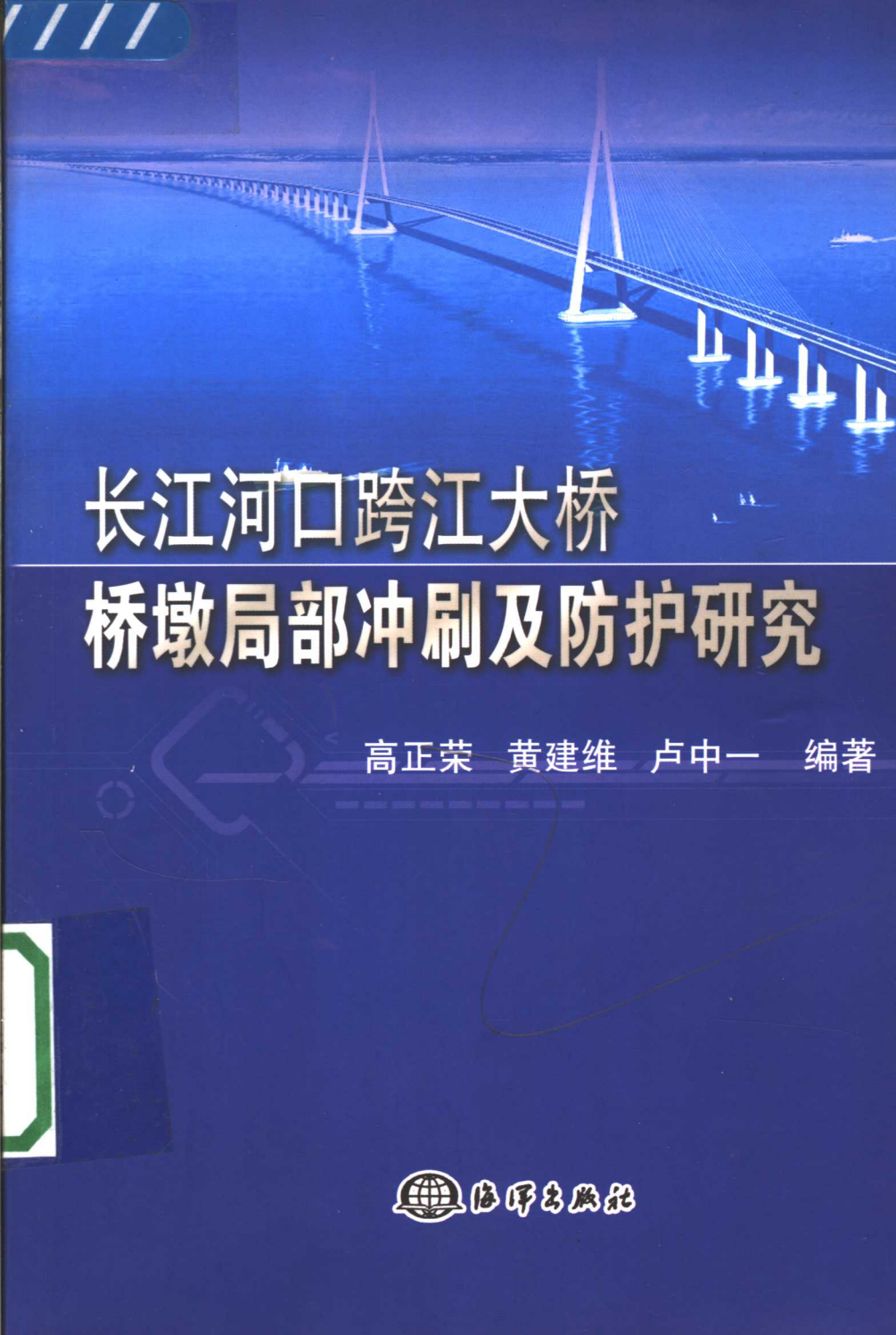




长江河口跨江大桥 桥墩局部冲刷及防护研究

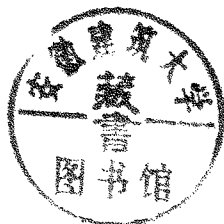
高正荣 黄建维 卢中一 编著



海军出版社

长江河口跨江大桥 桥墩局部冲刷及防护研究

高正荣 黄建维 卢中一 编著



海洋出版社

2005 年 · 北京

图书在版编目(CIP)数据

长江河口跨江大桥桥墩局部冲刷及防护研究 / 高正荣,
黄建维, 卢中一 编著. —北京: 海洋出版社, 2005.8

ISBN 7-5027-6398-8

I. 长… II. ①高… ②黄… ③卢… III. 长江—
河口—桥墩—局部冲刷—防护—研究 VI. U443.22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 089789 号

