

ZHISHI YU YINGYONG

CHUZHONG SHUXUE JICHU



华中师范大学出版社

● 初中数学
基础知识与应用

初中数学基础知识与应用

陈传理 周兴明 王家国

张硕才 何 惠 柯友生

华中师范大学出版社

初中数学基础知识与应用

陈善理 周兴明 王家国
张硕才 何人海 柯友生

华中师范大学出版社出版
(武昌珞珈山)

新华书店湖北发行所发行
汉阳县印刷厂印刷

※

开本 787×1092毫米 1/32 印张8.25 字数 185千字

1989年8月第1版 1989年8月第1次印刷

ISBN 7-5622-0310-5/O·39

印数：1—27000 定价：2.65元

目 录

代 数

第一章 实数	(1)
§ 1.1 实数的有关概念	(1)
§ 1.2 实数的大小比较及运算	(4)
第二章 代数式	(10)
§ 2.1 代数式的概念	(10)
§ 2.2 整式的运算	(13)
§ 2.3 因式分解	(19)
§ 2.4 分式	(25)
§ 2.5 根式	(32)
第三章 方程和方程组	(40)
§ 3.1 方程的概念和一元一次方程	(40)
§ 3.2 一元二次方程	(42)
§ 3.3 分式方程与无理方程	(49)
§ 3.4 二元一次方程组	(55)
§ 3.5 简单的二元二次方程组	(59)
§ 3.6 列方程和方程组解应用题	(64)
第四章 指数和对数	(71)
§ 4.1 指数	(71)
§ 4.2 对数的概念和性质	(75)
§ 4.3 常用对数	(79)
第五章 函数	(85)

§ 5.1	直角坐标系	(85)
§ 5.2	函数的概念	(90)
§ 5.3	正比例函数与反比例函数	(93)
§ 5.4	一次函数	(96)
§ 5.5	二次函数	(99)
第六章	不等式	(109)
§ 6.1	不等式的概念和性质	(109)
§ 6.2	一元一次不等式的解法	(110)
§ 6.3	一元一次不等式组	(114)

几 何

第七章	相交线与平行线	(119)
§ 7.1	直线、射线、线段	(120)
§ 7.2	角	(123)
§ 7.3	相交线与平行线	(127)
§ 7.4	命题、定理、证明	(132)
第八章	三角形	(137)
§ 8.1	三角形的角和边	(137)
§ 8.2	全等三角形	(142)
§ 8.3	特殊三角形性质	(146)
§ 8.4	三角形的作图	(152)
第九章	四边形	(155)
§ 9.1	平行四边形	(155)
§ 9.2	特殊的平行四边形	(157)
§ 9.3	梯形	(162)
第十章	相似形	(165)
§ 10.1	比例线段	(165)

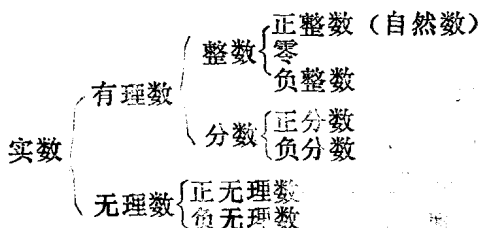
§ 10.2	相似三角形	(171)
§ 10.3	相似多边形	(177)
§ 10.4	多边形的面积	(179)
第十一章	圆	(186)
§ 11.1	圆的基本性质	(186)
§ 11.2	点、直线与圆的位置关系	(189)
§ 11.3	圆与圆的位置关系	(193)
§ 11.4	和圆有关的角	(197)
§ 11.5	和圆有关的比例线段	(201)
§ 11.6	圆与多边形	(204)
§ 11.7	圆的度量	(210)
§ 11.8	点的轨迹	(213)
第十二章	解三角形	(217)
§ 12.1	三角函数	(217)
§ 12.2	直角三角形的解法	(223)
§ 12.3	斜三角形的解法	(227)
习题答案与提示		(234)

