题选	224
1986年广东省试题	228

代数试题选

一、填空题与选择题

(一) 填空题

题1 $-\frac{1}{2}$ 的相反数是_____。〔吉林省〕

【答案】 $\frac{1}{2}$

题2 $-\frac{1}{3}$ 的倒数与3的相反数的和的绝对值等于_____。〔上海市〕

【答案】6

题3 数 a 和它的相反数的差等于_____。〔广东省〕

【答案】 $2a$

题4 若 m, n 互为倒数, 则 $\frac{1}{2}mn =$ _____。

〔西安市〕

【答案】 $\frac{1}{2}$

说明: 相反数与倒数是两个重要的概念。求相反数是指用 -1 乘以原数; 求倒数是指用 1 除以原数。零没有倒数, 但有相反数。

$-a$ 是 a 的相反数，它们有性质 $(-a) + a = a + (-a) = 0$ ； $\frac{1}{b}$ 是 b 的倒数，它们有性质 $b \times \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \times b = 1$ 。容易知道， $\sqrt{2} + 1$ 与 $\sqrt{2} - 1$ ， $2 + \sqrt{3}$ 与 $2 - \sqrt{3}$ 等都是互为倒数。我们在学习时要熟练运用这种倒数关系。

题5 分母有理化 $\frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；由此得

$\sqrt{2} + 1$ 与 $\underline{\hspace{2cm}}$ 互为倒数。 [黑龙江省]

【答案】 $\sqrt{2} - 1$ ； $\sqrt{2} - 1$

题6 已知 $x = \sqrt{2} - 1$ ，则 $x + \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

[南昌市]

【答案】 $2\sqrt{2}$

题7 $x < 0$ ， $|x| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 [吉林省]

【答案】 $-x$

题8 若 a 是实数，则 $|a| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 [山东省]

【答案】
$$\begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

题9 指出下列各式成立的条件：

(1) $|a| = -a$ ()；

(2) $a > 8a$ ()；

(3) $(\sqrt{a})^2 = a$ ()。 [广东省]

【答案】 $a \leq 0$ ； $a < 0$ ； $a \geq 0$

题10 $\underline{\hspace{2cm}}$ 叫做 a 的算术平方根，记作 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

[武汉市]

【答案】正数 a 的正的平方根： $\sqrt{a}$

题11 25的平方根是_____，16的算术平方根是_____。

〔南昌市〕

【答案】 ± 5 ；4

说明：正数的平方根有两个，它们互为相反数；而正数的算术平方根只有一个。算术根与绝对值是两个重要概念，

且 $\sqrt{a^2} = |a|$ ，它们都是非负的数。

题12 _____统称为实数。〔武汉市〕

【答案】有限小数或者无限循环小数，无限不循环小数

题13 计算 $(a^4)^2 =$ _____； $a^3b^2 + ab =$ _____。

〔北京市〕

【答案】 a^8 ； a^2b

题14 计算 $(x^2)^8 \div (-x^2) =$ _____。〔昆明市〕

【答案】 $-x^4$

题15 最小的正整数是_____，最大的负整数是_____，绝对值最小的数是_____。〔安徽省〕

【答案】1；-1；0

题16 n 个因数的连乘积为0，则这些因数中至少有一个为_____。〔黑龙江省〕

【答案】0

题17 在 $\sqrt{16}$ ， -8.14 ， 0 ， $\sqrt{8}$ ， $\frac{21}{81}$ 这些数中，无理数是_____。〔吉林省〕

【答案】 $\sqrt{8}$

说明：对实数进行分类时，不能光看到用根号表示的数，就认为一定是无理数；而应先进行相应的计算、化简，

然后根据它的最后结果来进行分类。例如， $\sqrt{16}$ ， $-\sqrt[3]{8}$ ， $21g\sqrt{10}$ 等都不是无理数。

题18 计算 $\sqrt{3} + \sqrt{12} =$ _____。〔黑龙江省〕

【答案】 $3\sqrt{3}$

题19 比较两数的大小 $2\sqrt{2}$ _____ $\sqrt{7}$ （填写“>”、“<”或“=”）。〔上海市〕

【答案】>

题20 计算 $(x+1)^2 \cdot (x-1) =$ _____。

【分析】 本题有 $x+1$ 和 $x-1$ 两个因式，可将原式变为 $(x+1)(x+1)(x-1)$ ，若先运用平方差公式计算较为简便；若先运用完全平方公式，则有 $(x^2+2x+1)(x-1)$ ，计算起来就较麻烦了。