责任编辑: 刘亚军

责任印制: 严国晋

海洋出版社 出版发行

<http://www.oceanpress.com.cn>

(100081 北京市海淀区大慧寺路 8 号)

北京展望印刷厂印刷 新华书店北京发行所经销

2005 年 8 月第 1 版 2005 年 8 月北京第 1 次印刷

开本: 850mm×1168mm 1/32 印张: 4.75 彩插: 6.5

字数: 120 千字 印数: 1~1500 册

定价: 18.00 元

海洋版图书印、装错误可随时退换

前 言

我国幅员辽阔,江河密布,在交通高速发展的今天,跨江大桥建设进入了高速发展阶段。长江河口区是我国经济发展最快的区域之一,对通江过道的要求日益迫切。南京以下的长江近口段,已建和拟建的长江大桥有 12 座,其中已建和在建的有 6 座。由于长江河口江面宽阔,所以大型和特大桥梁应运而生。同时,对桥梁基础的要求也越来越高,而桥梁局部冲刷和防护的研究,已经成为提高桥墩基础安全度、确保工程安全可靠的关键性技术问题。本书作者将从事桥墩局部冲刷及防护研究的重要成果和一些规律性的认识介绍给大家,供同类工程科研、设计、施工时参考。

本书在分析和介绍国内外桥墩局部冲刷研究现状的基础上,首先针对长江河口苏通大桥(目前世界跨度最大的斜拉桥)易冲底床桥墩局部冲刷的复杂性,运用系列泥沙物理模型的技术手段,对钢沉井局部冲刷和巨型群桩桥墩建设有无防护工程时的局部冲刷特性进行了试验研究,并对冲刷结果进行了预测。本书还通过物理模型对潮流作用下群桩基础的冲刷机理、冲刷形态和冲刷深度进行了试验研究,并与单向流的局部冲刷进行了对比分析。

本书针对河口桥区建设环境复杂、水深流急、河床易冲以及主墩群桩结构平面尺度庞大、布桩密度大等特点,分析论证了冲刷防护的必要性,并对冲刷防护工程设计和施工中的关键技术问题进行初步总结。主要为:① 冲刷防护设计方案选择和理念创新;② 主桥墩冲刷防护工程功效预测技术和初步监测结果;③ 在易冲底床上大面积抛投冲刷防护材料的抛投技术和施工工艺;④ 在易冲底床上抛投冲

刷防护工程的成型规律和验收技术。

本书最后通过先进仪器的现场实地监测,对已建冲刷防护工程的功效进行了初步检验。

本书主要是南京水利科学研究院研究成果的总结,全书由高正荣、黄建维和卢中一执笔完成,期间得到了江苏省苏通大桥建设指挥部、南京三桥建设指挥部、江苏省长江大桥建设指挥部的大力支持,唐存本教授级高工自始至终对本课题提出宝贵的指导性意见,我们的同仁赵晓东高工、吴丽华高工参加本项研究工作,同时得到了苏通大桥冲刷防护工程的设计、施工以及监测单位的协助,在此谨表示衷心的感谢。

桥墩局部冲刷的研究尚不够成熟,尤其是桥墩冲刷防护的研究,尚处于起步阶段,故本书中的一些观点和方法仍需不断完善。由于作者水平有限、时间匆忙,使书中存在这样那样的不足,敬请读者批评指正。

