

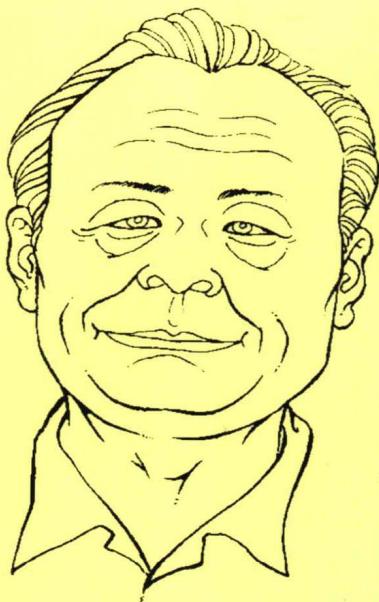
院士数学讲座专辑

SHUXUE
ZATAN

数学杂谈

—— 张景中院士献给数学爱好者的礼物

最新版



张景中◎著

中国少年儿童出版社

ZHANGJINGZHONG ZHU

中国科普名家名作

院士数学讲座专辑

数学杂谈

—— 张景中院士献给数学爱好者的礼物

最新版



张景中◎著

中国少年儿童出版社

中国少年儿童出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学杂谈/张景中著. —北京: 中国少年儿童出版社, 2005.1

(中国科普名家名作·院士数学讲座专辑)

ISBN 7-5007-7290-4

I. 数… II. 张… III. 数学-少年读物

IV. 01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第122666号

SHUXUE ZATAN



出版发行: 中国少年儿童新闻出版总社

中国少年儿童出版社

出版人: 海飞

执行出版人: 赵恒峰

丛书策划: 薛晓哲

装帧设计: 颜雷

责任编辑: 许碧娟 董慧

美术编辑: 颜雷

责任校对: 沈浚成

责任印务: 宋世祚

社址: 北京市东四十二条21号 邮政编码: 100708

总编室: 010-64035735 传真: 010-64012262

发行部: 010-84037667 010-64032266-8269

http: // www. ccppg. com. cn

E-mail: zbs@ccppg.com.cn

印刷: 河北新华印刷厂

经销: 新华书店

开本: 889×1194 1/32 印张: 9.25

2005年1月第1版 2005年1月河北第1次印刷

字数: 180千字 印数: 21000册

ISBN 7-5007-7290-4/O·84

定价: 14.00元

图书若有印装问题, 请随时向印务部退换。



张景中 中国科学院院士
中国科普作家协会理事长

《数学家的眼光》

《帮你学数学》

《新概念几何》

《漫话数学》

《数学与哲学》

《从 $\sqrt{2}$ 谈起》

《数学杂谈》

《从数学教育到教育数学》

目 录

少年数学迷

方格纸上的数学	3
方格纸上的速算	16
“错”也有用	20
花园分块	26
巧分生日蛋糕	29
“ $1 + 1 \neq 2$ ”的形形色色	34
用圆规巧画梅花	38
从朱建华跳过 2.38 米说起	43
逃不掉的老鼠	47
石子游戏与同余式	52
石子游戏与递归序列	58
镜子里的几何问题	63
在“代”字上做文章	69

面积方法随笔

再生的证明	77
用面积法证明三角形相似的 判定条件	85


用面积法解几个数学竞赛题	88
三角园地的侧门	95
正弦函数增减性的直观证明	104
蝴蝶定理的新故事	106

课外天地

从正多边形一个有趣的 性质谈起	123
怎样用坐标法诱发综合法	131
从反对数表的几何性质谈起	155
多项式除法与高次方程的数值 求解	165
稳扎稳打的对分求根法	184

数林一叶

消点法浅谈	193
举例子能证明几何定理吗?	208
几何定理机器证明的吴法 浅谈	229
规尺作图问题的余波	246
“生锈圆规”作图问题的意外 进展	265



少年数学迷

方格纸上的数学

这是一张普普通通的方格纸。你可以在文具店里买到它。要是你有耐心,也可以用削尖了的细铅笔仔仔细细地画一张。

利用方格纸,你能学到许多新鲜有趣的数学知识。
和方格纸交上朋友,你会更喜欢数学。

方格纸上的加法

你在一年级就开始学加法。方格纸上的数学,也从加法说起吧。

方格纸的边上标着数字:角上是0,然后是5,10,15,20,...;一行数字沿着水平方向增加,另一行沿着垂直方向增加。

举个例子,你想算 $7 + 15$,怎么办呢? 如下页图 1-1,在上边找到 15,左边找到 7。在 15 那个点有一条竖线,在 7 那个点有一条横线。横竖一相交,在上面用笔画一个点。从这个点沿着小方格的对角线向右上方跑,跑到边上一看,这里是 22(向左下方跑,跑到边上,还是 22),这告诉你:

