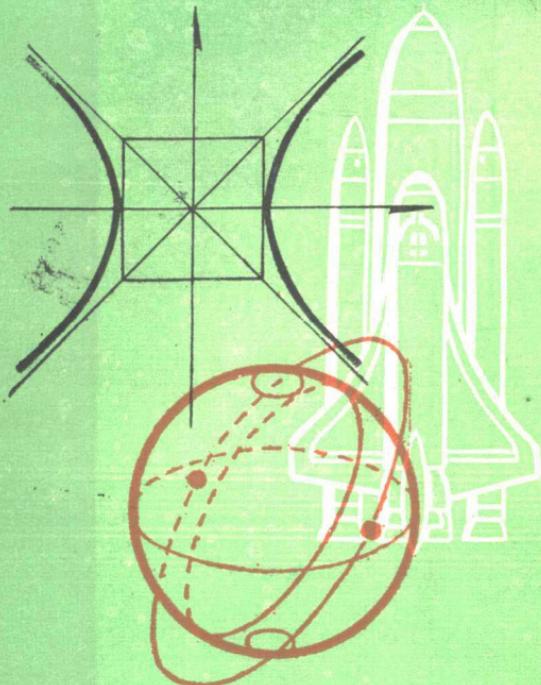


中学生文库

ZHONGXUESHENG WENKU

谈谈 怎样学好数学



上海教育出版社

谈谈怎样学好数学

苏 步 青

责任编辑 冯 贤
封面设计 范一辛

中学生文库 谈谈怎样学好数学
苏步青

上海教育出版社出版发行

(上海永福路 123 号)

各地新华书店经销 上海市崇明印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 1.25 插页 6 字数 21,000

1989年6月第1版 1989年6月第1次印刷

印数 1—8,500 本

ISBN 7-5320-1435-5/G·1406 定价：0.60元



苏步青在撰写稿件

科学的发展
需要千百万青年
人来继续奋斗、
接班

苏步青

纵观古今中外，
一些有成就的科学
家，都是和刻苦勤奋
结下不解之缘的。

苏步青

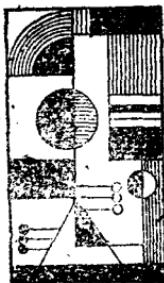
前　　言

这本《谈谈怎样学好数学》是我在六十年代为中学生写的小册子。此书出版以后，我经常收到各地学生的来信。在来信中，有的谈了自己的学习体会，有的汇报了在学业上的可喜进步，有的则和我一起讨论数学问题，等等。对我来说，这一切都是莫大的鼓舞。二十多年过去了，当时的中学生现在已成为社会的人才，有的成了我的同行。他们偶有机会与我相聚的时候，总是很感慨地提起这本小书在他们成才道路上所起的作用和影响。当然他们成才是他们自己努力的结果，不完全依靠这本小册子。可能是由于此种原因，上海教育出版社的同志几次来访，要把它修改后收进《中学生文库》。编辑、出版《中学生文库》是件好事嘛，应该支持。最近我得到李大潜教授的帮助，对原书作了一些修改，决心再度献给广大的青年读者。

步青

目 录

谈谈怎样学好数学	1
一 数学是怎样发展起来的	1
二 数学在社会主义建设 中的重要作用	5
三 什么是正确的学习态度	8
四 学好数学的方法	14
希望寄托在你们身上	20
——1977年11月7日在 上海市青少年科技活动 周开幕式大会上的讲 话	
谈谈数学打基础问题	30
掌握变的主动权	34
——《“笨孩子”的故事》序 言	



谈谈怎样学好数学

一 数学是怎样发展起来的

我们平常一谈起数学，谁都会联想到小学里学习的算术，特别感到算术的四则运算，就是加法、减法、乘法、除法用处很大。到了中学以后，开始学习初中代数、平面几何，进一步学习三角学、高中代数、立体几何、解析几何。有些中学生毕业后进入高等学校，其中不少人还要学微积分、微分方程；一部分专门学数学的还要学数学分析、高等代数、高等几何、微分方程、函数论、概率统计等等。一个学生从小学到大学所学的数学科目确实不少，内容大多是数学的基础知识，由浅到深，由少到多，由简单到繁杂，由具体到抽象，真是五花八门，琳琅满目。但是，如果把它们的内容分析一下，就可以看出大致分为两类：一类是现实世界中量的关系，一类是空间形式。例如，算术、代数属于前一类，几何属于后一类。人们不禁要问：为什么要学这些内容？这些

