新世纪

高等职业教育
基础类课程规划教材

新编经济应用数学

（线性代数 概率论与数理统计）第二版

新世纪高等职业教育教材编审委员会组编 主编/周爱军 孙守湖

GAODENG ZHIYE JIAOYU JICHULEI
KECHENG GUIHUA JIAOCAI

大连理工大学出版社

新世纪

高等职业教育基础类课程规划教材
GAODENGZHIYE JIAOYU JICHULEI KECHENG GUIHUAJIAOCAI

新编经济应用数学

(线性代数 概率论与数理统计)

(第二版)

新世纪高等职业教育教材编审委员会组编

主编/周爱军 孙守湖 副主编/温德臣 宿彦莉

XINBIAN JINGJI YINGYONG SHUXUE

大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

© 大连理工大学出版社 2003

图书在版编目(CIP)数据

新编经济应用数学(线性代数 概率论与数理统计) / 周爱军,孙守湖主编 .
2 版.— 大连 :大连理工大学出版社,2003.8
(高等职业教育基础类课程规划教材)
ISBN 7-5611-2141-5

Ⅰ. 新… Ⅱ. ①周… ②孙… Ⅲ. 经济数学—高等学校:技术学校—教材
Ⅳ. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 041205 号

大连理工大学出版社出版
地址:大连市凌水河 邮政编码:116024
电话:0411-4708842 传真:0411-4701466 邮购:0411-4707961
E-mail:dutp@mail.dlptt.ln.cn URL:http://www.dutp.cn
大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm 印张:13.5 字数:312 千字
印数:5 001 ~ 10 000
2002 年 8 月第 1 版 2003 年 8 月第 2 版
2003 年 8 月第 2 次印刷

责任编辑:李 波 郑淑芹 责任校对:张战场
封面设计:王福刚

定 价:36.00 元(本册 18.00 元)

新世纪高等职业教育教材编委会教材建设指导委员会

主任委员：

戴克敏　大连职业技术学院院长　教授

副主任委员(按姓氏笔画为序)：

王　敏　辽宁商务职业学院院长　教授
王大任　辽阳职业技术学院院长　教授
李竹林　河北建材职业技术学院院长　教授
李长禄　黑龙江工商职业技术学院副院长　副研究员
刘志国　秦皇岛职业技术学院院长　教授
刘兰明　邯郸职业技术学院副院长　教授
刘君涛　烟台大学职业技术学院院长　副教授
范利敏　丹东职业技术学院院长　教授
宛　力　沈阳电力高等专科学校副校长　教授
侯　元　呼和浩特职业技术学院院长　副教授
徐晓平　盘锦职业技术学院院长　教授
曹勇安　黑龙江东亚学团董事长　齐齐哈尔职业学院院长　教授
韩学军　辽宁公安司法管理干部学院副院长　教授

秘书长：

杨建才　沈阳师范大学职业技术学院院长

副秘书长：

周　强　齐齐哈尔大学职业技术学院副院长

秘书组成员(按姓氏笔画为序)：

王澄宇　大庆职业学院
张秀霞　大连职业技术学院
徐　哲　盘锦职业技术学院
鲁　捷　沈阳师范大学职业技术学院
谢振江　黑龙江省公安司法警官学院

会员单位(排名不分先后)：

邯郸职业技术学院
邢台职业技术学院
河北工业职业技术学院
河北工程技术职业学院
河北职业技术学院
石家庄铁路工程职业技术学院
石家庄职业技术学院
河北能源职业技术学院
河北建材职业技术学院
秦皇岛职业技术学院
燕山大学职业技术学院

