

高等学校

小学教育

专业教材

高等数学

(文科类)

主编 周明儒

南京大学出版社

高等学校小学教育专业教材

高等数学

(文科类)

主编 周明儒
编写 王 慈 张晓岚
周明儒 戴朝寿

南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 文科类/周明儒主编. —南京: 南京大学出版社, 1999. 9

高等学校小学教育专业教材

ISBN 7-305-03436

I. 高... II. 周... III. 高等数学—师范大学—教材
IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 48897 号

丛 书 名 高等学校小学教育专业教材

书 名 高等数学(文科类)

主 编 周明儒

责任编辑 高锦明

装帧设计 赵 庆

责任校对 文 鼎

出版发行 南京大学出版社

(南京市汉口路 22 号南京大学校内 邮编 210093)

印 刷 南京人民印刷厂

经 销 全国各地新华书店

开 本 850×1168 1/32 印张 13 75 字数 345 千

2000 年 3 月第 1 版 2000 年 3 月第 1 次印刷

印 数 1-6000

定 价 18.50 元

ISBN 7-305-03436-3/O·235

声明:(1) 版权所有, 侵权必究。

(2) 本版书若有印装质量问题, 请与经销商联系调换。

发行部订购、联系电话: 3592317、3593695、3596923

高等学校小学教育专业教材 编写委员会名单

主任委员：周德藩

副主任委员：朱小蔓 邱坤荣 杨九俊 朱嘉耀 王伦元
李吉林 鞠勤 刘明远

委员（以姓氏笔画为序）：

丁帆	丁柏铨	马景仑	王铁军	许结
师书恩	朱永新	华国栋	汪介之	陈书录
陈敬朴	吴仁林	吴顺唐	何永康	李庆明
李复兴	李敏敏	单增	金成梁	周明儒
周建忠	郁炳隆	林德宏	赵炳生	俞瑾
姚文放	姚焱强	胡治华	郭亨杰	殷剑兴
唐忠明	唐厚元	葛军	辜伟节	彭坤明
詹佑邦	缪建东	缪铨生	谭锡林	樊和平

前 言

培养具有较高学历的小学教师是江苏社会主义现代化建设和基础教育事业发展的迫切需要,也是我国师范教育改革的必然趋势。1984年,江苏省南通师范学校在全国率先进行培养专科程度小学教师的五年制师范教育试验;1998年,通过联合办学形式,组建南京师范大学晓庄学院,在全国率先进行培养本科程度小学教师的试验,使江苏省较早启动了以高学历、高素质为基本特征的“跨世纪园丁工程”。10多年来,试验院校为基础教育输送了一大批新型小学教师,提升了小学教师的学历结构,提高了小学教育教学质量,受到了教育行政部门和用人单位的普遍欢迎。但自试验以来,江苏省乃至全国还没有一套专为培养本专科程度小学教师而编写的小学教育专业教材,这不能不说是一种缺憾。

1997年6月,江苏省教委根据原国家教委师范教育司《大学专科程度小学教师培养课程方案(试行)》的基本精神,组织制订并印发了《江苏省五年制师范课程与学习手册》,对培养专科程度小学教师的目标、规格、课程体系作了明确规定,对各专业所开设课程的目标、内容和要求作了具体说明。1999年6月,又对《江苏省五年制师范课程与学习手册》中小学教育专业课程方案进行了修订,正式颁布了《江苏省五年制师范小学教育专业课程方案(试行)》(以下简称《方案》),标志着江苏省培养专科程度小学教师的五年制师范教学内容和课程体系的确立。“九五”期间,原国家教委

师范司组织成立了“面向 21 世纪本专科学历小学教师专业建设”课题组,江苏省教委和南京师范大学承担了其中一系列的子课题研究任务,编写教材纳入了课题组的预期研究成果,这为教材建设提供了理论和实践上的准备。为了着力解决培养本专科程度小学教师学校教材紧缺的燃眉之急,进一步规范和完善教学管理,切实保证教学质量,江苏省教委组织编写了这套高等学校小学教育专业教材。

这套教材以全面贯彻党的教育方针,全面提高教育质量为宗旨,以教育要“面向现代化、面向世界、面向未来”为指针,以《方案》为依据,体现素质教育思想和改革创新精神,体现大学文化程度和为小学教育服务的内在要求,遵循小学教师成长的规律和学科教学特点,加强通识教育,注重文理渗透,强化职业能力培养,合理安排教材结构,科学构建教材体系。在教材编写过程中,充分汲取了省内外试验院校的教学经验,并注意借鉴国际师范教育改革的先进成果,在确保科学性的前提下,进一步突出教材内容的时代性、针对性和系统性,坚持师范性和学术性统一,基础性和发展性并重,使教材体系更加符合培养面向 21 世纪本专科学历小学教师的需要。