内容有什么用处？数学的特点是什么？怎样学好数学？

在对这些问题作出初步回答之前，让我们先回顾一下数学是怎样发展起来的。

在很早的时候，人类在生产实践中，由于比较大小的需要，逐步获得了数的概念。最初是自然数，就是 $1, 2, 3, 4 \dots$ 。后来逐渐发展成为分数，并从正数发展到负数，从有理数发展为无理数，它们全体构成一个所谓实数域。在获得数的概念的同时，也发现一些具有特定形状的物体具有特定的性能，获得一些简单几何形体的概念，例如，三角形、四边形、圆、棱柱、圆柱、球等等。据说，古代埃及人曾经用绳子撑成边长分别是3个单位、4个单位、5个单位的直角三角形，借以作出直角，而把它应用到建筑上。有了简单几何形体的概念之后，再用数量来表示一些简单几何形体的面积、体积等等，例如圆的面积、球的体积，并且把这些数量关系归纳为公式来表示出一种规律。人们几千年来就是这样应用这些公式计算耕地的面积和建筑物的体积的。这应该说是形与数的结合了。所以，早在人类文化的初期，就已经积累了一些数学知识。到了十六世纪，包括算术、初等代数、初等几何和三角学的初等数学已经大体上完备了。

十七世纪，生产力的发展推动了自然科学和技术的发展，不但已有的数学成果得到进一步巩固、充实和扩大，而且由于实践的需要，开始研究运动着的物体和变化着的现象，从而获得了变量的概念。这是数学发展史上的一个转折点。于是数学不仅研究不变的数量和个别的图形，而且

开始研究变化中的量与量之间的相互制约关系和图形间的相互变换。这样，运动和辩证法就进入了数学。随着生产力的发展，科学技术对深入探讨各种量的关系的要求越来越高。这对准确掌握各种自然现象的变化过程，包括各种质变现象发生的规律起了推动的作用，而数学的研究范围也就不断地扩大，内容日益丰富。

在这里，我们要提出经常听到的一个疑问：为什么数学家在研究室里思考出来的高等数学法则，在建筑、机械的施工现场上，在火箭、卫星的设计制造中都会发生作用呢？要解答这个问题，并不困难，我们只要观察周围的日常用品，象茶杯、桌子、皮鞋等，就可以发现没有一样物品是不同数学打过交道的。在双手制造物品的过程中，那里花费劳动力越多，那里数学的思维加工也越多。数学是研究现实世界中量的关系和空间形式的。但是无论量的关系也好，空间形式也好，它们都是从现实世界中的具体现象里抽象出来的，并经过反复实践才得出一些规律。只有那些在实践中经得起考验的，就是正确地反映了客观规律的才能留传下来，而其余不符合客观规律的部分则被淘汰无遗了。所以把这些公式应用到建筑、机械的现场里和火箭、卫星的设计中去，是不会出差错的。

二十世纪的数学比过去任何时期都发展得更快，内容分得更细了。这就不但在研究的对象和方法上，而且也在使用的语言上，都产生了各分支之间“隔行如隔山”的感觉。固然，现代数学涉及的问题范围非常广泛，要理解数学全盘