本书由南京水利科学研究院出版基金资助出版,谨此表示感谢。

编著者

2005年3月20日

目 次

第一章 国内外桥墩局部冲刷规律的研究现状	(1)
第一节 圆柱墩附近的水流	(1)
第二节 桥墩周边局部冲刷发展过程	(6)
第三节 美国联邦公路局推荐的桥墩局部冲刷计算 公式	(9)
第四节 前苏联的桥墩局部冲刷计算公式	(15)
第五节 我国行业规范所推荐的局部冲刷计算公式	(18)
第六节 国际水力学协会冲刷设计手册推荐的冲刷 计算公式	(28)
第七节 国内外研究现状的应用分析与评价	(36)
第二章 长江河口苏通大桥承台群桩桥墩局部冲刷研究	(39)
第一节 桥位河段水流泥沙基本情况	(39)
第二节 主桥墩承台群桩基础结构特点	(49)
第三节 承台群桩桥墩局部冲刷预测研究方法简介	(51)
第四节 苏通大桥主塔墩承台群桩桥墩的局部冲刷 特性	(57)
第三章 大型钢沉井桥基下沉过程的局部冲刷研究	(64)
第一节 苏通大桥钢沉井局部冲刷研究	(64)
第二节 钢沉井下沉过程局部冲刷的研究目的	(71)

第三节	钢沉井下沉过程局部冲刷研究的主要试验成果	(72)
第四节	钢沉井下沉过程中冲刷发展机理分析	(76)
第五节	钢沉井下沉过程中冲刷深度计算公式	(78)
第六节	研究成果的工程价值和意义	(80)
第四章	长江河口苏通大桥主塔墩基础冲刷防护研究	(82)
第一节	冲刷防护的必要性	(82)
第二节	冲刷防护设计要点和设计原则	(87)
第三节	冲刷防护方案的研究、比选和认定	(99)
第四节	主塔桥墩冲刷防护工程功效预测试验研究	(104)
第五章	河口易冲底床上主塔墩冲刷防护施工技术和验收技术研究	(113)
第一节	大面积抛投冲刷防护材料的抛投提前量的研究	(113)
第二节	大面积抛投冲刷防护材料的抛投技术和施工工艺	(117)
第三节	抛投冲刷防护材料的成型规律和验收理念	(119)
第四节	防护工程整体验收	(123)
第六章	冲刷防护功效的初步监测结果	(128)
第一节	未作防护工程的主1 [#] 墩、主2 [#] 墩局部冲刷严重	(128)
第二节	冲刷防护功效监测的初步结果	(129)
参考文献		(141)

第一章 国内外桥墩局部冲刷规律的研究现状

第一节 圆柱墩附近的水流^[1,2]

劳凯维(A. J. Raudikivi, 1986)把圆柱墩附近的水流结构用图 1-1 来表示。

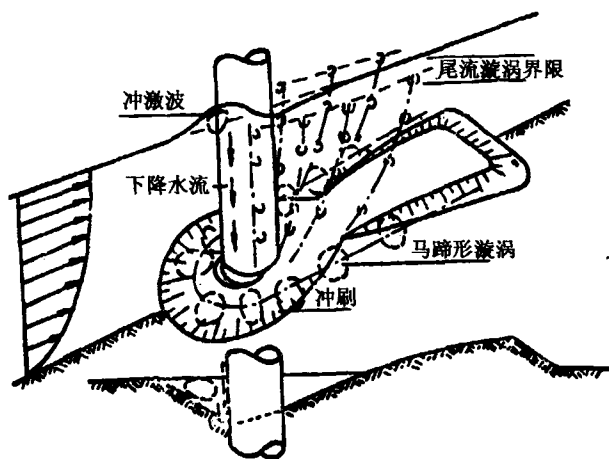


图 1-1 圆柱墩附近的水流结构

桥墩周围水流结构主要包括墩前向下水流、墩前水面涌波和尺度很大的旋涡体系。旋涡体系是一种综合水流结构,其中包括在墩前冲刷坑边缘形成的绕桥墩两侧流向下流的马蹄形旋涡(horseshoe