全套教材按照“整体规划、分步实施、逐步到位”的教材建设目标进行编写。第一批主要编写《方案》中规定的学科专业必修课、教育专业必修课和部分选修课的教材,共计 38 本。

学科专业课教材有:《文学理论》、《中国古代文学》、《中国现当代文学》、《外国文学》、《汉语》、《写作》、《普通逻辑概要》、《儿童文学》、《人文社会科学基础》、《高等代数》、《数学分析》、《空间解析几何》、《概率与统计》、《算术基本理论与数论初步》、《微机辅助教学软件设计》、《普通物理》、《现代科技概论》等 17 本。

教育专业课教材有:《教育基本原理》、《教育技术教程》、《教育技艺原理与训练》、《教育科研方法》、《儿童心理学》、《班队管理》、

《小学语文教材概说》、《小学数学教材概说》、《小学语文教学概论》、《小学数学教学概论》等 10 本。

选修课(必选)教材有:《大学语文》、《高等数学》、《中国文化概说》、《教育思想史》、《素质教育论》、《教育现代化》、《家庭社区教育》、《教育伦理学》、《现代教育思潮》、《小学教育个案研究》、《小学教育比较研究》等 11 本。

本套教材由国内学养深厚的知名专家学者担任主编,一大批具有丰富教学经验和较高学术水平的学科带头人集体参与编写,确保了教材质量。

本套教材适用于培养大学本、专科学历小学教师的全日制学校,也可以作为在职小学教师本专科学历进修、继续教育和自学考试的指定教学用书。

培养本专科学历小学教师是一项面向未来的探索,小学教育专业建设尤其是教材建设尚处在起步阶段。由于缺乏经验,加上编写时间仓促,难免存在一些不足之处,各地在具体使用过程中有什么问题或建议,请及时与江苏省教委师范教育处联系,以便修订完善。

高等学校小学教育专业
教材编写委员会

1999年8月

目 录

前言

绪论..... (1)

预备知识 (12)

第一章 极限与连续 (15)

§ 1.1 数列极限..... (16)

§ 1.2 函数极限..... (27)

§ 1.3 极限存在准则,两个重要极限 (37)

§ 1.4 无穷小与无穷大..... (44)

§ 1.5 函数的连续性..... (48)

第二章 导数与微分 (61)

§ 2.1 导数概念..... (62)

§ 2.2 求导法则..... (73)

§ 2.3 中值定理..... (87)

§ 2.4 导数的应用..... (94)

§ 2.5 微分 (112)

第三章 积分学..... (121)

§ 3.1 不定积分概念 (122)

§ 3.2 基本积分表与简单积分法 (126)

§ 3.3	换元积分法	(129)
§ 3.4	分部积分法	(137)
§ 3.5	定积分的概念	(142)
§ 3.6	定积分的基本性质	(149)
§ 3.7	微积分学基本定理	(152)
§ 3.8	定积分的换元积分法与分部积分法	(158)
§ 3.9	定积分的应用	(163)
§ 3.10	简单微分方程	(179)
§ 3.11	广义积分简介	(198)
第四章	无穷级数	(207)
§ 4.1	无穷级数及其收敛性	(210)
§ 4.2	正项级数	(218)
§ 4.3	任意项级数	(226)
§ 4.4	幂级数	(229)
§ 4.5	初等函数的泰勒展式	(238)
§ 4.6	微积分发展简史	(248)
第五章	概率论初步	(256)
§ 5.1	随机现象与随机事件	(258)
§ 5.2	事件的概率	(272)
§ 5.3	概率的计算公式	(285)
§ 5.4	随机变量及其概率分布	(306)
§ 5.5	随机变量的数字特征	(334)
§ 5.6	正态分布在教育研究中的应用	(348)
§ 5.7	极限定理简介	(358)
第六章	一些数学分支简介	(370)

§ 6.1 非欧几何	(371)
§ 6.2 混沌	(380)
§ 6.3 分形	(394)
附录一 不定积分表	(410)
附录二	
表 1 泊松分布数值表	(417)
表 2 标准正态分布函数数值表	(419)
附录三 外国学者人名索引	(420)
参考书目	(423)
后 记	(425)

绪 论

数学中的转折点是笛卡尔的变数.有了变数,运动进入了数学;有了变数,辩证法进入了数学;有了变数,微分和积分也就立刻成为必要的了.