【解】 原式 $= (x+1)(x+1)(x-1)$

$$= (x+1)(x^2-1)$$

$$= x^3 + x^2 - x - 1.$$

【答案】 $x^3 + x^2 - x - 1$

题21 $(\sqrt{5}-2)^{1984}(\sqrt{5}+2)^{1985} =$ _____。

〔武汉市〕

【分析】 注意到两个因式都是幂，它们的底数分别是 $\sqrt{5}-2$ 与 $\sqrt{5}+2$ ，故将它们的指数改变为相同，就可运用两数平方差公式进行计算。

【解】 原式 $= (\sqrt{5}-2)^{1984} \cdot (\sqrt{5}+2)^{1984} \cdot (\sqrt{5}+2)$

$$= [(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)]^{1984} \cdot (\sqrt{5}+2)$$

$$= (5-4)^{1984} \cdot (\sqrt{5}+2)$$

$$= \sqrt{5} + 2.$$

【答案】 $\sqrt{5} + 2$

题22 $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ 的整数部分记为 a , 小数部分记为 b , 那

么 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$. [安徽省]

【分析】 要求出整数部分 a 和小数部分 b , 需将 $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$

有理化.

$$\text{【解】 } \because \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} = \frac{6+2\sqrt{5}}{5-1} = \frac{8+\sqrt{5}}{2},$$

又 $2 < \sqrt{5} < 3$, 即 $1 < \sqrt{5}-1 < 2$,

$$\therefore \frac{8+\sqrt{5}}{2} = \frac{4+\sqrt{5}-1}{2} = 2 + \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

$$\text{故 } a = 2, b = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

说明: 将 $\frac{8+\sqrt{5}}{2}$ 分为整数、小数两个部分时, 既要考

虑能够被 2 整除后得出整数部分 a , 又要考虑小数部分 b 必须满足 $0 < b < 1$. 解题时在分子部分利用加 1 减 1 进行运算, 目的就在这里.

题23 当 x 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 时, 式子 $\sqrt{x-1} + \sqrt{1-x}$ 才有意义. [安徽省]

【分析】 算术根是非负的量, 要使 $\sqrt{x-1} + \sqrt{1-x}$ 有意义, 必须同时有

$$x-1 \geq 0, 1-x \geq 0.$$

【答案】1

题24 分解因式

$$x^3y - 9xy^3 = \underline{\hspace{2cm}}. \quad \text{〔广州市〕}$$

【分析】分解因式的一般步骤是：先提公因式，然后运用公式进行分解，直到每个因式都不能分解为止。对于本题，首先应提取公因式 xy ，然后运用平方差公式对 $x^2 - 9y^2$ 进行分解。

【答案】 $xy(x+3y)(x-3y)$

说明：对 $x^2 - 9y^2$ 进行分解时，学生常常误为 $(x+9y)(x-9y)$ 。

题25 分解因式

$$x^3 - 4x + 8 = \underline{\hspace{2cm}}. \quad \text{〔黑龙江省〕}$$

【答案】 $(x-2)(x^2+2x+4)$

题26 分解因式

$$a^3 - 8a^2 + 2a = \underline{\hspace{2cm}}. \quad \text{〔广东省〕}$$

【答案】 $a(a-2)(a-1)$

题27 分解因式

$$0.125a^3 - 8b^3 = \underline{\hspace{2cm}}. \quad \text{〔贵阳市〕}$$

【答案】 $(0.5a-2b)(0.25a^2+ab+4b^2)$

题28 分解因式

$$y^3 - x^2 + 6x - 9 = \underline{\hspace{2cm}}. \quad \text{〔石家庄市〕}$$

【解】原式 $= y^3 - (x^2 - 6x + 9)$
 $= y^3 - (x-3)^2$
 $= (y+x-3)(y-x+3).$

说明：在运算过程中，去、添括号要注意符号法则，特别是括号前面是负号时，去、添括号要注意改变括号内各项

的符号.

