

灰色系统理论应用丛书

严智渊 孙磊 编著

灰色系统实用程序

灰色系统——信息不完全确知的系统

灰色系统理论——邓聚龙教授在一九八二年
创立

社会、经济系统一般都是以“灰元”、“灰数”、
“灰关系”为特征的灰色系统

灰色系统理论广泛应用于工业、农业、经济
等社会各个领域



江苏科学技术出版社

灰色系统理论应用丛书

江苏科学技术出版社

灰色系统 --- 实用程序

严智渊 孙 磊 编著

灰色系统理论应用丛书

灰色系统实用程序

严智渊 孙 磊

出版发行：江苏科学技术出版社

经 销：江苏省新华书店

印 刷：江苏新华印刷厂

开本 787×1092 毫米 1/32 印张 3.25 插页 2 字数 69,500

1989年8月第1版 1989年8月第1次印刷

印数 1—3,000 册

ISBN 7—5345—0730—8

N · 5

定价：1.75 元

责任编辑 郁宝平

序

由上海经济区灰色系统研究会组织编写，江苏科学技术出版社出版的《灰色系统理论应用丛书》，现在和大家见面了。

灰色系统是按颜色来命名的。为什么用颜色来区分系统？因为，在控制理论中常用颜色深浅来形容信息的多少。比如艾什比用黑盒(Black Box)来称呼内部信息未知的对象。我们也用“黑”表示信息缺乏，“白”表示信息完全，“灰”表示部分信息清楚，部分信息不清楚，即信息不完全。凡是信息不完全确知的系统，都可称之为灰色系统。与之相应的便有白色系统和黑色系统。

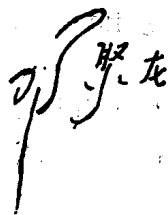
灰色系统不同于灰箱。灰箱意味着边界、框架。而灰色系统是打破框架，突破箱的约束，从系统内部去发掘信息并充分利用信息。

灰色系统也不同于“黑箱”、“模糊数学”。“黑箱”建模方法是着重系统外部行为数据的处置方法，而“灰色”建模方法是着重系统内部行为数据间、内在关系挖掘量化的方法。“模糊数学”着重外延不明确、内涵明确的对象，而灰色系统着重外延明确、内涵不明确的对象。

自从1982年我在国际上首先提出这个理论以来，先后召开了多次全国性的学术讨论会。出版发行了十来本专著和数以百计的研究论文，成立了全国性的武汉灰色系统理论研究会。同时得到了国内外著名学者的赞赏和同行们的支持，以及学术界前辈们的鼓励，趁此机会，一并表示由衷的感谢。

由于社会、经济系统一般都是以“灰元”、“灰数”、“灰关系”为特征的灰色系统，因此灰色系统理论正在农业、计划、经济、社会、科教、生物、地质、史学、军事、行政等各个方面得到日益广泛地应用。上海经济区灰色系统研究会的同志们为了促进这一理论的发展和更为广泛地应用，总结国内学者、专家几年来的研究成果和实际应用的经验，撰写了这套丛书。丛书共分五册，即《灰色系统预测与应用》、《灰色线性规划与应用》、《灰色关联分析与应用》、《灰色系统决策与应用》、《灰色系统实用程序》。灰色预测、灰色线性规划、关联分析、灰色决策和灰色系统实用程序等。

由于丛书主要作者在灰色系统研究、教学、咨询与应用等方面，都有比较丰富的经验，所以写得深入浅出，把灰理论寓于大量的实用案例之中，使具有中等以上文化的同志都能“看得懂、用得上”，并适用于社会、经济、科教、文卫等各个领域，可作为广大科技工作者、经济管理人员和大、中专学生的学习参考资料或供大学、中专学校、业校、电大、函授、培训班等作教材。我相信本丛书将成为广大读者学习、熟悉并应用灰理论的好帮手。故此，特向大家推荐！