恩格斯

没有数学,我们无法看透哲学的深度;没有哲学,人们也无法看透数学的深度.而若没有两者,人们就什么也看不透.

B. Demollins

—

1992年,联合国教科文组织在里约热内卢发表的宣言指出,“纯粹数学与应用数学是理解世界及其发展的一把主要钥匙”,并宣布“2000年是世界数学年”.人们对数学学科的理解及其作用的认识已经达到前所未有的高度.

通常人们把科学分为自然科学和社会科学两大类,哲学则是关于自然知识和社会知识的概括和总结.有人把哲学通俗地称之为“明白学”,因为它既是讲的世界观,又是讲的方法论.数学历来

• 1 •

被看成是自然科学的一部分,而且也基本上只为自然科学工作者广泛使用.但是,从本质上看,数学既不归属为自然科学,也不归属为社会科学,它和哲学一样,是自然科学和社会科学共有的工具.数学以其特有的抽象、思辨的方法,严密的逻辑推理,深刻地揭示了现实世界的空间形式和数量关系.因此,只要涉及到“量”,涉及到研究量的关系及其变化,就少不了数学这一工具,而且数学的思想方法作为人们应当具有的一种基本素质,是一切科学工作者和实际工作者都应当学习和掌握的.

数学家 Kaplan 指出:“由于最近 20 年的进步,社会科学的许多重要领域已经发展到不懂数学的人望尘莫及的阶段.”例如,以定量研究为主要标志的实证社会学一直是西方社会学发展的主流,并奠定了社会学的学科基础,定量社会学已发展成高度数学化、高度统计化的学科;金融经济学借助于数学中的随机分析方法取得了重大突破;历史学家借助于数学方法开辟了许多过去不为人重视或未很好利用的历史资料的新领域,并大大改进了研究的手段和方法;用数学方法研究语言现象已形成了一门新的交叉学科——数理语言学;数学方法加上计算机技术已成功地运用于文学和艺术的研究,对《红楼梦》作者及成书过程的研究成果,以及分形图像的研究,就是典型的例子.可以这么说,一个社会科学工作者如果掌握了数学工具,就会如虎添翼而展翅高翔.

二

迄今我们学习过的数学,主要是算术、代数、几何和三角,这是人类在公元前 5 世纪左右到 17 世纪这 2000 多年内取得的成果.我们看到,在这些数学分支中涉及到的量,在讨论的过程中都是不变的,因此它们又称为常量数学.这些在中、古世纪日臻完善并大显神通的数学工具,到了 17 世纪已远远不够用了.航海业的发展,

要求精确地测定经纬度,描绘各种船体的曲线、曲面,计算各种不同形状的面积、体积,确定物体的重心;随着资本主义工场手工业的迅速发展而地位越来越显得重要的力学,则要求确定运动物体的瞬时速度、运动的方向(曲线的切线)、运动的路程(曲线的弧长)等等,于是变量数学应运而生,其标志是法国数学家笛卡尔(Descartes, 1596—1650)和费马(Fermat, 1601—1665)的解析几何,以及牛顿(Newton, 1642—1727)和莱布尼兹(Leibniz, 1646—1716)的微积分。

就数学本身的发展而言,希腊数学家欧几里得(Euclid, 约公元前 330—前 275)的《原本》已为初等几何奠定了完整的体系,阿波罗尼斯(Apollonius, 约公元前 262—前 200)的《圆锥曲线论》已基本完整地叙述了有关圆锥曲线的性质. 1591 年韦达(Viète, 1540—1603, 法国人)首创符号代数,他用字母来表示未知数和已知数,从而使代数脱离了具体的数的束缚,并为几何代数化创造了条件. 另一方面,继文艺复兴之后,欧洲人继承和发展了希腊的数学观,将数学作为研究自然的有力工具. 哥白尼(Copernicus, 1473—1543, 波兰人)、开普勒(Kepler, 1571—1630, 德国人)等将数学应用于天文学问题,斯蒂文(Stevin, 1548—1620, 比利时人)、伽利略(Galileo, 1564—1642, 意大利人)等将数学应用于力学问题. 客观需要促使数学家们考虑如何用运动的观点并采取适当的方法来研究和解决圆锥曲线及其他有关的曲线问题.