【答案】 $(y+x-8)(y-x+8)$

题29 在实数范围内分解因式

$$x^4 - 11x^2 + 18 = \underline{\hspace{2cm}}. \quad (\text{西安市})$$

【答案】 $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})(x+8)(x-8)$

说明：在分解因式时，要注意数域范围，必须把因式分解到在指定的数域范围内不能再分解为止。本题如果要求在有理数范围分解，就不必将 (x^2-2) 分解为 $(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$ 了。

题30 分解因式

$$x^6 - x^3 + x^2 - 1 = \underline{\hspace{2cm}}. \quad (\text{安徽省})$$

【分析】本题无公因式，也不能直接运用公式，可先分组。目的是为了能在各组提取公因式或可利用公式继续进行分解。

$$\begin{aligned} \text{【解】原式} &= (x^6 - x^3) + (x^2 - 1) \\ &= x^3(x^3 - 1) + (x^2 - 1) \\ &= (x^2 - 1)(x^3 + 1) \\ &= (x^2 - 1)(x+1)(x^2 - x + 1) \\ &= (x+1)^2(x-1)(x^2 - x + 1). \end{aligned}$$

【答案】 $(x+1)^2(x-1)(x^2-x+1)$

题31 分解因式

$$x^6 - 7x^3 - 8 = \underline{\hspace{2cm}}. \quad (\text{安徽省})$$

$$\begin{aligned} \text{【解】原式} &= (x^3 - 8)(x^3 + 1) \\ &= (x-2)(x^2 + 2x + 4)(x+1)(x^2 - x + 1). \end{aligned}$$

说明：本题可用换元法。设 $x^3 = y$ ，则原式可变为 $y^2 - 7y - 8$ ，就很容易得到 $(y-8)(y+1)$ 。

【答案】 $(x-2)(x^2+2x+4)(x+1)(x^2-x+1)$

题32 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 或 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{1}{1+\frac{1}{x}}$ 无意义. [广东省]

【答案】0; -1

注意: 本题是一个繁分式, 解题时, 要注意分两种情形考虑分母的取值.

题33 若分式 $\frac{x^2-1}{x+4} = 0$, 那么 $2x^2+1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

[石家庄市]

【分析】本题无需求 x 的值, 只要求出 x^2 的值便可求 $2x^2+1$ 的值.

【答案】3

题34 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{8x}{|x|-2}$ 无意义.

[西安市]

【答案】 ± 2

说明: 有些学生因为对绝对值的概念不理解, 只答 $x=2$.

题35 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $\frac{|x|-2}{x^2-x-2}$ 的值为零.

[武汉市]

【分析】当 $|x|-2=0$ 且 $x^2-x-2 \neq 0$ 时, 分式

$$\frac{|x|-2}{x^2-x-2} = 0.$$

【解】 $\because |x|-2=0, \therefore x = \pm 2$.

当 $x=2$ 时, $x^2-x-2=0$, 分式无意义,

当 $x = -2$ 时, $x^2 - x - 2 \neq 0$, 分式有意义.

$$\therefore x = -2.$$

【答案】-2

说明: 对于这类题目, 学生常常会忽略了字母的取值必须保证分式有意义这种情况.

题36 若 $|x+8| + (y-2)^2 = 0$, 则 $xy =$ _____.

〔贵阳市〕

【分析】 $|x+8|$ 和 $(y-2)^2$ 都是非负数. 我们知道, 两个非负数的和为零, 那么这两个数一定都是零. 由此可求 x , y , 进而可求 xy .

【答案】-6

题37 已知 $x + \frac{1}{x} = \sqrt{8}$, 则 $x - \frac{1}{x} =$ _____.

〔贵阳市〕

【分析】本题意在考查灵活运用完全平方公式的能力.

将 $x + \frac{1}{x}$ 和 $x - \frac{1}{x}$ 分别平方, 两者均有 $x^2 + \frac{1}{x^2}$, 不同的是前者是 $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$, 后者是 $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$, 据此不难求出 $x - \frac{1}{x}$.

$$\text{【解】} \because x + \frac{1}{x} = \sqrt{8}, \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 6.$$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 4,$$

$$\text{即有 } x - \frac{1}{x} = \pm 2.$$

【答案】 ± 2 .

