中学生导读丛书

刘进丁 主编
夏蕴之 编著

数学(初二)

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n=a$$

$$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$$

上海科学技术文献出版社

中学生导读丛书

数学

（初二）

刘进丁 主编

夏蕴之 编著

上海科学技术文献出版社

中学生导读丛书
数　　学
(初 二)
刘进丁　夏蕴之　编著
*
上海科学技术文献出版社出版发行
(上海市武康路2号)
新 华 书 店 经 销
宜兴市第二印刷厂印刷
*
开本 787×1092 1/32　印张 4.875 字数 114,000
1989年11月第1版　1989年11月第1次印刷
印数：1—8,500
ISBN 7-80513-250-X/O・17
定 价：1.80元

前　　言

我国正在从事现代化建设，需要培养大量的各类各级人才，这是一项极为重要的带根本性的任务。而中学教育有承上启下的重要作用，它担负着为高一级学校输送合格新生以及为国家建设培养劳动后备力量的双重任务。

为了帮助中学生掌握语文、数学、物理、化学、外国语等课程的基础知识和基本技能，我们组织上海师范专科学校、向明中学(上海市重点中学)、育才中学(上海市重点中学)、七一中学(上海市静安区重点中学)、上海南市区教育学院等部分教师、教育专家、教研人员编写了《中学生导读丛书》。

我们深知要编好这样一套实用性很强的入门书，做一个好的"导游"，并不容易，但我们力求做到：

实用，便于自学。在编写时，我们以中学各科最新教学大纲为依据，从基础知识、基本技能训练着眼，突出各门课程的重点和难点，有目的地作详细讲述、分析，这无疑有助于学生掌握基础知识和基本技能。

通俗易懂，全面提高。我们在编写时，力求语言生动，比喻形象确切。每个单元包括教学要求、解题指导和习题三项内容。所附习题均经过精选，提问有启发性，解答有详细分析。对优等生能帮助其透彻理解，熟练掌握；对后进生帮助其加深对课文的理解，掌握学习方法，学会观察、实验、计算、分析、判断以及区别容易弄错的概念等等。

本丛书在编写过程中，承戴山同志对若干方面作了必要的

订正、补充和修改，数学由上海市南洋模范中学(上海市重点中学)袁义沛同志审阅，在此谨表谢忱。

由于时间仓促，水平有限，缺点、错误在所难免，敬请读者批评、指正。

编　者

1988年6月

目　　录

一、直线、相交线与平行线

（一）有关知识

1. 线段、射线、直线

(1) 线段有两个端点；射线有一个端点，而另一端可无限延伸；直线可向两方无限延伸，它没有端点，因此线段有固定的长度，射线和直线都没有固定的长度。线段和射线都是直线的一部分。

(2) 线段的性质：两点之间，线段最短。

直线的性质：两点决定一条直线；两直线相交，只有一个交点。

2. 角

(1) 定义：以一点为公共端点的两条射线所组成的图形叫做角。

(2) 分类：锐角($0°<\alpha<90°$)、直角($\alpha=90°$)、钝角($90°<\alpha<180°$)、平角($\alpha=180°$)、周角($\alpha=360°$)。