正是在这样的历史背景和前人工作的基础上,1637 年笛卡尔在其一部哲学著作的附录《几何学》中,通过引进坐标,将几何曲线表示成代数方程,又通过代数方程的研究来揭示几何曲线的性质. 笛卡尔把以往对立着的“形”与“数”统一起来,并将“变量”的概念引进了数学,从而将运动引进了数学. 在采用坐标法的同时,用解析的(代数的)方法研究几何对象的解析几何诞生了. 如今,其平面部分已成为高中学生应该掌握的知识.

微积分的创立是在很多数学家研究成果的基础上,由英国伟大的科学家牛顿和德国杰出的学者莱布尼兹分别独立完成的. 牛顿曾说过:“如果我比别人看得远些,那只是由于我站在巨人的肩上!”早在阿基米德(Archimedes, 公元前 287—前 212)寻求几何图形的面积和体积的工作中,就已经有了积分的概念和方法的萌芽. 到了 17 世纪,有关微积分实际问题的处理则已取得相当丰富的成果. 例如,由于卡瓦列利(Cavalieri, 1598—1647)、帕斯卡(Pascal, 1623—1662)、费马、瓦里斯(Wallis, 1616—1703)的努力,求曲边形面积、体积和求曲线长的问题已得到与近代定积分类似的一般方法;牛顿的老师巴罗(Barrow, 1603—1677)于 1669 年发表的著作中所用的“微分三角”已接近于现代微分方法,并且他已得到两函数的积、商的微分定理, x 的幂的微分,求曲线的长度,定积分中的变量代换以及隐函数的微分定理等. 但正如美国数学史家 M. 克莱因所评述的那样:“数学和科学中的巨大进展,几乎总是建立在几百年中作出一点一滴贡献的许多的工作之上的,需要一个人来走那最高最后的一步,这个人要能够敏锐地从纷乱的猜测和说明中清理出前人的有价值的想法,有足够想象力把这些碎片重新组织起来,并且足够大胆地制定一个宏伟的计划. 在微积分中,这个人就是伊萨克·牛顿.”

牛顿在 1665 年至 1676 年间,先后完成了四篇关于微积分的论著:《流数短论》(1666)、《运用无穷多项方程的分析学》(1669)、《流数法和无穷级数》(1671)和《求曲边形的面积》(1676). 牛顿称变量为流,称变量的变化率为流数(即现在称为的导数),他不仅引入了导数这一微分学的基本概念,而且已明确地表现了将导数化为增量的比的思想;他系统地引进了他所创造的独特的记法(如用 \dot{x} 表示 $\frac{dx}{dt}$ 等),清晰地表述了微积分的基本定理,并且巧妙地运用无穷级数来求一些函数的积分.

莱布尼兹和牛顿差不多是同时建立微积分的. 他于 1675 年运用了 dx 、 dy 等符号; 首创用 \int 表示总和, 现今已成为积分记号; 从 1684 年起他开始发表微积分方面的论文(牛顿的成果 1687 年公开发表), 他得出了函数和、差、积、商的微分法则, 得出了复合函数、指数函数、对数函数的微分法则以及在积分号下对参变量求微分的方法等. 他和牛顿都是微积分的创立者, 但比较而言, 牛顿更多的是关心创立微积分的体系和基本方法, 而莱布尼兹则力求建立运算法则和公式的系统.

300 多年前前创立的微积分, 极大地推动了科学的进步和人类经济、社会的发展, 也极大地促进了数学自身的发展.

18 世纪, 以瑞士数学家贝努利(Bernoulli)兄弟和欧拉(Euler, 1707—1783), 法国数学家拉格朗日(Lagrange, 1736—1813)和拉普拉斯(Laplace, 1749—1827)等为代表的数学家, 以非凡的直观和敏锐的洞察力、超群的数学技巧, 进一步发展了微积分, 并创立了含有未知函数及其导数的微分方程、研究无穷多项求和的无穷级数、求泛函极值的变分法等新的数学分支, 发展了研究随机现象规律的概率论.

