

普通高等教育“十五”国家级规划教材配套用书

数学建模竞赛

— 浙江大学学生获奖论文点评
(1999—2004)

杨启帆 何 勇 谈之奕 编

浙江大学出版社

普通高等教育“十五”~~国家级规划教材~~配套用书

数学建模竞赛

——浙江大学学生获奖论文点评

(1999—2004)

杨启帆 何 勇 谈之奕 编

浙江大學出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

· 数学建模竞赛:浙江大学学生获奖论文点评 / 杨启帆
何勇 谈之奕编. —杭州:浙江大学出版社, 2005.5
ISBN 7-308-04369-X

I. 数... II. 杨... III. 数学模型—文集
IV. 022-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 084058 号

责任编辑 李桂云

出版发行 浙江大学出版社

(杭州浙大路 38 号 邮政编码 310027)

(E-mail: zupress@mail.hz.zj.cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州好友排版工作室

印 刷 杭新印务有限公司

开 本 880mm×1230mm 1/32

印 张 19

字 数 564 千

版 印 次 2005 年 7 月第 1 版 2005 年 7 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 7-308-04369-X/O·327

定 价 28.00 元

前 言

浙江大学从 1983 年起开设数学建模课,最初几年,该课程为数学系选修课和必修课。当时我们开设这门课程的目的主要有两个,一是想让学生通过该课程的学习和参加一定的数学建模实践,亲身体会到数学虽是一门依赖于抽象思维的学科,但决不是一座空中楼阁,其研究的问题大多具有很强的实际背景和广泛的应用前景。脱离生产实际,数学就会失去生命力,失去推动其发展的原动力,从而引起他们对实际课题研究的兴趣。其二,鉴于当时有部分数学系学生认为学习数学比较乏味,学了也不知道有什么用途的现象,希望通过这门课程的开设使这部分学生了解到打好数学基础的重要性,并激发起他们学习和应用数学知识的积极性。数学建模课的开设受到了学生们的普遍欢迎,基本上达到了预期的目的,学生学习兴趣非常浓厚并积极参加建模实践,有的还写出了课题研究报告或研究论文。

在数学系开课的成功使我们受到了很大的启发与鼓舞,也使我们认识到高等教育除了传授知识以外,还应当注重对学生综合素质的培养,尤其应当创造一定的机会和环境,让学生们去运用书本知识,在运用过程中开拓他们的进取精神、创新精神和竞争意识,而数学建模课的开设恰好为他们提供了这样的机会。此后,我们很快把在数学系开课搞试点所取得的经验推广到全校,在浙江大学开出了面向不同对象的各种数学建模课程,形成了一定的规模。目前,我们每年开设的数学建模课有数学系必修课,竺可桢学院混合班(我校尖子学生班,每届约有 200 人左右)、工程高级班、理科基地班必修课,工科研究生学位课等,每年听课学生有 1000 人左右。近两年来,我们又在两个本科二级学院中开出了旨在培养应用型人才的数学建模学位课,同样取得了提高学生综合素质、激发他们的创新