(3) 度量：把周角分成360等份，每份是1度，记作$1°$；每一度分成60等份，每份是1分，记作$1'$；每1分分成60等份，每份是1秒，记作$1''$。

(4) 两角关系：

一个角的两边分别是另一个角两边的反向延长线，这两个角叫做对顶角，对顶角相等。

$\alpha+\beta=90°$，则α、β互为余角；$\alpha+\beta=180°$，则α、β互为补

角。

两个角，有一个共同的顶点，有一条公共边，且两个角的内部分别在公共边的两侧，这两个角叫做互为邻角。若两个邻角互补，那末称为邻补角。

3. 垂　线

(1) 定义：两直线相交成直角，叫做互相垂直，其中一条叫做另一条的垂线。

(2) 性质：经过一点有且只有一条直线垂直于已知直线；从直线外一点到这条直线上的各点所连结的线段中，和这条直线垂直的线段最短。

4. 距　离

(1) 两点间的距离是连结两点的线段的长。

(2) 点到直线的距离是从此点到这条直线的垂直线段的长。

点到线段的距离是指这个点到这条线段所在直线的距离。

(3) 两条平行线间的距离是两条平行线中一条直线上的任意一点到另一条直线的距离。

5. 平行线的定义和基本性质

(1) 定义：在同一平面内不相交的两条直线叫做平行线。

(2) 基本性质：经过直线外一点，有且只有一条直线和这条直线平行。

6. 平行线的判定

(1) 两条直线和第三条直线相交，同位角相等，或内错角相等，或同旁内角互补，则两直线平行。

(2) 同平行于一直线的两直线平行。

(3) 同一平面内，垂直于同一直线的两直线平行。

7. 平行线性质

(1) 两条平行线和第三条直线相交,则同位角相等,内错角相等,同旁内角互补。

(2) 一条直线垂直两平行线之一,则必垂直另一条平行线。

(3) 平行线间的距离处处相等。

(二) 解题指导

1. 解题注意

(1) 证题或解题时,必须写清已知、求证、证明或已知、求、解。

(2) 解几何题应在了解题意的基础上作出尽可能正确的图形来,正确的图形能直观地帮助思维,反之不正确的图形常会引入歧途,导致错误。

(3) 必须确切了解,熟练掌握有关的概念、定理,这是解题或证题的基础。

[例1] 在图1中,已知$\angle AOC=\angle BOD$,求证$\angle AOB=\angle COD$。

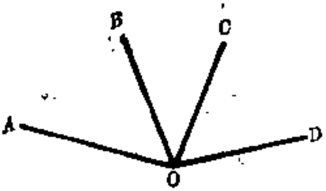

图 1

仔细审查下列推证错在哪里?

[推证] 因$\angle AOB$与$\angle BOC$互为邻角,而$\angle COD$与$\angle BOC$也是邻角,即$\angle AOB$、$\angle COD$都是$\angle BOC$的邻角,所以$\angle AOB=\angle COD$。

[分析] 首先,这段推证始终没有运用已知条件$\angle AOC=\angle BOD$,使这一已知条件成为"多余",而证得:"任一个角的邻角都相等"。实际上这是不成立的,从图2可以很清楚地看到$\angle 2$的邻角$\angle 1$和$\angle 3$是不相等的。因此上面推证的错误是由

于错误地理解邻角的概念而造成的，其实“邻角”只是指两个角的相互位置，并不涉及两个角的大小，同一个角的邻角可能相等也可能不相等。正确的证明如下：

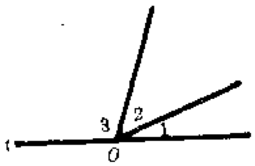

图 2

[证明] 因为$\angle AOC=\angle BOD$(已知)

所以$\angle AOC-\angle BOC=\angle BOD-\angle BOC$(等量减去同量仍为等量)

也就是$\angle AOB=\angle COD$。

2. 解题方法

(1) 有关线段或角的度量计算，常用代数方法来解决。即选择适当的未知数，然后列出方程来解算。

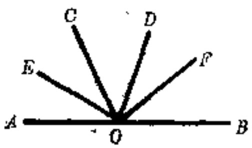

图 3

[例2] 已知AOB为一直线，如图OE、OF分别为$\angle AOC$与$\angle DOB$的角平分线，$\angle EOF=112°30'$，求$\angle COD$的度数。