$$7 + 15 = 22。$$

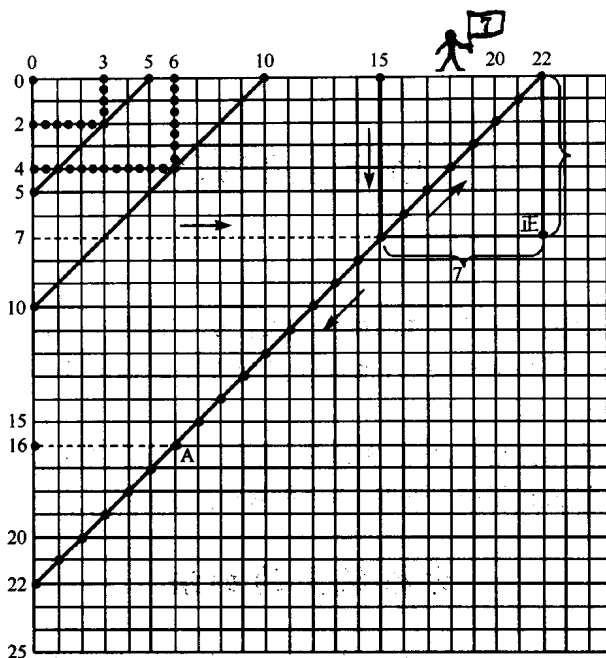


图 1-1

因为小点点跑的是直线，你只要用直尺在所画的点上沿对角线比一比，就可以找到边上的数目“22”了。

如果细心，你常常能从很平常的现象中发现过去自己不知道的道理。为什么方格纸上能做加法呢？请你仔细看看图 1-1。

图 1-1 里有个写着“正”字的正方形。它的边长是 7 格。所以，上边那一段站了一个小人的黑线也是 7 格。15 格加 7 格，当然是 22 格！

为什么一定是正方形呢？请你把注意力集中到那个竖“15”与横“7”相交处画的大黑点！它向右上方每跳一

步,它的位置就上移一格,右移一格。横着竖着跑得一样远,所以撑出了一个正方形。

沿着图 1-1 里那条长长的斜线,有一串黑点。随便举一个点,比如说 A 点吧。朝上一直看,看见了“6”;朝左横看,是“16”;把看到的两个数一加,又是 22。你可再试几个点,都是如此。所以,我们给这条斜线起了个名字,叫做“和为 22 的加法线”,也叫“22 号加法线”。

你还可以很容易地画出其他的加法线。例如把上边的“5”与左边的“5”这两个点用直线连起来,便是“和为 5 的加法线”;两个“10”连起来,便是“和为 10 的加法线”(在这条线上任取一点,向上看见一个数,向左也看见一个数,两个数相加准是 10)。

方格纸上的减法

用加法线也能算减法。例如要算 $22 - 7$,先把和为 22 的加法线画出来,再在左边找到“7”这个点,从“7”向右一直跑,碰到“和为 22 的加法线”之后,拐个弯儿一直向上跑,跑到边上正好是 15,所以 $22 - 7 = 15$ 。

加法和减法,一个是另一个的逆运算。加法倒过来,就是减法。所以,你也能在方格纸上做减法。

现在,再介绍用另一个方式在方格纸上做减法。看着下页图 1-2,要是你想算 $15 - 7$,就先在上边找到“15”的位置,在左边找到“7”的位置,从上边的“15”向下画竖线,从左边的 7 向右画横线(其实不用真的动手画,因为方格纸上本来有线),横竖碰头,交于一点。从这个点沿着小方格的对角线向左上方跑。跑到边上,正好是 8。不错,