能力和竞争意识的良好作用。此外,我们还在校内开设了面向全校学生的选修课,不定期地举办一些讲座,通过这些方法,吸引更多学生参加数学建模学习,投身数学建模实践活动。

1992年开始,教育部高教司和中国工业与应用数学学会共同举办了每年一次的全国大学生数学建模竞赛。我们借此良机,将数学建模教学、组织学生参加建模实践和组织指导学生参加国内外大学生建模竞赛有机结合起来,努力营造我校数学建模系列教学的良好环境。在不断改革教学内容与教学方法的同时,我们又每年举办了全国竞赛和国际竞赛培训班各一期。学生参加建模实践和建模竞赛的积极性很高,自发组织起建模兴趣小组,找题目参与课外课题研究、定期举办研讨班。同学们积极报名参加在每年5月份学校科技活动月期间举行的全校数学建模竞赛(竞赛期间学生照常上课,7~10天后提交研究论文)。暑假期间同学们自发地参加华东地区高校数学建模联赛,并在竞赛中取得了相当不错的成绩。同学们还踊跃报名参加国内外大学生数学建模竞赛,并在竞赛中发挥出色,取得突出成绩。在1999年和2003年的美国大学生数学建模竞赛中,我校学生两度获得特等奖兼 INFORMS 奖,即美国运筹与管理学会奖(注:到目前为止,亚洲地区高校仅获过这两项 INFORMS 奖)。以1999—2004年的6年为例,除获2项国际竞赛 INFORMS 奖外,我校学生还获得了国际竞赛一等奖17项,二等奖9项;全国一等奖21项、全国二等奖26项。获奖级别之高、数量之多均居国内高校前列。对我校学生在国内外数学建模竞赛中所取得的优异成绩,人民日报、光明日报、文汇报、中国教育报、中央人民广播电台、省市报刊电台、香港文汇报及纽约时报等国内外新闻机构均多次作过报道。我们承担的“数学建模教学与实践”教改项目也于2001年通过国家级鉴定,并获得了国家级教学成果二等奖。2003年,我校数学建模课程经同行专家评审,被教育部授予国家级精品课程。现在,数学建模教学、学生建模实践和参赛活动已在浙江大学蓬蓬勃勃地开展起来,成为我校本科教学中的一个亮点,被学校确定为我校惟一的本科生“十五”规划重点建设项目。

学生们在建模实践中提高了综合素质、增长了才干,在此过程中,我们也积累起了大批学生获奖论文,逐步丰富了我们的教学内容。学生的

获奖论文是同学们辛勤劳动的结晶,也是后届学生学习建模时可以参考的范文,为了更好地发挥这批资料的作用,我们特从获奖论文中挑选出部分汇编成册,并加以适当点评,予以正式出版。我们编著本书的主要目的是想为参加国内外大学生数学建模竞赛的同学或对这些课题的研究感兴趣的读者提供一本较好的参考资料。我们认为,指导教师虽然有可以根据经验把握住课题研究的方向,常常也能区分出论文的优劣。但由于时间与精力的限制,指导教师一般不可能像参赛学生那样去深入地开展研究,从而也很难写出优于获奖论文的文章来。因此,虽然获奖论文并非竞赛题的标准答案(事实上,作为数学建模竞赛题,也不应该有所谓的标准答案),每一篇论文中仍可能有这样那样的错误或不足之处,但它们仍可以作为学习数学建模的范文,其中必有初学者可以借鉴和学习之处。由于篇幅的限制,我们不可能汇编全部获奖论文。例如,2000年和2001年,我校学生在参加美国大学生数学建模竞赛时,全部参赛队均获得了国际竞赛一等奖(注:当时规定每一学校只能选派6个参赛队参加竞赛),如将这些论文全部汇编进去是不现实的。

为了使本书具有更大的参考价值,我们在编著时遵循了以下几条原则:

- (1)每一竞赛题最多选用一篇获奖论文;
- (2)每一篇被选用的论文都是获得全国一等奖或国际竞赛一等奖以上的论文;
- (3)对原文不作修改,以保持文章的原汁原味。

全书共分两大部分,第一部分为1999—2004年间的全国大学生数学建模竞赛优秀论文,共11篇,第二部分为1999—2004年间美国大学生数学建模竞赛获国际一等奖以上的论文,共13篇。

本书是我们正在编著的“十五”国家级规划教材和国家级精品课程教材《数学建模》一书的配套教材之一(注:另一配套教材为《数学建模实验》,也将于近期出版),既可用于数学建模教师教学参考之用,也可用于数学建模竞赛培训或用作工程技术人员的参考书籍。