[解] 设$\angle COD$的度数为x，$\angle AOC$与$\angle DOB$的度数为y、z。根据已知条件

$$x+y+z=180° \quad ①$$

$$x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}z=112°30' \quad ②$$

从②得 $$2x+y+z=225° \quad ③$$

③－①得 $x=45°$

因此 $\angle COD=45°$

(2) 证明两直线平行的方法，最常见的是利用角的关系来推证。另外常用的还有证其同垂直于第三条直线，或同平行于

另一直线，以后还可用三角形中位线定理，平行四边形的定义和比例线段有关知识来进行证明。

［例3］ 已知 $AB//CD$，见图4，$\angle BAE=\angle CDF$，求证 $AE//DF$。

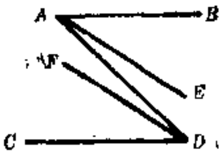

图 4

［分析］ 要证 $AE//DF$，只要证 $\angle EAD=\angle FDA$，而已知 $\angle BAE=\angle CDF$，因此只要证 $\angle BAD=\angle CDA$，这由已知条件 $AB//CD$ 就可以推出来。

［证明］ $\because$ $AB//CD$（已知）

$\therefore$ $\angle BAD=\angle CDA$（两直线平行，内错角相等）

$\because$ $\angle BAE=\angle CDF$（已知）

$\therefore$ $\angle BAD-\angle BAE=\angle CDA-\angle CDF$（等量公理）

即 $\angle EAD=\angle FDA$

$\therefore$ $AE//DF$（内错角相等，两直线平行）。

(3) 证明两直线垂直的方法，最直接的是证明两直线的交角为直角。此外常用的方法有：证一直线垂直于另一直线的一条平行线．及以后可利用等腰三角形顶角的平分线、中线、高三线合一的性质，或直径上圆周角为直角等。

［例4］ 图5中 $FE\perp AB$，$\angle GDC=\angle EFB$，$\angle AGD=\angle ACB$，求证 $CD\perp AB$。

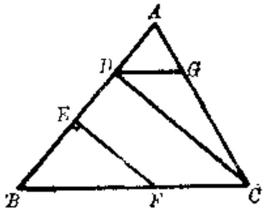

图 5

［分析］ 要证 $CD\perp AB$，可证 $\angle CDB$ 是直角，联系已知条件 $FE\perp AB$，只要证 $DC//EF$，而这可以由证明 $\angle EFB=\angle DCB$ 获得，根据已知 $\angle EFB=\angle GDC$，也就变成要证明 $\angle GDC=\angle DCB$ 了，而

这可由证明 $DG//BC$ 获得，根据已知 $\angle AGD=\angle ACB$ 可知 $DG//BC$ 成立。

[证明] $\because$ $\angle AGD=\angle ACB$(已知)

$\therefore$ $DG//BC$(同位角相等，两直线平行)

$\therefore$ $\angle GDC=\angle DCB$(两直线平行，内错角相等)。

$\because$ $\angle GDC=\angle DCB$，$\angle GDC=\angle EFB$(已证、已知)

$\therefore$ $\angle DCB=\angle EFB$(等量代换)

$\therefore$ $DC//EF$(同位角相等，两直线平行)

$\therefore$ $\angle CDB=\angle FEB$(两直线平行，同位角相等)

$\because$ $\angle FEB$ 是直角(已知 $FE\perp AB$)

$\therefore$ $\angle CDB$ 是直角(等量代换)

即 $CD\perp AB$。

(三) 练　　习

1. 已知线段 AB，在 AB 的延长线上取一点 C，使 $BC=AB$，再在 BA 的延长线上取一点 D，使 $AD=2BA$，见图 6。

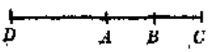

图 6

想一想下列问题：

(1) 线段 AC 等于线段 AB 的几倍？

(2) 线段 AB 等于线段 DB 的几分之几？

(3) 线段 DB 等于线段 DC 的几分之几？

2. 在直线 l 上有线段 $AB=10\text{cm}$，$BC=5\text{cm}$，求在下列两种情况时，AB 之中点 M 与 BC 之中点 N 间的距离 MN。