请把这个一元二次方程的根代入到方程中，验证它是否满足方程。

第一章 实数

§ 1.1 实数的有关概念

1. 实数的分类



注意：(1) 一切无限不循环小数都是无理数（如 $\sqrt{3}$ 、 $\lg 2$ 、 $\sin 20^\circ$ 、 π 、…等）；整数、有限小数、无限循环小数都是有理数。

(2) 一切有理数都可以用分子、分母为整数（分母不为零）的分数来表示。当分母为1时，它就是整数；当分母不为1且分子与分母不可再约分时，它唯一表示一个分数。

(3) 零是整数，但无正负之分，它是正负数之分界。

(4) 自然数即正整数，不包含零。

2. 数轴、相反数与绝对值的概念

数轴是具有原点、方向及单位长度的直线，它上面的全

部点与全体实数建立了一一对应的关系，使得每一个实数在数轴上必能找到对应的点，反之，数轴上每一个点必能找到它所对应的实数。因此数轴是实数的几何形象。

利用数轴可形象地研究实数。例如数轴上与原点有等距离的两点所表示的数就是两互为相反数；数轴上某点与原点的距离就是该点所对应的数的绝对值，而且可看出

$$|a| = \begin{cases} a & \text{若 } a > 0 \\ 0 & \text{若 } a = 0 \\ -a & \text{若 } a < 0 \end{cases}$$

例1 把下列各数填在相应的插线上：3，0，1，
-0.3、 $-\frac{1}{7}$ ， π ，-34，7.82， $-3\frac{1}{2}$ 。

- (1) 属于整数的有 _____；
- (2) 属于自然数的有 _____；
- (3) 属于非负数的有 _____；
- (4) 属于分数的有 _____；
- (5) 属于非有理数的有 _____；
- (6) 属于质数的有 _____；
- (7) 既非负数又非正数的数有 _____。

解 分别应填入

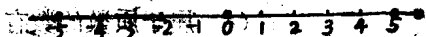
- (1) 3，0，1，-34； (2) 1，3； (3) 3，1，
0， π ，7.82； (4) -0.3， $-\frac{1}{7}$ ，7.82， $-3\frac{1}{2}$ ； (5) π ；
(6) 3； (7) 0。

例2 在数轴上画出下列各数所对应的点（用加重的黑点表示）。

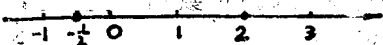
- (1) 绝对值为零及5的点；
- (2) -2的相反数与倒数；
- (3) 绝对值大于3的所有实数；
- (4) 绝对值小于4的所有非

正的整数。

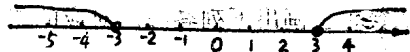
解 (1)



(2)



(3)



(4)

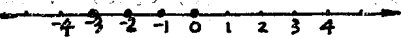


图 1-1

习 题 1.1

1. 下列各题说法是否正确, 正确的在括号内打“√”, 否则打“×”。

(1) 质数一定是奇数; ()

(2) 正数即是非负数; ()

(3) 自然数由质数与合数组成; ()

(4) 无理数一定不可以由分子、分母为整数的分数来表示; ()

(5) 任何数都有倒数; ()

(6) 凡绝对值都大于零; ()

(7) 凡互为相反两数的符号均相反; ()

(8) 两个整数进行四则运算 (+、-、×、÷) 的结果必为有理数 (作除法时, 分母不为零)。

2. 把下面各数归入它们应在类别中: -2.5 , $-3.\dot{3}1$,

0 , 1 , π , 32 , $-\frac{9}{4}$, $\frac{1}{3}$, -4 , $|-7|$, 2.01001001

.....