19 世纪是数学天才辈出、成果辉煌、数学发生了深刻变化的世纪. 法国数学家柯西(Cauchy, 1789—1857)、德国数学家维尔斯特拉斯(Weierstrass, 1815—1897)和黎曼(Riemann, 1826—1866)奠定了复变函数论的基础, 将实分析的方法推广到复数域中; 在德国数学家康托(Cantor, 1845—1918)建立的集合论基础上, 法国数学家勒贝格(Lebesgue, 1875—1941)变革了传统的黎曼积分, 实变函数论诞生了; 达朗贝尔(D'Alembert, 1717—1783)、傅里叶(Fourier, 1768—1830)对弦振动、热传导问题的研究, 推动了数学物理方程的发展; 德国数学家高斯(Gauss, 1777—1855)开创了数论研究的新纪元, 狄利克雷(Dirichlet, 1805—1859)、切比雪夫(Чебышев, 1821—1894, 俄国人)开拓了解析数论的研究; 高斯的

代数学基本定理,阿贝尔(Abel,1802—1829,挪威人)和伽罗瓦(Galois,1811—1832,法国人)关于代数方程可解性理论,将在17、18世纪相对沉寂的代数学解放出来,爱尔兰人哈密顿(Hamilton,1805—1865)、德国人格拉斯曼(Grassmann,1809—1877)和英国人凯莱(Cayley,1821—1895)则以不同于普通代数的遵守某种结构规律的代数方法,打开了现代**抽象代数**的大门;对欧几里得第五公设的长期研究,导致了几何学的飞跃,俄国人罗巴切夫斯基(Лобачевский,1793—1856)创立了与欧氏几何不同的**罗巴切夫斯基几何**,黎曼创立了**黎曼几何**;高斯和黎曼还将由欧拉奠基、蒙日(Monge,1746—1818,法国人)发展的曲面理论发展成为**微分几何**,德国数学家F. 克莱因(Klein,1849—1925)则将各种几何置于变换群的统一认识之下,开创了**射影几何学**,而1899年德国数学家希尔伯特(Hilbert,1862—1943)《几何基础》的出版,则将19世纪数学的辉煌成就画上了漂亮的句号。

进入20世纪,数学无论是在深度和广度上,还是在理论与应用上都有了很大的发展,一些数学分支如**泛函分析**、**偏微分方程**、**动力系统**、**复分析**、**非线性分析**、**整体微分几何**、**代数几何与代数数论**、**组合数学**、**模糊数学**、**最优化**、**计算机数学**、**粒子系统与随机分析**、**多维数据统计分析**、**混沌动力学**、**分形几何**等等正在取得日新月异的成就,而数学与其他学科的交叉、渗透已成为时代的特征。

三

从上面简要的历史叙述中可以看到,我们现在所了解的只有中、古世纪的常量数学以及17世纪平面解析几何的一点知识,这显然是太少了.与称之为初等数学的常量数学相对应,人们又统称变量数学为高等数学.变量数学中的一些学科,如空间解析几何、线性代数、数学分析(微积分)、复变函数、微分方程、概率论与数理

统计等,已成为高等学校理工科学生的必修课程.而越来越多的高校正为文科类的大学生开设高等数学的课程,把它作为素质教育的一种措施.

作为一门课程的“高等数学”,是为高等学校非数学专业的学生开设的.它包含的主要内容是微积分,并根据不同专业的需要,介绍一些有关知识,如线性代数、常微分方程、概率统计等.根据教学要求和培养目标,我们这门课程将重点介绍一元微积分和级数.考虑到客观世界大量存在着随机现象,懂得一点处理随机变量的知识不仅是完全必要的,而且对大家毕业后开展教育教学研究也是十分有益的,因此比较系统地介绍了概率论的基础知识.因为知识基础不足和学时有限,不可能介绍更多更深一些的数学知识,但最后一章我们还是简要地介绍了非欧几何的产生以及最近 20 多年来迅猛发展的新学科混沌与分形.这不仅是为了开阔眼界,使大家对现实世界能有更深刻的认识,也是为了使得大家对绝对真理与相对真理、确定性与随机性、偶然性与必然性、现象与本质等等哲学问题有进一步的认识.

在现实生活中,人们常常自觉或不自觉地把文科和理科对立起来.有些选择文科的青年学生害怕数学,不习惯于或者不喜欢数学知识表述的抽象和严谨.其实,只要认真地一步一个脚印地学习和领会数学的每一个概念、定义和定理,并认真地思考数学对象的现实原型,尽可能地运用已学的数学知识去解决一点实际问题,就会在这些抽象的数学对象的背后,看到活生生的客观事物;在看上去严谨、呆板的数学知识里,体会到跃动着的丰富哲理,以及蕴含着奇妙的数学美.

文理截然分科是不符合人类的认识史和科学发展史的.作为一名未来的人民教师,特别是面对渴望求知和对世界充满了好奇的青年学生,一个生活在信息时代的文科大学生应当在学好专业知识的同时,尽可能多地学一点自然科学知识.只要肯下功夫,文科学生就不仅能够学好数学,而且能够用好数学.