vortex)、桥墩两侧水流分离引起的尾流旋涡(wake vortex)。旋涡体系在墩后及两侧还不断地由床面附近释放出小旋涡,向水面发展。

桥墩迎水面的竖直对称轴上,水流行近流速变为零,转化为驻点压力。驻点压强 $\rho \frac{v^2}{2}$ (ρ 为流体密度, v 为行近流速) 随流速垂线自水面向下减小,墩前向下的压力梯度引起向下流动。向下流速沿水深而变大,近年试验得知,向下最大流速出现在离桥墩迎水面上游约 0.05~0.02 倍墩径处,位于桥墩最下部。图 1-2 是测出的向下流速沿水深分布图(Ettema Melrille, 1975),图中虚线是沈学汶(H. W. Shen)等提出的最大流速分布关系(床面以上高程 y 处,向下流动的最大流速):

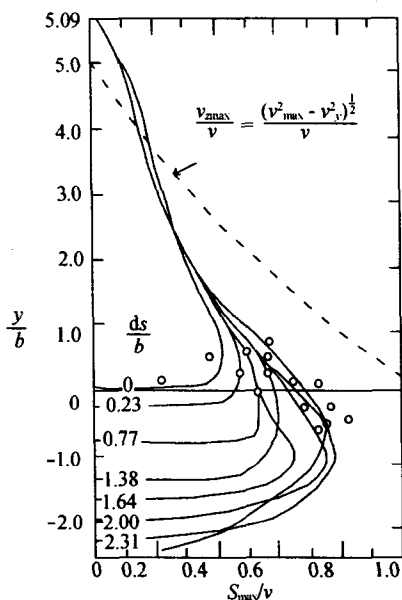


图 1-2 桥墩迎水面向下流速沿水深的变化

$$\frac{v_{z\max}}{v} = \frac{(v_{\max}^2 - v_y^2)^{\frac{1}{2}}}{v} \quad (1-1)$$

式中, $v_{z\max}$ 为向下最大流速; v 为行近水流垂线平均流速; $v_{\max}$ 为行近水流垂线上的最大流速; y 为床面以上的高程; v_y 为高程 y 处的行近流速。

床面未出现冲刷时, 圆柱墩前向下水流流速最大值约为行近水流平均流速的 40%, 即 $0.4v$ 。当冲刷深度等于或大于 2.3 倍墩径时, $\frac{v_{z\max}}{v}$ 约为 0.8, $v_{z\max}$ 位于床面以下大约一个墩径的深度处。

劳凯维认为, 马蹄形旋涡是水流在冲刷坑上游边缘发生分离的结果, 好像河床床面沙丘(或沙波)顶面下游的旋涡。“马蹄形旋涡是冲刷的结果, 而不是引起冲刷的原因”。马蹄形旋涡通过桥墩两侧向下游扩展, 逐渐衰减变成水流的紊动, 它在墩前将使向下流动的最大流速位置更靠近桥墩。

驻点压力不仅引起向下流动, 而且还导致出现桥墩两侧绕流的侧向加速度。桥墩两侧水流发生分离, 在主流分离边界与桥墩之间不断地释放出旋涡, 即尾流旋涡(wake vortex)。尾流旋涡被水流带往下游, 与床面附近的马蹄形旋涡相互作用, 引起其自身在横向与竖向不断地振动。释放出的这些旋涡像一股旋风, 从床面上吸起泥沙。

桥墩迎水面的水面上出现涌波, 它的旋转方向恰好与马蹄形旋涡相反, 对于浅水流动, 涌波干扰行近水流, 使行近水流向下流动的强度削弱。

麦维尔(Melville, 1975)测量了圆柱墩(模型直径 5.08cm)周围的水流方向、流速、紊动谱功率和切应力, 试验条件是床面无沙波, 冲刷坑达到平衡状态, 水槽宽度 45.6cm。试验中发现, 冲刷坑不时地有一股很强的下降水流在发展; 马蹄形旋涡的旋度在急剧增强; 随着冲刷坑的扩大, 冲刷坑底部流速在减小。向下流动流速大小直接与冲刷率 $\frac{dh_s}{dt}$ (h_s 为冲刷深度, t 为冲刷时间) 有关。在冲刷坑扩大趋向