(1) C 点在 AB 的延长线上(见图 7)；

(2) C点在 AB 之间(请读者自己作个图)。

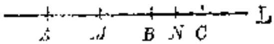

图 7

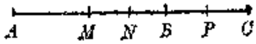

图 8

3. 已知 B 在线段 AC 上,M 是 AB 的中点, N 是 AC 的中点,P 是 BC 的中点,如图 8。求证:

$$MN=\frac{1}{2}BC$$

$$MP=\frac{1}{2}AC$$

$$NP=\frac{1}{2}AB。$$

4. 如图 9, 已知,AB 和 CD 都是直线, $EO\perp AB$, OF 平分$\angle AOD$, $\angle 1=27°20'$, 求: $\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$、$\angle 5$ 的度数。

5. 已知一个角比它的余角大 15°, 求这个角的补角。

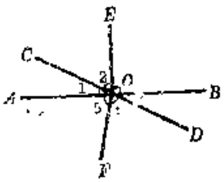

图 9

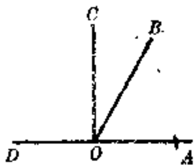

图 10

6. 如图 10, 已知 $\angle AOB$ 为锐角, $\angle BOC$ 是$\angle AOB$ 的余角,$\angle BOD$ 是$\angle AOB$ 的补角, 且$\angle BOC=\frac{1}{4}\angle BOD$,求$\angle AOB$和$\angle BOC$ 的度数。

7. 等长的两线段 AB 和 CD 彼此重合各自的长的$\frac{1}{3}$,如果

这两条线段中点间的距离为12cm，求它们的长(见图11)。

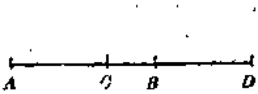

图 11

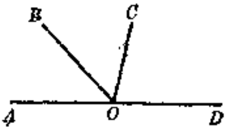

图 12

8. 相邻三个角$\angle AOB$、$\angle BOC$及$\angle COD$中，后面一个角依次较前面一个角大$\frac{1}{9}d$(d表示直角)，且AOD是一直线，求这三个角(见图12)。

9. 一个角的余角的补角是这个角的补角的$\frac{4}{5}$，求这个角。

10. 如图13，指出$\angle 1$和$\angle 4$、$\angle 4$和$\angle 3$、$\angle 2$和$\angle 3$、$\angle 1$和$\angle 2$四对角是哪两条直线被哪一条直线所截而成的？它们各是什么角？

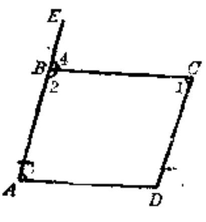

图 13

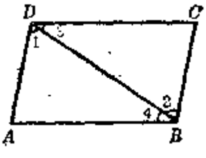

图 14

11. 在括号内写出推理的根据：

(1) 在图14中，如果$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$，那么$\angle ADC=\angle ABC$(　　　　)。

(2) 在图15中，如果$OA=OC$，E、F各是OA、OC的中点，那么$OE=OF$(　　　　)。

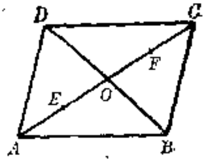

图 15

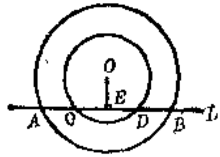

图 16

(3) 在图 16 中，如果直线 l 和两圆相交，$AE=EB$，$CE=ED$，那么，$AC=DB$(　　　　)。

(4) 在图 17 中，如果$\angle OBA=\angle OCB+\angle BOC$，$\angle OAB=\angle OBA$，那么$\angle OAB=\angle OCB+\angle BOC$(　　　　)。

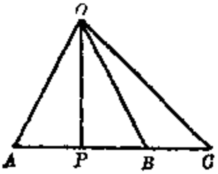

图 17

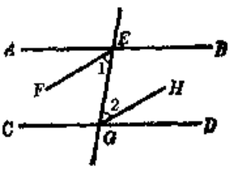

图 18

(5) 在图 18 中，如果 EF 和 GH 分别是$\angle AEG$ 和$\angle EGD$ 的平分线，$\angle 1=\angle 2$，那么$\angle AEG=\angle EGD$(　　　　)。