河北职业技术师范学院
张家口职业技术学院
承德石油高等专科学校
青岛大学高等职业技术学院
青岛职业技术学院
烟台大学职业技术学院
烟台职业技术学院
山东铝业公司职业教育培训中心
东营职业技术学院
山东石油大学职业技术学院
威海职业学院
潍坊职业学院
山东纺织职业学院
日照职业技术学院
山东科技大学工程学院
山东科技大学财政金融学院
山东劳动职业技术学院
山东轻工学院职业技术学院
德州学院职业技术学院
聊城职业技术学院
呼和浩特职业技术学院
内蒙古财经学院高职教学部
内蒙古大学职业技术学院
内蒙古工业大学职业技术学院
包头职业技术学院
包头钢铁学院职业技术学院
呼伦贝尔学院
广西财政高等专科学校
南昌水利水电高等专科学校
哈尔滨职业技术学院
黑龙江工商职业技术学院
黑龙江省公安司法警官学院
黑龙江省建筑职业技术学院
齐齐哈尔职业学院
齐齐哈尔大学职业技术学院
牡丹江大学
佳木斯大学应用技术学院
大庆职业学院
大庆高等专科学校
鸡西大学
伊春职业学院
绥化师范高等专科学校
吉林财税高等专科学校
吉林交通职业技术学院
吉林粮食高等专科学校
吉林商业高等专科学校
吉林职业技术学院
吉林经济管理干部学院
吉林大学应用技术学院
四平师范大学职业技术学院
沈阳电力高等专科学校
丹东职业技术学院
大连职业技术学院
辽宁商务职业学院
沈阳师范大学职业技术学院
鞍山科技大学职业技术学院
鞍山师范学院职业技术学院
本溪冶金高等专科学校
渤海船舶职业学院
朝阳师范高等专科学校
大连大学
大连轻工业学院职业技术学院
大连国际商务职业学院
大连水产学院职业技术学院
辽宁对外经贸职业学院
辽宁机电职业技术学院
东北财经大学高等职业技术学院
抚顺师范高等专科学校
辽宁石油化工大学职业技术学院
抚顺职业技术学院
阜新高等专科学校
锦州师范学院高等职业技术学院
锦州师范高等专科学校
辽宁财政高等专科学校
辽宁大学高等职业技术学院
辽宁工程技术大学技术与经济学院
辽宁工程技术大学职业技术学院
辽宁工学院职业技术学院
辽宁公安司法管理干部学院
辽宁经济职业技术学院
辽宁农业管理干部学院
辽宁农业职业技术学院
辽宁省交通高等专科学校
辽阳职业技术学院
辽阳石油化工高等专科学校
盘锦职业技术学院
沈阳大学职业技术学院
沈阳大学师范学院
沈阳工业大学高等职业技术学院
沈阳建工学院高等职业技术学院
沈阳农业大学高等职业技术学院
沈阳农业大学经贸学院
铁岭师范高等专科学校
营口高等职业学院
辽宁金融职业技术学院
沈阳建工学院职业技术学院
辽阳信息职业技术学院
辽宁中医学院职业技术学院
沈阳电视大学
沈阳医学院职业技术学院
沈阳音乐学院职业艺术学院
沈阳职业技术学院
大连医学院丹东分院

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

总 序

我们已经进入了一个新的充满机遇与挑战的时代，我们已经跨入了21世纪的门槛。

20世纪与21世纪之交的中国，高等教育体制正经历着一场缓慢而深刻的革命，我们正在对传统的普通高等教育理论教学与社会发展的现实需要不相适应的现状作历史性的反思与变革的尝试。

20世纪最后的几年里，高等职业教育的迅速崛起，是影响高等教育体制变革的一件大事。在短短的几年时间里，普通中专教育、普通高专教育全面转轨，以高等职业教育为主导的各种形式的培养应用型人才的教育发展到与普通高等教育等量齐观的地步，其来势之迅猛，发人深思。

无论是正在缓慢变革着的普通高等教育，还是迅速推进着的培养应用型人才的高等职业教育，都向我们提出了一个同样的严肃问题：中国的高等教育为谁服务，是为教育发展自身，还是为包括教育在内的大千社会？答案肯定而且惟一，那就是教育也置身其中的现实社会。

由此又引发出高等教育的目的问题。既然教育必须服务于社会，它就必须按照不同领域的社会需要来完成自己的教育过程。换言之，教育资源必须按照社会划分的各个专业(行业)领域(岗位群)的需要实施配置，这就是我们长期以来明乎其理而疏于力行的学以致用问题，这就是我们长期以来未能给予足够关注的教育的目的问题。