题38 计算 $8^{\frac{1}{3}} =$ _____, $\log_2 8 =$ _____. (北京市)

【答案】2, 3

题39 $(-5)^0 = \underline{\hspace{2cm}}$, $(x^{\frac{1}{2}} y^{-\frac{1}{3}})^0 = \underline{\hspace{2cm}}$.

〔吉林省〕

【答案】1, $x^3 y^{-2}$

题40 计算 $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

〔黑龙江省〕

【答案】1

题41 计算 $(\sqrt{2}-1)^0 + 100^{-\frac{1}{2}} + \sqrt{(-2)^2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$
 $= \underline{\hspace{2cm}}$. 〔广东省〕

【答案】 $1\frac{1}{10}$

题42 $\left(2\frac{1}{4}\right)^0 - (1-0.5)^{-2} + \left(8\frac{8}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

〔柳州市〕

【答案】 $-1\frac{2}{3}$

题43 若 $a^{87} = 2$, 则 $a^{156} = \underline{\hspace{2cm}}$, $-(0.027)^{-\frac{1}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\sqrt{8-2\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$. 〔贵阳市〕

【分析】对于形如 $\sqrt{a+2\sqrt{b}}$ 的二次根式的化简问题, 在一定条件下可变形为 $\sqrt{(\sqrt{x} \pm \sqrt{y})^2}$ (其中 $x+y=a$, $x \cdot y=b$), 然后便可以化简. 当根式内取减号时, 还要注意算术根的概念, 所得的结果不能是负值. 如 $\sqrt{8-2\sqrt{2}}$

$$= \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} - 1.$$

【答案】82; $-\frac{10}{8}$; $\sqrt{2} - 1$

说明：题88至题43虽然都较为简单，但能检查学生对指数的概念和运算法则等知识掌握得是否熟练。

题44 如果 $10^m = 2$, $10^n = 8$, 那么 $10^{\frac{3m-n}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

〔安徽省〕

【分析】将 $10^{\frac{3m-n}{2}}$ 变为用 10^m 和 10^n 表示，就能求出答案。

$$\begin{aligned} \text{【解】} 10^{\frac{3m-n}{2}} &= (10^{3m-n})^{\frac{1}{2}} \\ &= [(10^m)^3 \div 10^n]^{\frac{1}{2}} \\ &= (2^3 \div 8)^{\frac{1}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{8}{8}} \\ &= \frac{2}{8} \sqrt{6}. \end{aligned}$$

【答案】 $\frac{2}{8} \sqrt{6}$

说明：在解题时，如果用指数进行运算有困难，可考虑将指数运算转为根式运算来解决。

题45 如果 $\log_{25} x = \frac{1}{2}$, 那么 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

〔山东省〕

【答案】5

题46 已知 $\lg \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 的首数是3, 则 $\lg x$ 的首数是

_____ . [安徽省]

【分析】设 $\lg \frac{1}{x}$ 的尾数是 b (b 是一个正的纯小数或零).

由 $\lg \frac{1}{x} = 3 + b$, 得 $\lg x = -3 - b$.

当 $b = 0$ 时, $\lg x$ 的首数是 -3 ;

当 $b \neq 0$ 时,

$$\lg x = -3 - b = (-3 - 1) + (1 - b) = -4 + (1 - b),$$

这时, $\lg x$ 的首数是 -4 .

【答案】 -3 或 -4

题47 已知 $\log_3 \frac{n}{m} = 8$, 则 $\log_3 n^8 - \log_3 m^8 =$ _____.

[柳州市]

【答案】9

题48 计算 $81^{\frac{1}{8} \log_3 7} =$ _____, $2 \lg 2 + \lg 25 =$ _____.

[广州市]

【答案】 $\sqrt{7}$, 2

题49 $2^{1 - \log_2 5} =$ _____.

[安徽省]

【答案】 $\frac{2}{5}$

题50 如果 $\log_{x^2 - 2} (2x^2 - 3x - 6) = 1$, 那么 $x =$ _____.

[安徽省]

【分析】将对数形式转化为指数形式, 得到一个一元二次方程, 从中可求 x , 但对数的底数和真数的取值是有一定限制的, 所以 x 的取值必须保证底数不等于1且大于0, 真