(1) 属于非有理数的数有_____；(2) 属于无限小数的数有_____；(3) 属于非正有理数的数有_____；(4) 属于质数的数有_____；(5) 绝对值小于0.5的数有_____；(6) 属于无限循环小数的数有_____。

8. 在数轴上画出下列各数所对应的点(用黑点表示)。

(1) $-2\frac{1}{3}$, -1.7 , 0.25 , π ; (2) 绝对值小于4的整数; (3) 绝对值小于3的所有实数; (4) 绝对值大于2且小于5的整数。

§ 1.2 实数的大小比较及运算

1. 实数的大小比较法则

正数都大于零，负数都小于零，正数大于一切负数；两个负数，绝对值大的反而小。

在数轴上表示的两个实数，右边的数总比左边的数大。

2. 实数的运算法则

(1) 加法 两数相加，同号的取原来的符号，并把绝对值相加；异号的取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值。

(2) 乘法 两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。

(3) 减去 减去一个数，等于加上这个数的相反数。

(4) 除法 除以一个不为零的数，等于乘以这个数的倒数。

(5) 开方 见本书 § 2.5.

3. 实数混合运算法则

先作三级运算（乘方与开方），再作二级运算（乘、除），最后作一级运算（加、减），如果有括号，就先算括号里画的。

例1 对下列各题填空：

(1) -0.3 , $-\frac{1}{3}$, $-\left|-\frac{2}{7}\right|$, $-\frac{\pi}{9}$ 的从小到大的排列顺序为_____；

(2) 比 -3.7 的相反数的倒数大 -3 的数为_____；

(3) 若 $\frac{|a|}{a} = -1$ ，则 a 为_____；

(4) $(-3)^{-1989} + 3^{1989} =$ _____；

(5) 已知 $3.192^2 = 10.188864$ ，则 $319.2^2 =$ _____；

(6) 已知 $5.208^3 = 141.25795$ ，则 $52.08^3 =$ _____。

解 (1) $\because -\frac{1}{3} = -0.\dot{3}$, $-\left|-\frac{2}{7}\right| = -0.2857142$,
 $-\frac{\pi}{9} = -0.3490658$, \therefore 从小到大的顺序为 $-\frac{\pi}{9}$, $-\frac{1}{3}$,
 -0.3 , $-\left|-\frac{2}{7}\right|$;

(2) $-2.729729\dots$, (3) $\because |a| = -a \therefore a < 0$;

(4) 0 ; (5) 101888.64 ; (6) 141257.95 。

例2 下列各种说法是否正确，正确的在括号内打“ \checkmark ”，否则打“ \times ”，并叙说错误原因。

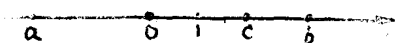
(1) 

图 1-2

如上图 $a - b > 0$; () $|b - a| = a - b$; ()

$$\frac{a+b}{a-b} < 0, \quad () \quad |b-c| + |c-a| = |a-b|, \quad ()$$

(2) 两数之和一定大于两加数; ()

(3) 一个数的平方数一定大于这个数; ()

(4) 不论 a 为何数, $|a| < |3a|$ 恒成立; ()

(5) $|k| + k \geq 0$; ()

(6) $|a+b| \leq |a| + |b|$; ()

(7) 若 $a < b$, 则 $ac < bc$; ()

(8) 若 $a > b$, 则 $c-a < c-b$; ()

解 (1) \times , $\because a < 0, b > 0$; $\therefore a-b < 0$; \times ,
 $\because |b-a| > 0$, 而 $a-b < 0$, 故两边不等; \checkmark ; \checkmark ; (2)
 \times , 例 “ $(-3) + (-2) = -5$ ” 中和 -5 小于加数; (3)
 \times , 例如 “ $0.5^2 = 0.25$ ” 中 $0.5^2 < 0.25$; (4) \times , 当 $a=0$ 时,
 $|a| < 3|a|$ 不成立; (5) \checkmark ; (6) \checkmark ; (7) \times , 若 $c < 0$, 则
 $ac > bc$; (8) \checkmark .