如所周知，整个社会由其发展所需要的不同部门构成，包括公共管理部门如国家机构、基础建设部门如教育研究机构和各种实业部门如工业部门、商业部门，等等。每一个部门又可作更为具体的划分，直至同它所需要的各种专门人才相对应。教育如果不能按照实际需要完成各种专门人才培养的目标，就不能很好地完成社会分工所赋予它的使命，而教育作为社会分工的一种独立存在就应受到质疑(在市场经济条件下尤其如此)。可以断言，按照社会的各种不同需要培养各种直接有用人才，是教育体制变革的终极目的。

随着教育体制变革的进一步深入，高等院校的设置是否会同社会对人才类型的不同需要一一对应，我们姑且不论。但高等教育走应用型人才培养的道路和走理论型（也是一种特殊应用）人才培养的道路，学生们根据自己的偏好各取所需，始终是一个理性运行的社会状态下高等教育正常发展的途径。

高等职业教育的崛起，既是高等教育体制变革的结果，也是高等教育体制变革的一个阶段性表征。它的进一步发展，必将极大地推进中国教育体制变革的进程。作为一种应用型人才培养的教育，高等职业教育从专科层次起步，进而高职本科教育、高职硕士教育、高职博士教育……当应用型人才培养的渠道贯通之时，也许就是我们迎接中国教育体制变革的成功之日。从这一意义上说，高等职业教育的崛起，正是在为必然会取得最后成功的教育体制变革奠基。

高职教育还刚刚开始自己发展道路的探索过程，它要全面达到应用型人才培养的正常理性发展状态，直至可以和现存的（同时也正处在变革分化过程中的）理论型人才培养的教育并驾齐驱，还需假以时日；还需要政府教育主管部门的大力推进，需要人才需求市场的进一步完善发育，尤其需要高职教学单位及其直接相关部门肯于做长期的坚忍不拔的努力。新世纪高等职业教育教材编审委员会就是由北方地区100余所高职院校和出版单位组成的旨在以推动高职教材建设来推进高等职业教育这一变革过程的联盟共同体。

在宏观层面上，这个联盟始终会以推动高职教材的特色建设为己任，始终会从高职教学单位实际教学需要出发，以其对高职教育发展的前瞻性的总体把握，以其纵览全国高职教材市场需求的广阔视野，以其创新的理念与创新的组织形式，通过不断深化的教材建设过程，总结高职教学成果，探索高职教材建设规律。

在微观层面上，我们将充分依托众多高职院校联盟的互补优势和丰裕的人才资源优势，从每一个专业领域、每一种教材入手，突破传统的片面追求理论体系严整性的意识限制，努力凸现高职教育职业能力培养的本质特征，在不断构建特色教材建设体系的过程中，逐步形成自己的品牌优势。

新世纪高等职业教育教材编审委员会在推进高职教材建设事业的过程中，始终得到了各级教育主管部门（如国家教育部、辽宁省教育厅）以及各相关院校相关部门的热忱支持和积极参与，对此我们谨致深深谢意；也希望一切关注、参与高职教育发展的同道朋友，在共同推动高职教育发展、进而推动高等教育体制变革的进程中，和我们携手并肩，共同担负起这一具有开拓性挑战意义的历史重任。

新世纪高等职业教育教材编审委员会

2001年8月18日

前　言

《新编经济应用数学(线性代数 概率论与数理统计)》(第二版)是新世纪高等职业教育教材编审委员会推出的高等职业教育基础类课程规划教材之一,也是《新编经济应用数学》(第二版)的第二分册。

以往的《经济应用数学》大多与普通高等数学没有什么区别,这始终是从事经济应用数学教学的教师们的一个挥之不去的遗憾。因此,组编一部适合高职财经类各专业需要的富有特色的应用数学教材的良好愿望推动我们完成了《新编经济应用数学》(第一版)的出版。

《新编经济应用数学》(第一版)提出了一种非常好的思想,就是将数学的相关知识与经济过程中的实际应用联系起来,即在每一部分数学知识的讲述中引进经济应用模型,这是一种有突破意义的贡献。它使经济应用数学向着自己真正意义上的独立分支方面迈出了至关重要的一步。