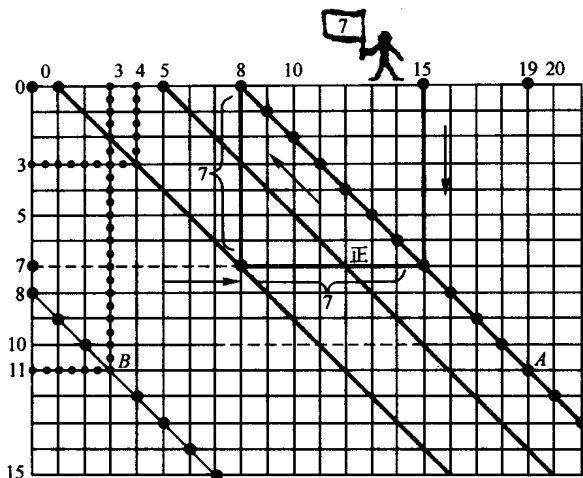


图 1-2

$15 - 7 = 8。$

道理呢？仔细看图 1-2。当黑点向左上方跑时，每上升一格，同时左移一格；上升 7 格到顶，这时恰巧从“15”那里左移了 7 格，所以是 $15 - 7$ 。

图 1-2 上的一串黑点形成了一条直线。在直线上随便取一点，比如 A 点。从 A 点一直向上看，看见“19”；向左看，看见 11； $19 - 11$ ，又是 8。再换一个点，还是如此。我们就给这条线起个名字，叫做“差为 8 的减法线”，或者“8 号减法线”。方格纸上还有另一条 8 号减法线，即 B 点所在的斜线。这条线上的点，左边比上边大 8。

你很容易在方格纸上画出别的减法线。例如在上边“1”处开始，沿着小方格的对角线向右下方跑，跑出一条“1 号减法线”。这条线上随便取个点，往上看见一个数“甲”，往左看见一个数“乙”， $甲 - 乙 = 1$ 。在上边“5”处开

始,沿着小方格的对角线向右下方跑,也能跑出一条“5号减法线”。

利用“减法线”也能做加法。比如要做 $8+7$ 吧,从左边的“7”向右画一条横线,它和8号减法线相交于一点,从这点向上看,看到上边的15,表明 $8+7=15$ 。

和差问题

你已经知道,从方格纸上的每个点,能看出两个数。图1-3上的A点,往上看是6,往左看是3,所以A点可以表示“上6左3”;反过来,一说“上6左3”,就能找到A点。

简单一点说,A点的代号是(6,3)。于是,左上角的点代号是(0,0)。上边的那一排点,自左而右,是(1,0), (2,0),…。左边那一排点,自上而下,是(0,1), (0,2),…。

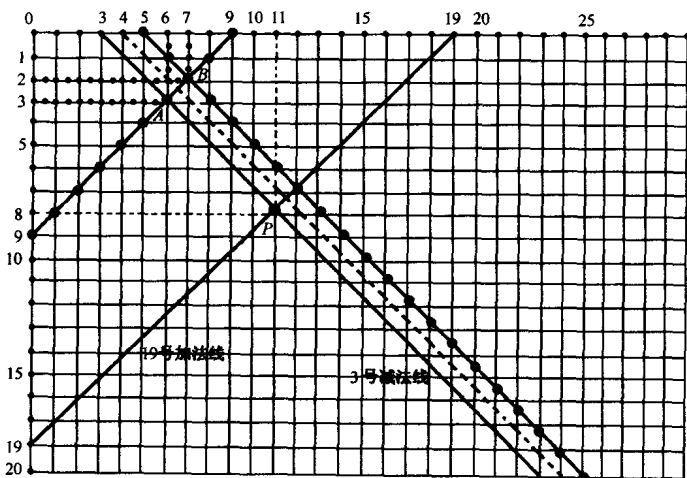


图 1-3

你已经知道了方格纸上有“加法线”和“减法线”。例如,9号加法线和5号减法线交于一点 B ,点 B 的代号是 $(7,2)$ 。点 B 在9号加法线上($7+2=9$),又在5号减法线上($7-2=5$)。

利用“加法线”和“减法线”的交点,可以用方格纸解决“和差问题”。

例1 小明和小红共有19本连环画,小明比小红多3本。小明有几本?小红有几本?

解:如图1-3,画出19号加法线,3号减法线。两线交于一点 P , P 的代号是 $(11,8)$ 。答案就出来了:小明有11本,小红有8本。

如果把例题里“多3本”改成“多4本”,行不行呢?画出4号减法线,它和19号加法线的交点不在方格纸的“格点”上!这表明此题无解,题出错了。

方格纸上的乘法

现在,我们看一看方格纸上的乘法是怎样做的。

例如,用3乘一些数: $1 \times 3 = 3$, $2 \times 3 = 6$, $3 \times 3 = 9$, $3 \times 4 = 12$, $3 \times 5 = 15$,...把每个等式左右两头的数凑在一起,得到一串点的代号: $(1,3)$, $(2,6)$, $(3,9)$, $(4,12)$,...将这些点画在方格纸上,真巧,它们全在一条直线上(下页图1-4)!