的结构似乎尤为困难，但是事实并不这样，因为数学各分支并不是孤立的、毫无联系的，而恰恰相反，代数、几何、数学分析、拓扑等一类基础知识相互关联着，并且通过它们使数学的所有分支形成一个有机的整体。不但如此，由于现代物理学和其他科学的辉煌成就，又不断地揭露出隐藏在数学与物理学等之间的密切关系。正如十七世纪发现的微积分原先起源于力学一样，现代数学里的广义函数的产生是和量子力学分不开的。一句话，现代数学的发展有赖于物理学及其他自然科学，甚至一些社会科学、人文科学的发展。现实世界中各个方面的结构深刻地反映到数学的内部结构里来。这样，数学各分支间的有机联系根深蒂固地存在于现实世界的这种统一的结构里，并且从中吸取感性的养料而成长壮大起来。但是，必须指出，数学决不溶化在其他自然科学里，数学与其他自然科学之间存在着本质上的区别。换言之，在现实世界的各种各样范畴里，数学是通过量的关系和空间形式的研究发展起来的，而其他自然科学则是适应所探讨的自然界的某一类型的运动形态的特殊要求而进展的。在数学里，为了把这些关系和形式变成纯粹的方式来研究，总是把它们从内容中分离出来、抽象化之后进行考察的。所以，数学的最大特点，是它的理论往往具有非常抽象的形式，但它同时也是现实世界中量的关系和空间形式的深刻反映，因而可以广泛地应用到科学和技术的各个部门里，对人类认识世界和改造世界，起着重要的作用。因此，研究数学决不能完全离开实际来孤立地思考问

题、解决问题，否则，就有走上形而上学唯心论道路的危险。从古以来，似乎一直存在于数学与其他自然科学之间的一条鸿沟，由于现代科学的发展正逐渐地趋于消失了。

二 数学在社会主义建设中的重要作用

为了说明数学在我们国家社会主义建设中所占的重要地位和所发挥的巨大作用，我们只需要举一些例子来加以说明就可以了。

大家都知道，从古代开始，任何工程技术都离不开数学。到了近代，随着科学技术向高、精、尖方向不断发展，各门工程技术对数学的要求愈来愈高，数学已成为工程技术不可缺少的有力工具，而高速电子计算机的出现和普遍使用，又使许多过去无法进行的大型、精密的计算成为可能，为数学的应用开辟了更为广阔的前景。

在土木建筑及机械设计等工程部门中，为了使所建筑的房屋及所生产的机器安全可靠、经久耐用，在尽量少的成本、原材料消耗最省的情形下发挥最大的效益，必须进行强度及振动方面的计算。这要求对具很不规则形状的构件求解复杂的弹性力学方程组。近年来发展起来的一种新的计算方法——有限元素法，为求解这类问题提供了有效的手段，现在已经可以直接利用电子计算机来进行有关的设计工作，从而使这些部门的设计及生产水平提高到了一个新的高度。

在石油开发中，为了判断地下油层的位置及储量，需要采用各种测井的手段。因为地底下的情况是看不见、摸不着的，要通过测井仪器所测得的数据来推出地层中的情况，这在数学上化为求解一个反问题。迄今为止，人们已设计了各种各样的测井仪器，并利用数学方法制作了各种类型的测井解释图版来求解这类反问题，在油田的开发实践中起了重要的指导作用。很明显，在这儿数学方法起了举足轻重的作用：只有将测井仪器和数学方法相结合才能真正解决问题。

在工程设计中常用试验的手段。但多做试验不仅费钱、费时，使整个设计耗资大而且周期拉得很长，同时对不少尖端科学技术（特别是一些与国防有关的科学技术）也不能轻易地进行试验。现在，由于数学方法的介入和电子计算机的使用，人们已可以通过对所研究的问题建立起相应的数学表达形式（称为数学模型），在数学上进行了比较充分的研究后，在电子计算机上针对各种不同的方案进行数值模拟来代替实际的试验，从而可将需要进行的试验次数减到最少。这充分地显示了数学的威力。国外已经有理论、计算和试验三位一体的提法，将理论分析和数值计算提到和试验同等甚至更为重要的地位，这是很有道理的。在我国原子弹和氢弹的试制过程中，由于充分发挥了理论分析和数值模拟的作用，造原子弹时所用的试验只占西方国家的十分之一，而从原子弹到氢弹只用了二年零三个月的时间，比西方国家快了很多，就是一个很好的佐证。

数学不仅作为工程技术的一个有力的工具，而现在已直接应用于设计和制造的过程，出现了 CAD (计算机辅助设计) 及 CAM (计算机辅助制造) 等新的学科，在机械、建筑、航空、造船、汽车甚至服装等行业中已开始得到应用。工程技术人员只需指定几个必需的数据，就可以由电子计算机根据已编制好的计算程序，画出合意的设计图纸，并进行必要的校核，甚至再进一步指挥机器进行加工、生产。可以想象，当这些技术普及推广以后，整个工程技术将会出现怎样一个崭新的面貌啊！