但由于时间匆促、努力不够等原因,第一版教材还存在这样或那样的不足,促使我们在本次修订时作了更为彻底的改进,主要体现在下述几方面:

第一,各篇模块由第一版的四个并为两个,即:(1)基本理论;(2)数学模型与应用。调整后的结构更趋合理。

第二,进一步淡化了理论方面的定理论证,强化了图形与实例说明,降低了同等程度知识掌握上的难度。

第三,适度增加了例题和习题,并在难易程度上作了较好的把握,更利于学生消化所学内容。

第四,增加了数学软件 Mathematica 的应用介绍,不仅使学生了解应用计算机手段解决数学问题的方法,同时也为学生就业后从事职业岗位工作奠定基础。

本教材由辽宁经济职业技术学院周爱军、孙守湖任主

新世纪

编，鸡西大学温德臣，盘锦职业技术学院宿彦莉任副主编，其中，温德臣，宿彦莉共同编写了第三篇，周爱军，孙守湖共同编写了第四篇及附录。另外，盘锦职业技术学院王德印、全占茂，辽宁经济职业技术学院王萍、程凤颖也参与了部分内容的编写工作。

尽管我们在寻求教材建设的特色方面做出了许多努力，但由于我们对高等职业教育的了解尚不够深入，加之我们对教材的创新尝试也是探索性的，需要有一个不断提高的过程，难免存在错误或不当之处，恳请各相关教学单位和读者在使用本教材的过程中给予关注，并将意见及时反馈给我们，以便下次修订时继续完善。

所有意见、建议请寄往：gzjckfb@163.com

联系电话：0411－4707604

编者

2003 年 7 月

目　录

第三篇　线性代数

第四篇　概率论与数理统计

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

第三篇

线性代数

在一个函数、方程或不等式中，如果所出现的数学表达式是关于未知数或变量的一次式，那么这个函数、方程或不等式就称为线性函数、线性方程或线性不等式。如果从一个实际问题中归纳出来的数学模型中出现的函数、方程或不等式都是线性的，我们就称这个数学模型为线性模型。在经济管理活动中，许多变量之间存在着或近似地存在着线性关系，使得对这种关系的研究显得尤为重要。许多非线性关系也可转化为线性关系。线性代数是研究线性关系的最基本的数学工具，投入产出、线性规划数学模型是最常见的线性模型。它们在数据计算、信息处理、均衡生产、减少消耗、增加产出等方面有着广泛的应用，是我们改善企业生产经营管理、提高经济效益的很有用的工具。本篇主要介绍研究线性代数的重要工具——行列式和矩阵，并探讨它们的应用即线性方程组的求解问题，最后介绍投入产出数学模型和线性规划数学模型。

第一部分

基本理论

3.1.1 行列式的概念

在初等代数中，用加减消元法求解二元一次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases} \tag{3.1.1}$$

可得

$$\begin{cases} (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_1 = b_1a_{22} - b_2a_{12} \\ (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_2 = b_2a_{11} - b_1a_{21} \end{cases}$$

若 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$，则方程组的解为

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{b_1a_{22} - b_2a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \\ x_2 = \dfrac{b_2a_{11} - b_1a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \end{cases}$$

为了研究和记忆的方便，引入二阶行列式的概念。

定义 1　由 2^2 个数组成的记号 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ 表示数值 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$，称它为二阶行列式，用 D 来表示，即

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

其中，a_{11}、a_{12}、a_{21} 和 a_{22} 称为这个二阶行列式的元素；横排称为行，竖排称为列；从左上角到右下角的对角线称为行列式的主对角线，从右上角到左下角的对角线称为行列式的次对角线。