1989年元月于武汉

目 录

第一章 灰色系统模型与灰色预测	(1)
§ 1.1 GM建模原理	(1)
§ 1.2 GM(1,1)模型及程序	(2)
§ 1.3 GM(2,1)模型及程序	(17)
§ 1.4 GM(1,N)模型及程序	(31)
§ 1.5 维尔赫姆斯特 (Verhulst)模型及程序.....	(41)
§ 1.6 马尔柯夫(Markov)模型及程序.....	(48)
第二章 灰色关联分析程序	(54)
§ 2.1 灰色关联分析的意义.....	(54)
§ 2.2 灰色关联模型及程序.....	(54)
第三章 灰色系统决策	(69)
§ 3.1 灰色统计.....	(69)
§ 3.2 灰色聚类.....	(74)
§ 3.3 灰色区划.....	(78)
§ 3.4 多目标局势决策.....	(85)
第四章 灰色线性规划	(94)
§ 4.1 灰色线性规划基本概念.....	(94)
§ 4.2 灰色线性规划模型及程序.....	(94)
后 记	(99)

第一章 灰色系统模型与灰色预测

§ 1.1 GM建模原理

对于给定的原始时间数据列 $\{x_i^{(0)}(t)\}$ ($i=1,2,\dots,n; t=1,2,\dots,m$) 一般不能直接用于建模, 因为时间数据序列多为随机的, 无规律的, 若将原始数据序列经过累加生成, 可获得新的数据序列 $\{x_i^{(1)}(t)\}$, 其中 $x_i^{(1)}(t) = \sum_{k=1}^t x_i^{(0)}(k)$ 。这种生成有两个目的:

- (1) 为建模提供中间信息。
- (2) 将原始数据序列的随机性加以弱化。

如图1-1所示, (a)为原始数据序列的曲线, 有明显的摆动性。(b)为一次累加生成曲线, 显然增强了原数据序列的规律

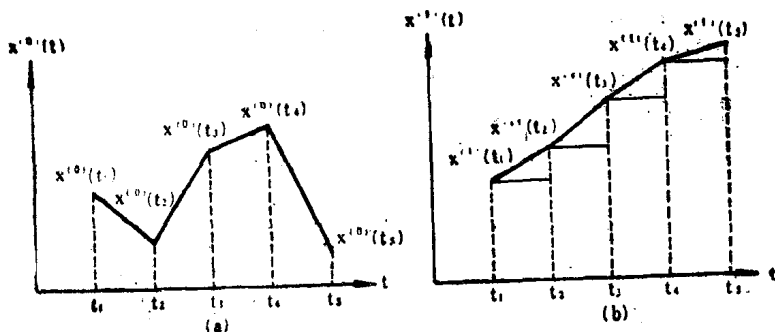


图1-1

性,则随机性被弱化了。可见经累加生成的数据序列的随机性有明显的减小。一般说来,对于非负的数据序列,累加次数越多,则随机性弱化越显著,规律性越强化,这样就很容易用指数曲线逼近。

灰色系统理论把上述经过一定方式处理后的数据序列(生成列)称为“模块”,并把由已知的白色数据构成的模块称为白色模块,而由白色模块建模外推到未来的模块,即由预测值构成的模块称为灰色模块。

§ 1.2 GM(1,1) 模型及程序

GM(1,1) 模型为单序列的一阶线性动态模型,主要用于外推预测。

1.2.1 数学方法概述

GM(1,1)模型相应的微分方程为:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$$

记系数向量 $\hat{B} = [a, b]^T$ 。用最小二乘法对 $\hat{B}$ 求解:

$$\hat{B} = [X^T X]^{-1} X^T Y$$

其中:

$$X = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^2 x^{(0)}(i) + x^{(0)}(1) \right), & 1 \\ -\frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^3 x^{(0)}(i) + \sum_{i=1}^2 x^{(0)}(i) \right), & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^M x^{(0)}(i) + \sum_{i=1}^{M-1} x^{(0)}(i) \right), & 1 \end{pmatrix}$$

$$Y = (x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(M))^T$$

解出向量 $\hat{B} = [a, b]^T$ 后, 代入微分方程得解:

$$x^{(1)}(t) = \left(x^{(1)}(0) - \frac{b}{a} \right) e^{-at} + \frac{b}{a}$$

令 $x^{(1)}(0) = x^{(0)}(1)$, 则 GM(1,1) 模型的时间函数为:

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-at} + \frac{b}{a}$$

1.2.2 计算步骤

1. 数据处理. 给出下列原始数据序列 $\{x^{(0)}(i)\} (i=1, 2, \dots, M)$, 有相应的一次累加生成序列 $\{x^{(1)}(i)\} (i=1, 2, \dots, M)$, $x^{(1)}(i)$