12. 在括号内写出推理的根据：

(1) 在图 19 中，如果 $AB=AC$，D、E 分别是 AB、AC 的中点，那么$DB=EC$(　　　　)。

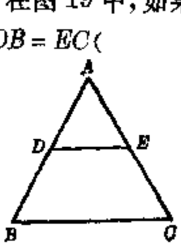

图 19

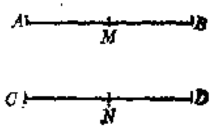

图 20

(2) 在图 20 中，如果 $AM=CN$，M、N 分别是 AB、CD 的中点，那么 $AB=CD$(   )。

(3) 在图 21 中，如果 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 1+\angle 3=180^{\circ}$，那么 $\angle 2+\angle 3=180^{\circ}$(   )。

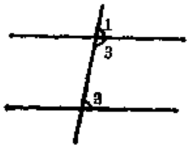

图 21

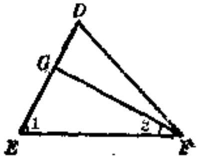

图 22

(4) 在图 22 中，如果 $\angle 1>\angle DFE$，又 $\angle DFE>\angle 2$(   )，那么 $\angle 1>\angle 2$(   )。

(5) 在图 23 的两图中，如果 $\angle ABC=\angle DEF$，$\angle 1>\angle 3$，那么 $\angle 2<\angle 4$(   )。

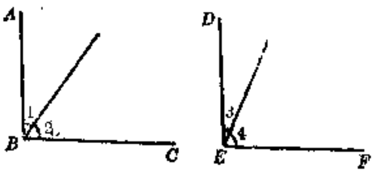

图 23

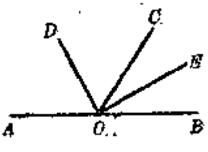

图 24

13. 如图 24，已知 $\angle AOB$ 是一条直线，OD 平分 $\angle AOC$，OE 平分 $\angle COB$，求证：$OD\perp OE$。

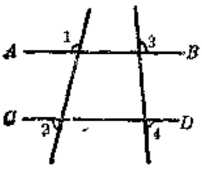

图 25

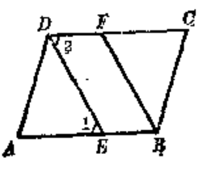

图 26

14．如图 25，已知$\angle 1+\angle 2=180°$，$\angle 3=95°$，求$\angle 4$的度数。

15．如图 26，已知$\angle ABC=\angle ADC$，BF和DE分别平分$\angle ABC$和$\angle ADC$，$\angle 1=\angle 2$，求证：$DE//FB$。

16．如图 27，已知C是线段AB上的一点，$AD//BE$，$AD=AC$，$BE=BC$，求证：$DC\perp CE$。

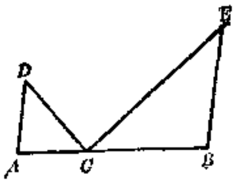

图 27

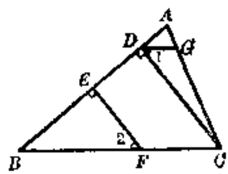

图 28

17．如图 28，已知$FE\perp AB$，$CD\perp AB$，$\angle 1=\angle 2$，求证：$\angle AGD=\angle ACB$。

18．如图 29，已知QR平分$\angle PQN$，NR平分$\angle QNM$，$\angle 1+\angle 2=90°$，求证：$PQ//MN$。

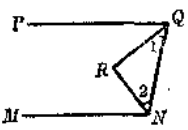

图 29

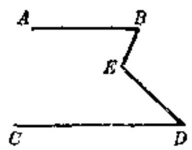

图 30

19．(1) 已知$\angle BED=\angle B+\angle D$，求证：$AB//CD$（见图 30）。

(2) 已知$AB//CD$，求证：$\angle BED=\angle B+\angle D$。

20．如图 31，已知$\angle ABE+\angle E+\angle CDE=360°$，求证：$AB//CD$。