利用二阶行列式的概念，记 $D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}$，$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$，可得当二元一次方程组(3.1.1)的系数组成的行列式 $D \neq 0$ 时，方程组有惟一解，它的解可以简洁地表示为

$$x_1=\frac{D_1}{D},x_2=\frac{D_2}{D}$$

【例 1】 解二元一次方程组$\begin{cases}3x_1+2x_2=5\\x_1-4x_2=-3\end{cases}$

解 因为$D=\begin{vmatrix}3&2\\1&-4\end{vmatrix}=3\times(-4)-2\times1=-14\neq0$

$$D_1=\begin{vmatrix}5&2\\-3&-4\end{vmatrix}=5\times(-4)-2\times(-3)=-14$$

$$D_2=\begin{vmatrix}3&5\\1&-3\end{vmatrix}=3\times(-3)-5\times1=-14$$

所以,$x_1=\frac{D_1}{D}=1,x_2=\frac{D_2}{D}=1$。

类似地,讨论含有三个未知数的线性方程组的求解问题,可引入三阶行列式。

定义 2 由 3^2 个数组成的记号$\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}$表示数值

$$a_{11}\begin{vmatrix}a_{22}&a_{23}\\a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}-a_{12}\begin{vmatrix}a_{21}&a_{23}\\a_{31}&a_{33}\end{vmatrix}+a_{13}\begin{vmatrix}a_{21}&a_{22}\\a_{31}&a_{32}\end{vmatrix}$$

称它为三阶行列式。

即

$$D=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}=a_{11}\begin{vmatrix}a_{22}&a_{23}\\a_{32}&a_{33}\end{vmatrix}-a_{12}\begin{vmatrix}a_{21}&a_{23}\\a_{31}&a_{33}\end{vmatrix}+a_{13}\begin{vmatrix}a_{21}&a_{22}\\a_{31}&a_{32}\end{vmatrix}$$

$$=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}$$

三阶行列式由 3^2 个元素以三行三列组成,它表示的是 $3!=6$ 项的代数和,其中正负项各半,每一项都取不同行不同列的 3 个元素的乘积。如图3-1所示,实连线的三个元素之积带正号,虚连线的三个元素之积带负号。

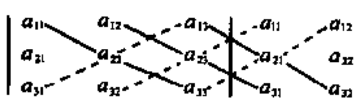

图 3-1

【例 2】 计算三阶行列式$\begin{vmatrix}1&3&2\\2&-7&-3\\1&0&-1\end{vmatrix}$的值。

解 $\begin{vmatrix}1&3&2\\2&-7&-3\\1&0&-1\end{vmatrix}=1\times(-7)\times(-1)+2\times0\times2+3\times(-3)\times1-2\times(-7)\times$

$$1-(-3)\times0\times1-2\times3\times(-1)=18$$

由二、三阶行列式的概念类似的可得 n 阶行列式的定义。

定义 3　由 n^2 个数组成的记号 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$ 表示数值

$$(-1)^{1+1}a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}+(-1)^{1+2}a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}+\cdots$$

$$+(-1)^{1+n}a_{1n}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,n-1} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3,n-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n,n-1} \end{vmatrix},$$

称它为 n 阶行列式。

n 阶行列式是由 n 行 n 列共 n^2 个元素组成。它表示 $n!$ 项的代数和,其中正负项各半,每一项都是取不同行不同列的 n 个元素的乘积。

【例 3】　计算行列式 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$(此行列式称为下三角行列式)。

解　根据定义,有

$$\begin{aligned} D &= (-1)^{1+1}a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \\ &= a_{11}a_{22}\begin{vmatrix} a_{33} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{43} & a_{44} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n3} & a_{n4} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \\ &= \cdots \\ &= a_{11}a_{22}\cdots a_{nn} \end{aligned}$$

即,下三角行列式等于主对角线元素之积。(今后可作为结论直接用)

关于 n 阶行列式的展开,当 $n=2,3$ 时,可以利用上述对角线法展开并求其值,而当 $n\geqslant4$ 时,利用对角线法展开的计算量非常大,为了寻求普遍有效的方法,下面介绍行列式元素的余子式和代数余子式的概念。

定义 4　n 阶行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$ 中,划掉元素 a_{ij} 所在的第 i 行、第 j 列后,

剩下的元素组成低一阶的子行列式，称为元素 a_{ij} 的余子式，记作 M_{ij}。在 M_{ij} 前面冠以符号 $(-1)^{i+j}$ 称为元素 a_{ij} 的代数余子式，记作 A_{ij}，即 $A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$。

这样，n 阶行列式又可以表示为

$$D=a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+\cdots+a_{1n}A_{1n},$$