$= \sum_{k=1}^i x^{(0)}(k)$; 累加生成数列的一次累差 $\{\alpha^{(1)}(x^{(1)}, i)\} (i=1, 2, \dots, N)$. 其中:

$$\alpha^{(1)}(x^{(1)}, i) = x^{(1)}(i) - x^{(1)}(i-1)$$

$$= \sum_{k=1}^i x^{(0)}(k) - \sum_{k=1}^{i-1} x^{(0)}(k) = x^{(0)}(i)$$

2. 构造矩阵 X 和向量 Y:

$$X = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(1)), & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(3) + x^{(1)}(2)), & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(M) + x^{(1)}(M-1)), & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = (x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(M))^T$$

3. 求 $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$ 的系数向量 $\hat{B}$,

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = [X^T X]^{-1} X^T Y$$

4. 求微分方程的时间函数:

$$X^{(1)}(t+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-at} + \frac{b}{a}$$

5. 用模型求生成数的回代计算值 $\hat{x}^{(1)}$:

$$\{\hat{x}^{(1)}(i)\} (i=1, 2, \dots, M)$$

6. 求原始数据还原值 $\hat{x}^{(0)}(i)$:

$$\hat{x}^{(0)}(i) = \hat{x}^{(1)}(i) - \hat{x}^{(1)}(i-1) \quad (i=1, 2, \dots, M)$$

7. 求残差值 $e^{(0)}$ 及相对误差 q :

$$e^{(0)}(i) = x^{(0)}(i) - \hat{x}^{(0)}(i)$$

$$q = \frac{e^{(0)}(i)}{x^{(0)}(i)} \cdot 100\%$$

8. 计算模型还原数据列 $\{\hat{x}^{(0)}(i)\}$ 与原始数据列 $\{x^{(0)}(i)\}$ 的关联度 R 。

9. 进行后验差检验:

$$(1) \text{ 求原始数据列的均值: } \bar{x}^{(0)} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M x^{(0)}(k)$$

$$(2) \text{ 求原始数据列的方差: } S_x^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{k=1}^M (x^{(0)}(k) - \bar{x}^{(0)})^2$$

$$(3) \text{ 求残差 } e^{(0)} \text{ 的均值: } \bar{e}^{(0)} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M e^{(0)}(k)$$

$$(4) \text{ 求残差的方差: } S_e^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{k=1}^M (e^{(0)}(k) - \bar{e}^{(0)})^2$$

$$(5) \text{ 计算方差比: } C = \frac{S_e}{S_x}$$

(6) 计算小误差概率: $P = \{ |e^{(0)}(k) - \bar{e}^{(0)}| < 0.6745 S_x \}$

根据经验, 一般可按下表划分精度等级:

预 测 精 度	P	C
好	>0.95	<0.35
合格	>0.80	<0.50
勉强	>0.70	<0.65
不合格	≤ 0.70	>0.65

10. 如果q, P, C 都在允许范围之内, 则可计算预测值, 如果不在允许范围之内则需进行残差修正。

1.2.3 残差序列建模与周期分析

1. 建立残差GM(1,1)模型:

(1) 通过GM(1,1)模型计算还原得 $\{\hat{x}^{(0)}(i)\}$, 然后求出残差 $e^{(0)}(i)$ 即 $e^{(0)}(i) = x^{(0)}(i) - \hat{x}^{(0)}(i)$ 。

(2) 若 $\{e^{(0)}(i)\}$ 中有负数, 需作一次非负数列处理。即:

$$\dot{e}^{(0)}(i) = e^{(0)}(i) + |e_{\min}^{(0)}|$$

(3) 对 $\dot{e}^{(0)}(i)$ 作一次累加生成, 建立其 GM(1,1)模型。

(4) 求残差模型的计算值 $\dot{e}^{(1)}(i)$ 。

(5) 由 $\dot{e}^{(1)}(i)$ 依次还原, 求得 $\hat{e}^{(1)}(i)$, $\hat{e}^{(0)}(i)$ 。

(6) 将原模型还原值 $\hat{x}^{(0)}(i)$ 加上同时刻的残差模型的 $\hat{e}^{(0)}(i)$ 则得 $\hat{x}^{(0)}(i,1) = \hat{x}^{(0)}(i) + \hat{e}^{(0)}(i)$ 。

(7) 按上述步骤继续求残差。即: $e^{(0)}(i,1) = x^{(0)}(i) - \hat{x}^{(0)}(i,1)$

(8) 检验结果是否达到要求。如未达到, 继续残差建模, 最后从中选用误差较小的一个模型, 进行预测计算。

2. 残差序列周期分析:

(1) 根据残差序列符号变化情况, 划分出不同的周期 $T_1, T_2, \dots$.