平衡阶段时,环流增大率减小,瞬时床面切应力也趋向减小。冲刷坑床面附近脉动流速较行近水流脉动具有较小的频率,其范围为 $1 \sim 10\text{Hz}$,但具有较大的能量。

与马蹄形旋涡不同,尾流旋涡是由桥墩表面不稳定的切应力层(边界层分离)卷起,从分离线两侧脱离出来的,在雷诺数 Re 很小时($3 < Re < 50$),呈现很稳定的旋涡体系,紧靠桥墩向下游流动。实际工程中水流雷诺数都很大,尾流旋涡极不稳定,不断地从桥墩两侧释放出来,带往下游。桥墩形状和行近流速决定了尾流旋涡的强度,流线形墩将产生相对较弱的尾涡,而一个矩形墩则产生很强的尾涡。变化范围是从稳定的 Von Karman 涡态($80 \sim 90 < Re < 150 \sim 300$)到实际中的混乱无序状态($3.5 \times 10^6 < Re$, Roshko, 1961),都会发生尾流旋涡的释放。释放旋涡的效率、向下游发展的速度和距离,从水面向下逐渐减小,到天然床面为止。当行近流速较小时,约在下游发展的速度和距离,从水面向下逐渐减小,到天然床面为止。当行近流速较小时,约在下游 8 倍墩径处旋涡消失,恢复到行近流速。释放出的旋涡促进冲刷过程的发展,像真空吸尘器一样,每个旋涡形成一个低压中心。由冲刷开始,伴随每个旋涡的产生,床面静止的泥沙突然呈现爆发式的运动状态,在桥墩下游两侧旋涡相汇形成很长的沙丘,旋涡相汇的迹线形成沙丘脊线。根据向水中注入染料观察,绕桥墩周围扩展的马蹄形旋涡的两翼,在尾流旋涡释放时,任何一侧每释放一个尾流旋涡,就出现一个低压中心,牵动马蹄形旋涡区内的流体做横向摆动。当尾流旋涡发展到下游时,马蹄形旋涡体系则向后退入冲刷坑内。这样,随着尾流旋涡的释放,马蹄形旋涡不断地进行着横向、竖向和前后摆动。

亨(Hung, 1968)对圆柱墩表面附近的流速与压力分布进行了测量(明渠宽 1.2m ,水深 0.195m ,墩径 4.3cm ,行近流速 0.39m/s),定义压力系数 C_p 为:

$$C_p = \frac{p - p_y}{\frac{1}{2} \rho v_y^2} \quad (1-2)$$

式中, p 为测量点的压强; p_y 为上游不受扰动时, 床面以上 y 处的静水压强; v_y 为床面以上 y 处上游天然流速。

测出的压强系数 C_p 与水深、平面位置的关系示于图 1-3。

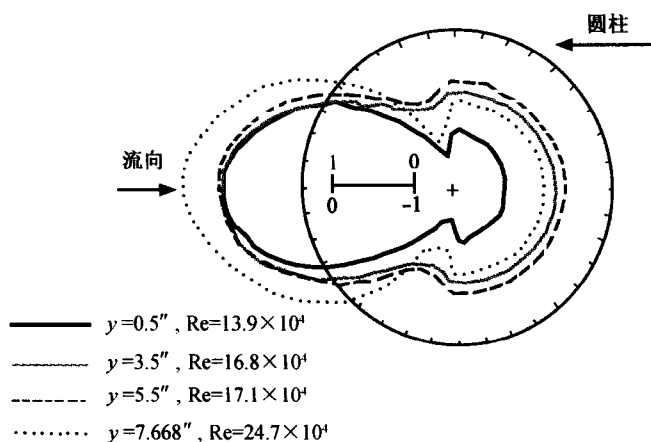


图 1-3 圆柱墩表面的压强系数 C_p

莫尔(Moore)、马斯奇(Masch, 1963)、劳卜尔(Roper, 1965)和派特里克(Petryk, 1969)等人在试验中观察到, 不仅圆柱迎水面有向下的次流(secondary flow), 而且在墩的背水面也有向下的次流。墩后分离区内受行近流速影响, 即水面流速大于床面附近流速, 桥墩背面出现向下的压力梯度, 引起向下的次流。另外, 若表面流速很大, 在墩后背水面形成很强的旋涡, 墩背面压强随距床面距离增大而减小, 也将引起向上的次流。这种情况出现在充分发展的河渠水流中。