因为是乘以3,所以把这条直线叫做3号乘法线。图1-4还画出了1号、2号、4号、5号、6号、10号这些乘法线。

例如,在上边找到“9”,从“9”这里向下画直线。直线

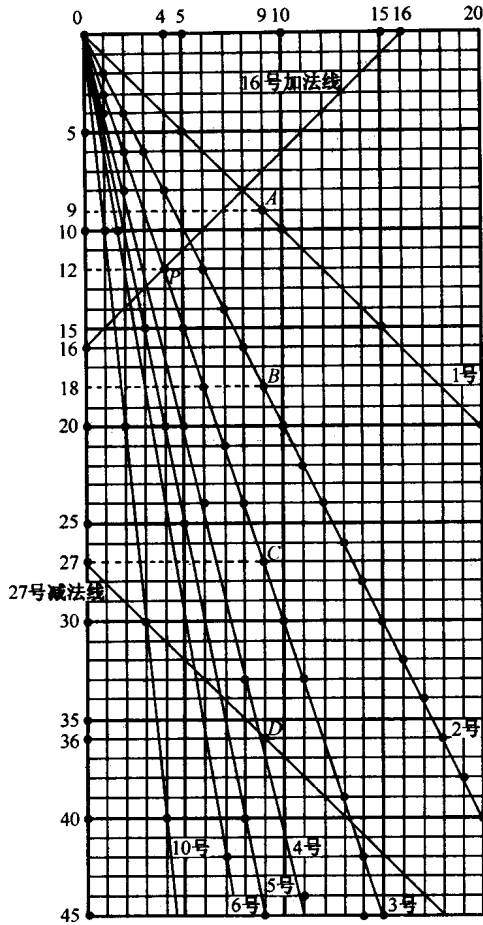


图 1-4

和 1 号乘法线交于 A , 从 A 向左看是 9, 表明 $9 \times 1 = 9$; 和 2 号乘法线交于 B , 从 B 向左看是 18, 表明 $9 \times 2 = 18$; 和 3 号乘法线交于 C , 从 C 向左看是 27; 和 4 号乘法线交于

D ,从 D 向左看是 36。它们分别表明 $9 \times 2 = 18, 9 \times 3 = 27, 9 \times 4 = 36$, 等等。

方格纸上的除法

利用乘法线也能做除法。比如,算

$$36 \div 4 = ?$$

只要在左边找到“36”,从 36 向右画直线,与 4 号乘法线交于 D ;从 D 向上看到 9,即 $36 \div 4 = 9$ 。

和倍问题与差倍问题

利用乘法线与加法线配合,可以算“和倍问题”;利用乘法线与减法线配合,可以算“差倍问题”。下面各举一例:

例 2 美术社团共有 16 位同学,其中男同学人数是女同学人数的 3 倍,问男女同学各几人?

解:图 1-4 中画出 16 号加法线,它和 3 号乘法线交于一点 P 。从 P 往上看是 4,往左看是 12,所以男同学 12 人,女同学 4 人。

例 3 已知小华的妈妈比小华大 27 岁,并且今年妈妈的年龄正好是小华的 4 倍,问小华和他的妈妈今年各多少岁?

解:图 1-4 画出了 27 号减法线,它和 4 号乘法线交于一点 D ;从 D 往上看是 9,往左看是 36。所以小华今年 9 岁,妈妈 36 岁。

方格纸上算比例

图 1-5 的方格纸上,有两条从左上角向右下方伸展的直线。

靠上的那一条,上面标有 A 、 B 、 C 、 D 4 个点。

在 A 处,往上看是 9,往左看是 6。上 9 左 6,
 $9:6 = 3:2$ 。

在 B 处,上 12 左 8, $12:8 = 3:2$ 。

在 C 处, $15:10 = 3:2$ 。

在 D 处, $18:12 = 3:2$ 。

在这条直线上,不管哪个点,上边的数与左边的数之比都一样,都是 $3:2$ 。所以,我们把这条直线叫做“ $3:2$ 的比例线”,或简单一点叫做“ $3:2$ 线”。

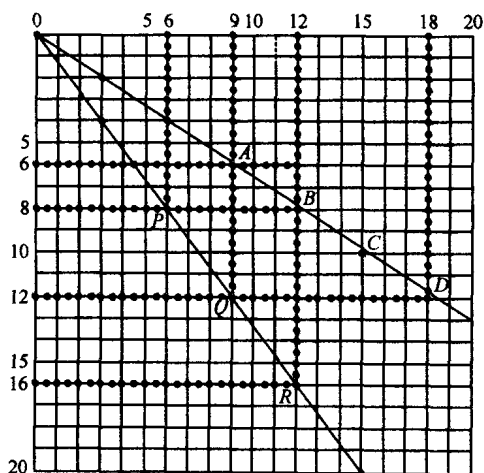


图 1-5