例 3 计算下列各题:

$$(1) (-1) + (-\frac{1}{2}) + (+\frac{1}{16}) + (-\frac{1}{8}) + (+\frac{1}{4}) \\ + (-3) + (+\frac{3}{4});$$

$$(2) (-3) - (-5) - (+4) + (-6) + (+8);$$

$$(3) (-\frac{1}{6})(+0.2)(-\frac{4}{9})(-\frac{7}{12});$$

$$(4) (+60) \div (-2) \div (+3) \div (-5);$$

$$(5) (-5 \times 2)^3 - (-1\frac{7}{9}) \times (-\frac{3}{4})^2 - (-\frac{1}{0.1})^2 \\ + (-0.1)^3.$$

解 (1) 原式 = $-1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{16} - \frac{1}{8} + \frac{1}{4} - 3 + \frac{3}{4}$ (写成

省略加号的形式)

$$= \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{16} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + 3 \right) \quad (\text{集中正项与负项})$$

$$= 1 \frac{1}{16} - 4 \frac{5}{8} = - \left(4 \frac{5}{8} - 1 \frac{1}{16} \right) = -3 \frac{9}{16}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \text{原式} &= (-3) + (+5) + (-4) + (-6) + (+8) \\ &= -3 + 5 - 4 - 6 + 8 \\ &= (8 + 5) - (3 + 4 + 6) = 0, \end{aligned}$$

说明：若干个正、负数相加减，先用减法法则，变减为加，然后用上例的方法运算之。

$$(3) \quad \text{原式} = - \left(\frac{1}{6} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{9} \times \frac{7}{12} \right) = - \frac{7}{810},$$

$$(4) \quad \text{原式} = 60 + \{-2 \times 3 \times (-5)\} = 60 + 30 = 90,$$

说明：若干数连除，上法可简化运算。

$$\begin{aligned} (5) \quad \text{原式} &= (-10)^3 - \left(-\frac{15}{9}\right) \times \frac{9}{16} - 100 + (-0.001) \\ &= -1000 - (-1) + 100000 = 99001. \end{aligned}$$

习 题 1.2

1. 对下列各题填空：

(1) $-2\frac{3}{8}$, $-2\frac{4}{9}$, -2.5 , $-|-3.1|$ 的从大到小的排列顺序为_____;

(2) $(-1)^{3200}$ 比 $(1)^{3200}$ 少_____;

(3) -3.298 与 -7.702 的和的相反数为_____;

(4) 某数的31%为93, 那么它的62%为_____;

(5) 甲数减去 -10.5 等于乙数减去5, 那么甲数比乙数大_____, 乙数比甲数大_____;

(6) 如果 $|m| > |n|$, 则 m 、 n 的大小关系为_____;

- (7) 若 $|a| = -a$, 则 a _____
- (8) 若 a 、 b 互为相反数, 则 $a+b =$ _____, $a-b =$ _____, $a \cdot b =$ _____, $a/b =$ _____ (其中 $b \neq 0$);
- (9) 0.7892精确到0.01的近似数为 _____, 7892精确到百位的近似数为 _____, 0.007892的科学记数法为 _____;
- (10) $0.031^2 = 0.000961$, 则 $0.0031^2 =$ _____, $32.57^3 = 3455.415$, 则 $0.3257^3 =$ _____.

2. 下列各种说法是否正确, 正确的打“√”, 不正确的打“×”, 并叙说理由.

(1) 如下图所示, a 、 b 、 c 、 d 为数轴上相应点 A 、 B 、 C 、 D 所对应的实数, 那么有 _____

$$b-d > a-c > 1 > a > \frac{a}{b} > \frac{a}{d} > \frac{a}{c} > c > d; \quad (\quad)$$

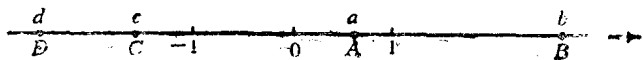


图 1-3

- (2) 当 $0 < x < 1$ 时, $x^2 < x < \frac{1}{x}$; ()
- (3) 若 m 、 n 互为倒数, 则 $m \cdot n + \frac{m}{n} > 1$; ()
- (4) 已知 d 、 c 在数轴上的位置如上图, 则
 $|d+c| - |d-c| - |-c| < 0$; ()
- (5) $-1\frac{1}{2}$ 的倒数与 $4\frac{1}{3}$ 的相反数的差为 -5 ; ()
- (6) 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$; ()
- (7) 若 a 、 b 同号, 且 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; ()

(8) 若 $|a-b| > 0$, 则 $a > b$, ()