第二节 桥墩周边局部冲刷发展过程

劳凯维(1986)对均匀沙床面桥墩冲刷过程做了这样描述:流速低于床沙起动流速,床面无泥沙运动,桥墩冲刷坑没有上游冲来的泥沙补给,称为清水冲刷。若流速超过床沙起动流速,床面泥沙处于运动状态,上游泥沙落入冲刷坑,当冲刷坑内泥沙补给率和输出率趋向平衡时,则趋向平衡冲刷深度。这种条件下的冲刷称为动床冲刷。

试验中,水流通过铺有细粒均匀沙,设置了圆柱形桥墩的河槽床面,当流速或切力流速逐渐增大到床面泥沙起动流速 v_0 或起动切力流速(摩阻流速) v_{*0} 的大约一半时,桥墩两侧开始冲刷。冲刷沿着桥墩两侧向上游发展,很快在桥墩前面相遇,形成围绕桥墩上游一侧 180° 范围内的冲沟。墩前向下水流是冲刷的主要媒介,它的作用像一个竖直向下的喷嘴。向下水流折回向上与马蹄形旋涡相结合,形成旋转运动,把泥沙挟带到桥墩下游。在冲刷过程中,冲刷坑上游坡面有一个很锐利的边缘,边缘不时发生随机性的崩塌,泥沙落入坑内,被水带到下游。

清水冲刷条件下,即床沙 $v_* < v_{*0}$,平衡冲刷深度很长时间才能达到,劳凯维和埃台玛的试验表明,大约连续冲刷 50 小时,冲刷深度不再变化。

猜伯特(Chabert)和英格廷盖(Engeldinger, 1956)最早阐明圆柱墩冲刷随时间和流速的发展过程(图 1-4)。在流速逐渐增大,接近起动流速而沙波尚未出现时,平衡冲刷深度可达最大值,约为墩宽 b 或墩径的 2.3 倍,即 $2.3b$ 。若粒径 d 很细,例如 d 小于 0.7mm ,在流速很小时就会出现沙纹。

当流速超过起动流速,上游泥沙落入冲刷坑,坑内泥沙得到补给,平衡冲刷深度开始减小。当行近流速继续增大,冲刷深度再一次

增大,且随河床床面形态(沙波发展)而波动,平均冲刷深度应当取时间平均冲刷深度。冲刷深度波动的幅度是河床沙波尺度和水深的函数,与桥墩尺度无关。由试验资料得知,冲刷深度波动幅度是沙波高度的0.75倍,或近似为0.5倍。当流速继续增大,接近临界流(F_r 接近1.0),床面沙波消失,趋向过渡平床,平衡冲刷深度趋向第二个高峰。此时,冲刷深度的波动很小,但仍存在,这是由于冲刷坑内泥沙间歇性崩塌所致。大约当沙波(沙垄)具有最陡坡度时,冲刷深度最小。图1-4是根据楚(Chiew, 1984)在均匀沙条件下试验资料给出的(试验槽宽450mm,水深170mm和210mm,墩径为32mm和45mm, d_{50} 为0.24mm、0.60mm、1.45mm、3.20mm,水流为缓流)。

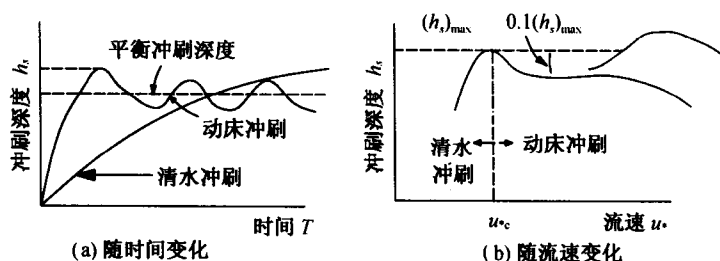


图1-4 桥墩局部冲刷深度随时间和流速的变化

应当指出,桥墩局部冲刷是附加在床面一般冲刷之下计算的。试验水槽和天然现场确定准确的床面高程是很困难的,水槽床面形态、沙波长度和高度变化很大,床面平均高程随记录时间长短而变;天然河槽地形受多种因素影响,局部变形十分明显。例如,新西兰 Ohau 河 1983 年测量资料表明,宽浅砾石河口,平均水深 0.75m,平均流速为 2.38m/s,河床质 d_{50} 为 20mm、 d_{65} 为 35mm, d_{84}/d_{50} 为 3.5, 1983 年测得局部河槽深度可达 3.00m,即天然变形局部冲刷深度达 1.28m。