近年来,以提高学生综合素质与创新能力为目的的大学生数学建模竞赛已成为国内外规模最大的大学生学科竞赛,可以说涉及面最广、影响

面最大,希望本书的出版能有利于这些活动的开展。

我校对学生开展数学建模教学虽然起步较早,也取得了一定的成绩,但与其他数学课程相比还显得不够成熟,尚有许多地方需要不断改进。数学建模教学难度较大,教学内容涉及面广而且更新快,教学方法灵活多变,没有固定的模式。教师既要在课堂教育中传授知识与技能,达到示范、启发以至抛砖引玉的作用,又要激励学生参加建模实践,鼓励他们在建模实践与竞赛中增长真才实学。这种与众不同的教学模式效果虽好,但对教师和学生的要求也比较高,需要我们不断地去探索教学改革的新思路、新途径。我们同样希望能通过本书的出版,促进我们与国内外同行之间的交流。兄弟院校的老师、同学在数学建模教学与参赛方面都有许多成功的经验值得我们好好学习,我们热切期望能得到来自兄弟院校的宝贵意见。我们的看法与做法只是我们的一家之言,缺点与错误在所难免,不妥之处敬请读者批评指正。

编 者

2005 年 2 月

于浙江大学求是园

目 录

第一部分 全国大学生数学建模竞赛

- | | | | | | |
|-----|---------|---------------|-----|-----|-----|
| 3 | (1999A) | 自动化车床管理 | 沈 权 | 肖 菲 | 王晓初 |
| 19 | (1999B) | 钻井布局 | 沈华品 | 朱 翔 | 吴以均 |
| 30 | (2000A) | DNA 序列的分类 | 余 杭 | 韩轶平 | 刘 威 |
| 45 | (2000B) | 钢管购运和管道铺设方案设计 | | | |
| | | | 孙 杰 | 赵 明 | 葛志兵 |
| 57 | (2001A) | 血管的三维重建 | 金万军 | 赵立鸣 | 莫林剑 |
| 79 | (2001B) | 公交车的调度 | 杜克勤 | 童 颖 | 李 科 |
| 94 | (2002A) | 车灯线光源的优化设计 | 唐吉庆 | 史嘉凝 | 张皆喜 |
| 110 | (2002B) | 彩票中的数学 | 华 诤 | 胡煜霄 | 徐 洁 |
| 132 | (2003B) | 露天矿生产的车辆安排 | 周 玓 | 陈 铭 | 卢军伟 |
| 154 | (2004A) | 奥运会临时超市网点设计方案 | | | |
| | | | 姚 烁 | 陆 熙 | 张 宁 |
| 174 | (2004B) | 电力市场的输电阻塞管理 | 哈 阳 | 周 楠 | 张 博 |

第二部分 美国大学生数学建模竞赛

- 197 (1999A) Analysis of asteroid impact 杨 骏 张子健 刘自强
- 221 (1999C) Locate the pollution source 沈 权 杨振羽 何晓飞
- 242 (2000A) Air traffic control 李 欣 王 涛 李柏阳
- 264 (2000B) The optimal assignment of channels
陈 驷 吴以均 来 翔
- 287 (2000C) Keep elephant in a stable population
沈 权 肖 菲 王晓初
- 307 (2001A) Configuration strategy in analytical cycling
郑 科 俞 镇 赖利峰
- 336 (2001B) What is another floyd 韩轶平 刘 威 余 杭
- 360 (2001C) Model of population dynamics of zebra mussels
and its applications 凌 旭 蔡中堂 季 敏
- 389 (2002A) Gone with the wind 马自翥 朱叶焘 刘志明
- 409 (2003A) Fly with confidence 胡煜霄 周恩露 华 净
- 440 (2003C) To screen or not to screen, that is the question
柯炳文 武 萌 马 潇
- 472 (2004A) Are fingerprints unique? 管 理 陈志敏 周恩露
- 503 (2004C) Network: a battlefield for security
文晓阳 赵晓楠 何 蒸
- 528 附录一 中国大学生数学建模竞赛竞赛题(本科组)
- 562 附录二 美国大学生数学建模竞赛竞赛题(1999—2004)