所有这一切，都充分地说明了现在的工程技术已经进入了数理工程技术的新时代。这一时代的重要标志就是数学方法在工程技术中的广泛的极有成效的应用。

除工程技术外，数学在生产管理及国民经济的其他部门中也起着越来越重要的作用。国民经济规划的制定、资源的合理分配、交通运输的有效安排、农产品的大面积估产、天气及海浪的预报等等，都离不开数学。至于数学作为各门科学的重要基础和开发人们智力的重要手段，在提高全民族的思想文化水平，在精神文明建设中的重要作用，就更是无法估量的了。

解决在社会主义建设中提出的各种数学课题，是我国数学工作者的光荣任务，也是广大有文化的劳动者的神圣职责。这些问题的解决，单纯依靠已有的数学方法和工具是远远不够的，还必须在各个数学领域里进行大量的、创造性的理论研究工作；在许多方面，还要求理论工作走在实践

工作的前面，更好地发挥理论的指导作用。因此，这些课题将成为我国数学发展的一个动力，而这些课题的解决，无疑地也将成为我国数学接近世界先进水平的一个标志。

三 什么是正确的学习态度

今天我们中学的同学是在相当优越的条件下学习的。有很好的教师，有完备的校舍，有足够的教学设备，比我的中学时代不知好多少倍。别的学科姑且不谈，单就数学这门学科的教学回顾一下当年的中学情况吧。我过去学习的中学是四年制，担任数学课的教师大多是旧制中学毕业生，或学法律、教育的高等院校毕业生，很少有大学或师范院校数学系科毕业的。例如，有一年教我们平面几何的老师是高等师范学校数学系毕业的，但是，不久他就被调到北京去了。看来，我所以把几何定做自己的专门组课，同这位老师的教导是很有关系的。那时候，算术、几何（包括平面几何与立体几何）各学一年，三角、初等代数各学半年，高等代数学一年；用的教本是温德华士编的几何（英文本）的中译本，另外也用过秦汾编的几何和其他一些教本；课外读物连一册也看不到。老师教我们，也不象现在的老师这样认真负责。我还记得，我所在的一班有四十五人，那年考代数的试题里有一题是 $x^{12}-y^{12}$ 的因式分解，全班只有我一个人做出来。可见当时教学质量是不高的。其他物质条件更不能同今天相比了。

今天同学们在十分良好的环境里学习，真是莫大的幸福，应该记住，这是中国共产党领导全国人民通过艰苦斗争得来的，是无数革命先烈抛头颅、流鲜血换来的。但是，我们也不能不看到，我国在经济上、文化上还很落后。正是因为这样，我国人民在中国共产党的领导下，有信心，有志气，主要依靠自己的努力，经过长期的斗争，来改变贫穷落后的面貌，逐步把我国建设成为农业现代化、工业现代化、国防现代化和科学技术现代化的强大社会主义国家。这个重大责任落在我们大家的身上，特别是你们年青一代的身上。如前所述，建设社会主义是离不开数学的，所以应该充分利用目前的有利条件，努力学好数学，也要学好其他学科，扎实地打好中学阶段的基础，准备将来同全国人民一起劳动，一起斗争，早日将我国建成一个具有四个现代化的社会主义强国，为人类作出更大的贡献。

要学好数学，应该采取什么样的学习态度呢？我想提出如下的三点意见。

第一，要为社会主义发挥学习的积极性。在中学里努力学习，将来争取升学，这样做是不是为个人打算呢？升学是为取得更进一步学习的机会，学到更好的本领，将来更好地为国家和人民服务。但是，高等学校入学人数根据国家建设需要来规定，不可能而且也不应该招收全部中学毕业生。如果招收全部毕业生，工厂和农村的劳动力又从何而来呢？所以中学生中能够升入高等学校学习的目前只能是少数，而大部分都要直接参加生产劳动。那么，是不