沈学汶(1969)把各种平面形状的桥墩分成钝头墩(blunt-nosed pier)和锐头墩(sharp-nosed pier)两类,认为钝头墩冲刷的主要特征是马蹄形旋涡的存在和发展。墩头附近形成的马蹄形旋涡发展到圆柱墩前主流方向大约 70° 的位置或方头墩上游拐角附近,旋涡达最强,河床开始冲刷。

麦维尔(1975)观察到,开始时马蹄形旋涡尺度很小,也较弱;随着冲刷坑的形成,旋涡尺度急剧增大,像一个喷嘴冲刷床面。床面切应力、流速、冲刷坑内床面上的紊流强度等的等值线图,在全部冲刷过程中保持着相似的形状,这就说明冲刷过程中冲刷坑保持相似形状的原因。在冲刷坑扩大过程中,伴随马蹄形旋涡的环流的平面尺度也在扩大、发展。但是,环流的扩大受到墩前向下水流供给的流体数量的控制,即取决于行近水流的流量;在水深和墩宽一定时,又决定于行近流速的大小。随着冲刷坑深度增大,坑底水流向下流动的强度在减小,冲刷率 $\frac{dh_s}{dt}$ 也减小。当床面瞬时切应力和紊流扰动的共同作用不能再移动墩前冲刷坑内的泥沙颗粒时,则冲刷深度趋于极限,达到了平衡状态。清水冲刷时,对于一定的河床质,平衡冲刷深度是墩前向下水流大小的函数,即墩径(墩宽)和行近流速的函数。水深对向下水流和冲刷深度没有直接影响。

虽然墩前冲刷深度达到平衡,但下游沙丘区的冲刷仍在继续进行着。冲刷坑流出来的水流把墩后由坑内泥沙沉积起的沙丘不停地拉平,并逐渐推向下游。

通过上述对桥墩局部冲刷水流结构和冲刷过程的描述,在读者的头脑中可以显现出一幅桥墩冲刷的图像,为定量分析各冲刷因素间的关系建立了基础。

第三节 美国联邦公路局推荐的 桥墩局部冲刷计算公式^[1,3]

预先估算桥墩局部冲刷的最大深度是桥梁设计的重要课题。各国发表的这类公式很多,这里只列举美国、前苏联、中国和国际水力学协会近年来发表和推荐的一些公式,说明这个问题当今的研究水平和发展方向。

(1) 美国联邦公路局(FHWA)在1980年1月关于桥墩局部冲刷的研究报告中,分析了20余年来西方发表的二十多个公式,试图应用实地观测资料分别给予验证和评价。但由于实地观测难以得到大量、准确的结果,并未能对各公式做出明确的评价。报告中大部分公式都可归纳为三个变量组合的型式:

$$\frac{\text{冲刷深度}}{\text{墩宽}} = f\left(\frac{\text{水深}}{\text{墩宽}}, \text{泥沙特性}\right)$$

这些公式有的只包含上述自变量中的一个或两个。

$$1) \frac{\text{冲刷深度}}{\text{墩宽}} = f\left(\frac{\text{水深}}{\text{墩宽}}\right) \quad (\text{表 1-1})$$