第一部分

全国大学生

数学建模竞赛



自动化车床管理

沈 权 肖 菲 王 晓 初

摘 要

本文讨论了在自动化车床管理过程中,知道了零件、刀具等分布规律的前提下,设计刀具更换方案,及用来判断零件是否合格的检查方案,以使得连续生产的工序能达到最好的效益。

文中,我们先由问题提供的刀具故障记录,用分布拟合检验得到刀具寿命的概率分布为以均值为 600,方差为 196.6 的正态分布,建立了两个较合理的模型,较好地描述了原问题,并设计了问题①、②的刀具更换策略,我们给出了两种操作简便的换刀策略,在工程中易于实现并能得到较好的效益。

由模型 1,2 我们解得工序效益最好的检查间隔分别为:

问题①:检查间隔为 19(个零件/件);

问题②:检查间隔为 23(个零件/次)。

同时我们对改进工序检验方式给出了两点建议,并给出简单的证明。

文中,又对原问题进行了计算机随机模拟,得到结果与前述理论模型的结果较接近,再一次验证了模型的合理性和正确性。同时通过模拟统计,我们还分析损耗的组成及部分的变化规律,提出了一种简单的近似算法,并且用模拟法对改进工序检查方式给出的建议进行了验证。

本文中采取的一些面向工程的假设与策略,很具有实际意义。

一、问题重述

一道工序用自动化车床连续加工某种零件,由于刀具损坏等原因该



工序会出现故障,其中刀具损坏故障占 95%,其他故障仅占 5%,工序出现故障是完全随机的,假定在生产任一零件时出现故障的机会均相同。工作人员通过检查零件来确定工序是否出现故障。

现积累有 100 次刀具故障纪录,故障出现时该刀具完成的零件数如附表(附表数据略)。现计划在刀具加工一定件数后定期更换新刀具。

已知生产工序的费用参数如下:

故障时产出的零件损失费用 $f = 200$ 元/件;

进行检查的费用 $t = 10$ 元/次;

发现故障进行调节时恢复正常的平均费用 $d = 3000$ 元/次(包括刀具费);

未发现故障时更换一把新刀具的费用 $k = 1000$ 元/次。

(1)假定工序故障时产出的零件均为不合格品,正常时产出的零件均为合格品,试对该工序设计效益最好的检查间隔(生产多少零件检查一次)和刀具更换策略。

(2)如果该工序正常时产出的零件不全是合格品,有 2% 为不合格品;工序故障时产出的零件有 40% 为合格品,60% 为不合格品。工序正常时认为有故障停机产生的损失费用 1500 元/次。对该工序设计效益最好的检查间隔和刀具更换策略。

(3)在(2)的情况下,可否改进检查方式以获得更高的效益。

二、模型的初步分析

(1)从问题给出的刀具故障记录,通过概率论我们可以得到刀具的故障分布函数,通过对数据的观察研究及查阅常用的系统故障分布函数(文[3] p.18),我们猜想,本问题的刀具的故障分布函数可能为正态分布。设参数为数学期望 μ ,方差 σ ,用极大似然估计法,得:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} X_i = 600, \quad \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{100} (X_i - \hat{\mu})^2}{100}} = 195.6$$

应用分布拟合检验的 χ^2 检验法,根据如下定理(文[1] pp. 215 ~ 216):



定理:若 n 充分大 ($n \geq 50$), H_0 : 总体 x 的分布函数为 $F(x)$, 则当 H_0 为真时 (不论 H_0 中的分布属何种分布), 统计量 (5.4) 总是近似地服从自由度为 $k - r - 1$ 的 χ^2 分布, 其中, r 是被估计的参数个数。于是, 若在假设 H_0 下算得有

$$\chi^2 \geq \chi_a^2(k - r - 1)$$

其中

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(f_i - n\hat{p})^2}{n\hat{p}}$$