(2) 计算残差绝对值的平均值: $\bar{A} = \frac{\sum_{i=1}^M |e^{(0)}(i)|}{M}$

(3) 分别计算出各个周期内各时刻的修正值:

$$E(t_i) = \bar{A} \sin \frac{t_i \pi}{T_i} \quad (t_i = 1, 2, \dots, T_i)$$

(4) 将修正值叠加到同时刻的计算值上。

(5) 进行检验, 如达不到要求, 可再反复选择周期, 直到符合要求为止。

(6) 选择预测周期与振幅, 预测修正值, 并叠加到原预测值上。

1.2.4 GM(1,1)模型计算框图

1.2.5 程序说明

1. 简单变量:

M——数据个数

T0——起始年份

K——预测年数

2. 程序工作单元:

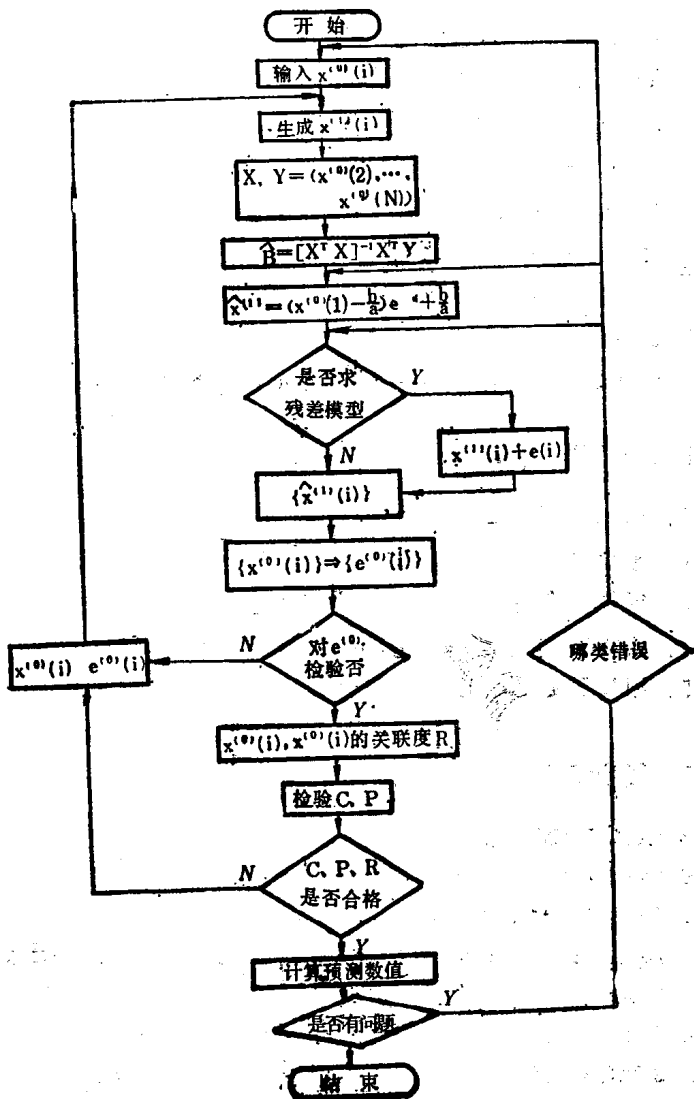
X0(M)——原始数据向量

X0(M)——一次累加生成数据向量

A(M-1,2)—— X^T 矩阵

B(2,M-1)——X矩阵

GM(1,1)模型计算框图



$D(2,4)$ —— $[X^T X]^{-1}$ 逆矩阵
 $C(2,4)$ ——工作单元(存放中间数据)
 $E(2,1)$ ——工作单元(存放中间数据)
 $Y(M-1,1)$ ——常数项矩阵
 $Z(2)$ ——a系数列向量
 $G(M)$ —— x 计算值行向量
 $F(M)$ —— $(x^{(1)}(i) - \hat{x}^{(1)}(i))$ 误差行向量
 $X(M)$ —— $x^{(0)}(i)$ 还原值行向量
 $Q(M)$ —— $(x^{(0)}(i) - \hat{x}^{(0)}(i))$ 误差行向量
 $L(M)$ ——关联系数行向量
 $S(4), R(4), T(4)$ ——数学模型中系数存放单元