表 1-1

作 者	公式原型式	假 定	公式比较型式
Breusers	$h_s = 1.4b$	无	$\frac{h_s}{b} = 1.4$
Blench(2)	$\frac{h + h_s}{b} = 1.8 \left(\frac{b}{h} \right)^{0.25}$	无	$\frac{h_s}{b} = 1.8 \left(\frac{h}{b} \right)^{0.75} - \frac{h}{b}$
Inglis-Poona(2)	$\frac{h + h_s}{b} = 1.73 \left(\frac{h}{b} \right)^{0.78}$	无	$\frac{h_s}{b} = 1.73 \left(\frac{h}{b} \right)^{0.78} - \frac{h}{b}$
Laursen	$h_s = 1.5k_1k_2b^{0.7}h^{0.3}$	无	$\frac{h_s}{b} = 1.5k_1k_2 \left(\frac{h}{b} \right)^{0.3}$

$$2) \frac{\text{冲刷深度}}{\text{墩宽}} = f\left(\text{弗劳德数}, \frac{\text{水深}}{\text{墩宽}}\right) \text{ (表 1-2)}$$

表 1-2

作 者	公式原型式	假 定	公式比较型式
Shen(1)	$\frac{h_s}{b} = 11.0 F_r^2$	$F_r = \frac{v}{\sqrt{gh}}$	$\frac{h_s}{b} = 11 \left(\frac{h}{b}\right) F_r^2$
Shen(2)	$\frac{h_s}{b} = 3.4 F_r^{0.67}$	同上	$\frac{h_s}{b} = 3.4 \left(\frac{h}{b}\right)^{0.335} F_r^{0.67}$
Chitale	$\frac{h_s}{h} = 6.65 F_r - 5.49 F_r^2 - 0.51$	同上	$\frac{h_s}{b} = (6.65 F_r - 5.49 F_r^2 - 0.51) \frac{h}{b}$
Liu	$\frac{h_s}{h} = 0.3 + 2.15 \left(\frac{a}{h}\right)^{0.4} F_r^{\frac{1}{3}}$	同上	$\frac{h_s}{b} = 0.3 \frac{h}{b} + 2.15 \left(\frac{h}{b}\right)^{0.6} F_r^{\frac{1}{3}}$
Bata	$\frac{h_s}{h} = 10 \left(\frac{v^2}{gh} - \frac{3d}{h}\right)$	$\frac{d}{h} \propto 0$	$\frac{h_s}{b} = 10 \frac{h}{b} F_r^2$
Varze- liotis	$\frac{h + h_s}{b} = 1.43 \left(\frac{q^{\frac{2}{3}}}{b}\right)^{0.72}$	$q = vh$	$\frac{h_s}{b} = 1.43 g^{0.24} \left(\frac{h}{b}\right)^{0.72} F_r^{0.24} - \frac{h}{b}$
Inglis- Poona(1)	$\frac{h + h_s}{b} = 1.7 \left(\frac{q^{\frac{2}{3}}}{b}\right)^{0.78}$	$q = vh$	$\frac{h_s}{b} = 1.7 g^{0.26} \left(\frac{h}{b}\right)^{0.78} F_r^{0.26} - \frac{h}{b}$
Ahmad	$h + h_s = k q^{\frac{2}{3}}$	$q = vh$	$\frac{h_s}{b} = k g^{\frac{1}{3}} \left(\frac{h}{b}\right) F_r^{\frac{2}{3}} - \frac{h}{b}$

$$3) \frac{\text{冲刷深度}}{\text{墩宽}} = f\left(\text{弗劳德数}, \frac{\text{水深}}{\text{墩宽}}, \text{泥沙特性}\right) \text{ (表 1-3)}$$

表 1-3

作 者	公式原型式	假 定	公式比较型式
Blench(1)	$\frac{h + h_s}{h} = 1.8 \left(\frac{b}{h}\right)^{\frac{1}{4}}$	$F_b = \frac{v^2}{h}$	$\frac{h_s}{b} = 1.8 \left(\frac{g}{F_b}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{h}{b}\right)^{\frac{3}{4}} F_r^{\frac{1}{2}} - \frac{h}{b}$
Blench(3)	$h + h_s = 1.8 d_r$	$d_r = \left(\frac{q^2}{F_b}\right)^{\frac{1}{3}}$	$\frac{h_s}{b} = 1.8 \left(\frac{q}{F_b}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{h}{b}\right) F_r^{\frac{2}{3}} - \frac{h}{b}$