(9) 若 $|x-3| < 5$, 则数 x 在数轴上对应的点处于点 8 左、右相距 5 个单位的两点 8 与 -2 之间; ()

(10) 若 $0 < a < 1$, 则 $a^2 < a^3$. ()

8. 计算下列各题:

$$(1) (-3) + (-2) - (-6) + (-7.2) - (+2.8),$$

$$(2) \left\{ \left(3\frac{7}{15} - 4\frac{2}{15} \right) - [-2.8 - (-2)] \right\} + 7\frac{1}{2},$$

$$(3) -8^2 + (-8)^2 + [-(-2)^4] - 2^4 + (-2)^4 \\ + (-3 \times 2)^3;$$

$$(4) \{ (-0.1)^3 - [(-4) \times 0.2^2 + (-0.125) \\ \times (-2)^4] \} + (-4.318).$$

第二章 代 数 式

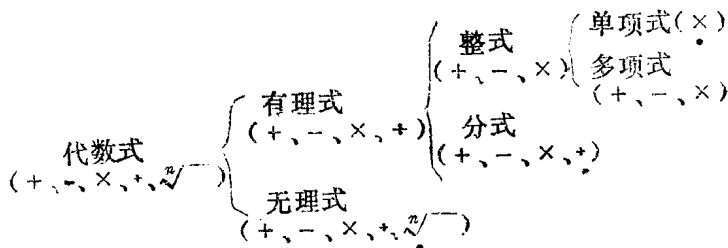
§ 2.1 代数式的概念

1. 代数式的定义 用代数运算符号 (+、-、×、÷、 $\sqrt{\quad}$ 、 $\sqrt[n]{\quad}$) 把数字或表示数字的字母有限次地联结所成的式子，叫做代数式。

注意：(1) $\sin x$, $\lg x$, ... 等不是代数式，它们不是用上述定义中所指出的运算符号联结所得。

(2) $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + \dots$ 也不是代数式，它作了无限多次的加法运算。

一个代数式，根据对于它的字母作了多少种运算，可作出以下的分类（下表中的乘法和乘方均用“×”号表示）：



注意：(1) 上表中，运算符号下的黑点表示形成该概念必须含有的运算。

(2) 规定单独一个字母或一个数字也称为单项式。

例 1 下列各式中哪些是单项式？哪些是多项式？哪些

是整式？哪些是分式？哪些是有理式、无理式？哪些不是代数式？

(1) $\frac{1}{2} + \frac{a}{3}$; (2) $\sqrt{2} + \sqrt{a}$; (3) $\frac{\sin x + x}{2}$;

(4) $\lg 256 + \sqrt{28}$; (5) $\frac{a+b}{a}$; (6) $x^2 y^3 + \operatorname{tg} 45^\circ$;

(7) $1024^{\frac{1}{4}} x$; (8) $2 \lg x + x^2$.

解 单项式有(4)、(7); 多项式有(1)、(6); 整式有(1)、(4)、(6)、(7); 分式有(5); 有理式有(1)、(4)、(5)、(6)、(7); 无理式有(2); 非代数式有(3)、(8).

例2 用代数式表示:

(1) a 与 b 的立方和与 a 与 b 的和的立方的差;

(2) a 与 b 的倒数的和的相反数的绝对值;

(3) 一项工作甲独做需 a 天完成, 乙需 b 天完成, 求甲、乙合做需几天完成;

(4) 浓度为65%的硫酸溶液 y 公斤含纯硫酸多少公斤? 含水多少公斤;

(5) 三个连续奇数中, 其中的一个为 n , 求它们的积.

解 $(a+b^3) - (a+b)^3$; (2) $\left| -(a + \frac{1}{b}) \right|$;

(3) $1 / (\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$; (4) $65\% y$, $(1 - 65\%) y$;

(5) $(n-2)n(n+2)$.

例3 求下列代数式的值.

(1) 当 $x = -1$ 时, $x^3 + 3x - 4$ 的值;

(2) 当 $x = 1$ 时, $\frac{1}{x-1}$ 的值;