则在显著水平 α 下拒绝 H_0 , 否则, 就接受 H_0 。

我们将刀具故障记录数据分成十组, 用 χ^2 检验法, 代入 μ, σ 的估计量, 得:

$$\chi^2 = 1.7594$$

$$\chi_{0.05}^2(k - r - 1) = \chi_{0.05}^2(10 - 1 - 1) = 15.5 > 1.7594$$

所以, 将刀具故障分布看成 $X \sim N(600, 195.6^2)$ 是可以接受的。

(2) 进一步对拟合的分布函数进行验证: 将题目所给数据用计算机统计, 求出其故障的分布概率函数, 并将拟合出来的概率分布函数作图比较, 如图 1, 发现两者吻合的很好, 由此更进一步验证了拟合成正态分布的合理性。

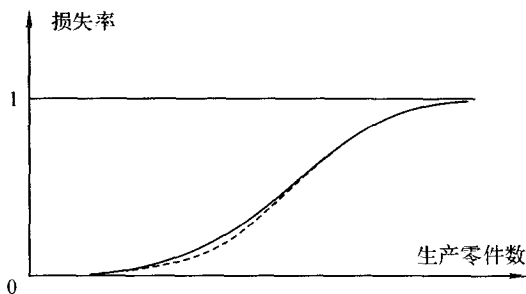


图 1

三、模型假设

- (1) 刀具损坏故障和其他故障相互独立;
- (2) 假设单位刀具寿命内, 零件抽查的次数足够多, 使得可以认为在



任两个相邻抽查之间,刀具故障的概率密度相同;

(3)假设无两种故障(如刀具故障和非刀具故障,两种非刀具故障等)同时产生,也可以认为这种情况是小概率事件;

(4)非刀具故障在一定时期内的概率分布为均匀分布。

四、符号定义

原题中常数的参数意义保留。文中还可能用到的符号有:

w :工序正常而误认为有故障,停机产生的损失费用(元/次);

η_1 :工序正常时零件合格的百分比,为常数(=98%);

η_2 :工序不正常时零件合格的百分比,为常数(=40%);

E :零件平均工作周期内生产的合格零件数(个);

L :零件平均工作周期内的资金损耗(元);

X_N :工序零件的检查间隔(个/次);

X_M :零件的预防性更换给定间隔(个);

$F(X)$:刀具寿命不超过 x 个零件的概率。

五、模型一

(1)刀具更换策略选定:由于刀具费为 1000 元/次,比发现故障再调节的费用(3000 元/次)要少得多,故我们采用如下一种“预防性刀具更换策略”同“故障后更换”相结合的混合更换策略。

给出一个预防性更换给定间隔 X_M ,当处理零件数 $x < X_M$,刀具进行故障后更换,当 $x = X_M$ 且仍正常运行时采取预防性更换,从而使得大批量生产零件时的经济损失最少。

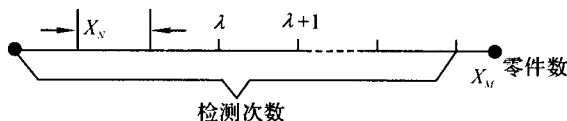


图2 工序说明

(2)由模型假设(4),非刀具故障在一定时期内的概率分布为均匀分布。而且,从总体来看,非刀具故障和刀具故障成一定的比例(1:19)。则



从刀具正态分布规律,可认为非刀具故障在工序进程中分布的概率密度近似如下:

$$f(x) = \frac{1}{19} \cdot \frac{1}{6\sigma}$$

(3)定义 E 为零件平均工作周期内,生产的合格零件数; L 为零件平均工作周期内的资金损耗。则可以将工序效益最好转换为如下规划:

$$\min \frac{L}{E} \quad (1)$$

根据问题可将 L 和 E 表示如下:

$$L = [1 - F(X_M)] \cdot \left[K + \left\lfloor \frac{X_M}{X_N} \right\rfloor \cdot t \right] + \sum_{\lambda=0}^{\left\lfloor \frac{X_M}{X_N} \right\rfloor - 1} \left[\frac{1}{2} X_N \cdot f + \lambda \cdot t + d + \frac{1}{19} \cdot \frac{1}{6\sigma} (\lambda + 1) \cdot X_N \cdot f \right] \cdot [E((\lambda + 1)X_N) - F(\lambda X_N)] + L_m$$