此式称为 n 阶行列式按第一行元素的展开式。

【例 4】 求三阶行列式 $\begin{vmatrix}1 & 3 & 2\\ 2 & -7 & -3\\ 1 & 0 & -1\end{vmatrix}$ 中，元素 $a_{11}=1, a_{12}=3, a_{13}=2$ 的余子式和代数余子式。

解 $M_{11}=\begin{vmatrix}-7 & -3\\ 0 & -1\end{vmatrix}=7, M_{12}=\begin{vmatrix}2 & -3\\ 1 & -1\end{vmatrix}=1, M_{13}=\begin{vmatrix}2 & -7\\ 1 & 0\end{vmatrix}=7;$

$A_{11}=(-1)^{1+1}M_{11}=7, A_{12}=(-1)^{1+2}M_{12}=-1, A_{13}=(-1)^{1+3}M_{13}=7$。

可以验证，$\begin{vmatrix}1 & 3 & 2\\ 2 & -7 & -3\\ 1 & 0 & -1\end{vmatrix}=a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+a_{13}A_{13}=18$。

习题 3.1.1

1. 用行列式求解下列线性方程组：

(1) $\begin{cases}2x_1+x_2=6\\ -x_1+2x_2=2\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x_1+x_2=-3\\ 7x_1-4x_2=12\end{cases}$

2. 计算行列式：

(1) $\begin{vmatrix}\sin\alpha & -\cos\alpha\\ \cos\alpha & \sin\alpha\end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 1\\ 3 & 1 & 2\end{vmatrix}$

3. 计算行列式 $D=\begin{vmatrix}-3 & 0 & 4\\ 5 & 0 & 3\\ 2 & -2 & 1\end{vmatrix}$ 中，元素 2 和 -2 的余子式和代数余子式。

4. 已知 $\begin{vmatrix}x & 2\\ 1 & x-1\end{vmatrix}=0$，求 x 的值。

5. 计算行列式 $\begin{vmatrix}a & b & c & d\\ 0 & b & c & d\\ 0 & 0 & c & d\\ 0 & 0 & 0 & d\end{vmatrix}$。

3.1.2 行列式的性质

三阶及三阶以上的行列式根据定义来计算是比较复杂的。例如，一个三阶行列式是

6项的代数和,一个五阶行列式就是120项的代数和,因此有必要讨论行列式的性质,进而来简化行列式的计算。

下面给出 n 阶行列式的基本性质。

定义1 将行列式 D 的行变为相应的列,得到新的行列式,称它为行列式 D 的转置行列式,记作 D^{T}。

例如,令 $D=\begin{vmatrix}3 & 2 & 1\\0 & 1 & 5\\2 & -3 & 4\end{vmatrix}$,那么 D 的转置行列式就是

$$D^{T}=\begin{vmatrix}3 & 0 & 2\\2 & 1 & -3\\1 & 5 & 4\end{vmatrix}$$

性质1 行列式转置后其值不变,即 $D^{T}=D$。

此性质说明行列式对行成立的性质对列也成立。

【例1】 计算上三角行列式

$$D=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\0 & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\\cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\0 & 0 & \cdots & a_{nn}\end{vmatrix}。$$

解 应用行列式的性质1及定义得

$$D=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\0 & a_{22} & \cdots & a_{2n}\\\cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\0 & 0 & \cdots & a_{nn}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a_{11} & 0 & \cdots & 0\\a_{12} & a_{22} & \cdots & 0\\\cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn}\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$$

性质2 交换行列式的两行(或两列),行列式的值变号,即

$$\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\\cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rn}\\\cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\a_{s1} & a_{s2} & \cdots & a_{sn}\\\cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}\end{vmatrix}=-\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n}\\\cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\a_{s1} & a_{s2} & \cdots & a_{sn}\\\cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rn}\\\cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn}\end{vmatrix}$$

推论 如果一个行列式的两行(或两列)相同,那么这个行列式等于零。

证明 交换行列式 D 中对应元素相等的两行,得到的行列式仍是 D,但由性质2知,行列式的值应变号,即 $D=-D$,所以 $D=0$。

性质3 行列式的某一行(或某一列)中所有元素都乘以同一个数,等于将该数提到行列式外相乘,即

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com