1.2.6 上机操作说明

1. 引入程序并运行RUN✓;
2. 根据屏幕提示“M=?”,输入数据个数;
3. 根据屏幕提示“T0=?”,输入起始年份或序号;
4. 机器自动运行到中途,提问预测步数“K=?”;
5. 回答预测步数后,机器自动运行至结束。

1.2.7 程序清单

```

5 INPUT "M="; M
10 INPUT "T0="; T0
15 DIM X0(M), X1(M), A(M-1,2), B(2, M-1), C(2,4),
    D(2,4), E(2,1), Y(M-1,1), Z(2), G(M), F(M), X(M), Q(M),
    L(M)
20 GOSUB 95
25 GOSUB 135

```

```

30 GOSUB 165
35 GOSUB 190
40 GOSUB 220
45 GOSUB 350
50 GOSUB 370
55 GOSUB 410
60 GOSUB 460
65 GOSUB 480
70 GOSUB 510
75 GOSUB 575
80 GOSUB 810
85 GOSUB 910
90 END
95 FOR I=1 TO M: READ X0(I): NEXT I
100 LPRINT "***** GM(1, 1) *****"
105 LPRINT " M="; M
110 LPRINT " ----- X0 (i) ----- "
115 FOR I=1 TO M
120 LPRINT USING "-----";X0(I);
125 NEXT I
130 RETURN
135 T=0
140 FOR I=1 TO M
145 T=T+X0(I)
150 X1(I)=T
155 NEXT I
160 RETURN
165 FOR J=1 TO M-1
170 B(1,J)=- (X1(J+1)+X1(J))/2
175 B(2,J) = 1

```

```

180 NEXT J
185 RETURN
190 FOR I=1 TO 2
195 FOR J=1 TO M-1
200 A(J,I)=B(I,J)
205 NEXT J
210 NEXT I
215 RETURN
220 FOR I=1 TO 2
225 FOR K=1 TO 2
230 C(I, K) =0
235 FOR J=1 TO M-1
240 C(I, K)=C(I, K)+B(I, J)*A(J, K)
245 NEXT J
250 IF I=K THEN 265
255 C(I, K+2)=0
260 GOTO 270
265 C(I, K+2)=1
270 NEXT K
275 NEXT I
280 FOR J=2 TO 4
285  $C(2, J) = C(2, J) - C(1, J) / C(1, 1) * C(2, 1)$ 
290 NEXT J
295 FOR I=1 TO 2
300 FOR J=1 TO 4
305  $D(I, J) = C(I, J) / C(I, 1)$ 
310 NEXT J
315 NEXT I
320 I=2
325 K=1

```

```

330 FOR J=4 TO 2 STEP -1
335 D(K, J)=D(K, J)-D(I, J) / D(I, I) * D(K, I)
340 NEXT J
345 RETURN
350 FOR I=1 TO M-1
355 Y(I, 1)=X0(I+1)
360 NEXT I
365 RETURN
370 FOR I=1 TO 2
375 E(I, 1)=0
380 FOR J=1 TO M-1
385 E(I, 1)=E(I, 1)+B(I, J) * Y(J, 1)
390 NEXT J
395 NEXT I
400 PRINT
405 RETURN
410 CLS: LPRINT "_____ ^a (i) _____"
415 FOR I=1 TO 2
420 Z(I)=0
425 FOR J=3 TO 4
430 Z(I)=Z(I)+D(I, J) * E(J-2,1)
435 NEXT J
440 NEXT I
445 LPRINT " ^a="; USING "____. ____"; Z(1)
450 LPRINT " ^b="; USING "____. ____"; Z(2)
455 RETURN
460 LPRINT "_____ "
465 X0=X0(1)
470 LPRINT " ^X(t+1)="; (X0-Z(2) / Z(1)); "o^";
      -Z(1); "t+(";Z(2) / Z(1);")"

```