$$E = \int_{X_M}^{\infty} X_M dF + \sum_{\lambda=0}^{\left\lfloor \frac{X_M}{X_N} \right\rfloor - 1} \left[(\lambda + 1)X_N - \frac{1}{2}X_N - \frac{1}{19} \cdot \frac{1}{6\sigma} \cdot \left(\frac{1}{2}X_N\right) \cdot (\lambda + 1)X_N \right] [F((\lambda + 1)X_N) - F(\lambda X_N)] + E_m$$

其中, L_m, E_m 表示因取整而造成的截断误差项,其值如下:

$$L_m = \left[F(X_M) - F\left(\left\lfloor \frac{X_M}{X_N} \right\rfloor \cdot X_N\right) \right] \cdot \left[\left\lfloor \frac{X_M}{X_N} \right\rfloor \cdot t + k + \frac{1}{19} \cdot \frac{1}{6\sigma} X_M \cdot f + \frac{\left(X_M - \left\lfloor \frac{X_M}{X_N} \right\rfloor \cdot X_N\right)}{2} \cdot f \right]$$

$$E_m = \left[F(X_M) - F\left(\left\lfloor \frac{X_M}{X_N} \right\rfloor X_N\right) \right] \cdot \left[\left\lfloor \frac{X_M}{X_N} \right\rfloor \cdot X_N + \frac{\left(X_M - \left\lfloor \frac{X_M}{X_N} \right\rfloor X_N\right)}{2} - \frac{1}{19} \cdot \frac{1}{6\sigma} \cdot X_M \cdot \frac{\left(X_M - \left\lfloor \frac{X_M}{X_N} \right\rfloor X_N\right)}{2} \right]$$

(4)由于 L/E 为 X_M 和 X_N 的函数,用 Matlab 编程,对 X_M 和 X_N 进



行网格搜索,求得满足目标函数(1)式的最优解。所得结果如下表:

参数	数值
$\min L/E$ (元/个)	4.475
X_M (个)	360
X_N (个)	19
相应的 L (元)	1564.6
相应的 E (个)	350

六、模型二

(1)对于问题的第二问,由于加入了随机的因子,使得问题更为复杂。为了进一步分析方便及减少计算量,我们又进一步作出如下合理假设:

①由于非刀具故障占总故障的百分比很小,仅为5%,因而,我们假设其对于结果影响不大,所以下面我们的模型不考虑非刀具故障。

②在平均的机器周期内,当有两个以上零件不合格时,可以认为此时工序已有故障了。(对此假设的解释和证明见附录)

(2)由上述假设②,我们认为:在工序的进行过程中,一旦发现第二个不合格品时,就认为发现工序故障而调节检修。因非刀具故障为小概率事件,基本可认为是刀具故障,此将作为我们的刀具更换策略之一。

(3)检查到不合格零件时的决策:若是在工序的前半段时间检查到不合格产品,应认为工序不正常的概率不大,不宜认为工序不正常而停机;相反,若是在工序的后半段时间检查到不合格产品,由于时间的积累,工序不正常的概率很大,倾向于停机检查故障,但对于工程实际来说,比如说工人,如何来判断是否需要停机呢?下面给出一个定量判断的方法:

设第 x 个零件被检查为不合格品,则其前工序发生故障的概率(后验概率)可计算如下:

$$\begin{aligned} F(x) &= \frac{F(x) \cdot (1 - \eta_2)}{F(x) \cdot (1 - \eta_2) + (1 - F(x)) \cdot (1 - \eta_1)} \\ &= \frac{30}{29F(x) + 1} \end{aligned}$$

另一方面,若在零件 x 之前,工序已出现故障,则在之后由于零件服