

山东教育出版社

中学数学教学通论

ZHONG XUE SHU XUE JIAO XUE  
TONG LUN

# 中学数学教学通论

汪德营 刘彩云 编著

山东教育出版社  
1989年·济南

中学数学教学通论

汪德营 刘彩云编著

\*

山东教育出版社出版

(济南经九路胜利大街)

山东省新华书店发行 山东新华印刷厂印刷

\*

787×1092毫米32开本 10.75印张 225千字

1989年1月第1版 1989年1月第1次印刷

印数 1—2,300

ISBN7—5328—0660—X/G·555

定价 2.85 元

## 前　　言

本书根据数学学科和教育对象的特点，运用现代教学论、心理学、逻辑学、系统论、信息论、控制论、最优化理论等，系统而又有重点地论述了合格的中学数学教师的条件，中学数学教学的目的、内容、原则、方法和日常的教学工作，以及基础知识的教学，数学能力的培养，数学教学过程的最优化等问题。本书编写突出了以下三个问题：

1. 贯彻了教育要“面向现代化、面向世界、面向未来”（简称“三个面向”）的指针，增加了适应形势要求的内容。

首先，根据“三个面向”的要求，提出了做一名合格的中学数学教师应具备的条件，目的在于进一步巩固学生的专业思想，明确学习中学数学教学法与从事中学数学教学工作的关系，把今天的学习与将来的工作密切联系起来。

第二，书中介绍了国内外中学数学教学改革的状况及八十年代中学数学教学改革发展的趋势，以及国内外目前正在实验的或推广的新的教学方法，目的在于使中学数学教学工作能够立足当前，把握未来改革发展的趋势，从而把教学领域中的改革深入地进行下去。

第三，书中论述了知识、智力、能力及三者的关系，指

出了发展智力、培养能力的重要性，突出地介绍了数学能力的培养，目的使学生在加强数学基础知识教学的同时，重视培养学生的能力。

第四，书中介绍了数学教学过程最优化问题。包括教材结构最优化、教学内容安排最优化、教学方法最优化、学生学习过程最优化以及教学过程的最优控制。对教和学两个过程的关系也进行了分析，但限于篇幅，只作了简单介绍，目的在于引起大家的重视，加强对这一方面的研究和实验。

2. 强调了理论与实际的联系，增加了联系中学数学教学工作的具体内容。

一方面，介绍了《全日制中学数学教学大纲》（简称《大纲》）的内容，使学生明确《大纲》的作用、结构，以及中学数学的教学目的、教学内容、教学要求；另一方面对中学教师的经常性工作进行了较详细的论述，并给出了典型教案。这对于未来的教师全面了解《大纲》的精神、掌握从事数学教学的基本功，有着重要的指导作用。

### 3. 便于学生自学。

根据本课程的特点，本书在每章之后都附有思考题及作业题，目的在于培养学生自学能力。具体进行方式，可参阅“本书教学建议”。

本书是为普通高等师范院校和教育学院数学专业本、专科及函授、夜大学生编写的教材。

本书的原稿曾作为聊城师范学院数学系“中学数学教学法”课的教材，倪炳华副教授用它进行过教学实践，并提出

了宝贵的意见。济宁师专张传纲、山东教育学院马裕国同志都曾为本书的原稿提出了许多宝贵意见和建议，在此一并致谢。

书中不当之处，敬请批评指正。

编 者

1988年3月于聊城师范学院

# 目 录

<b>第〇章</b>	<b>本书教学建议</b>	1
<b>第一章</b>	<b>中学数学教师与中学数学教学法</b>	4
§1.1	怎样做一名合格的中学数学教师	4
§1.2	中学数学教学法的研究对象	15
§1.3	中学数学教学法课的教学目的和要求	19
	思考题及作业题	23
<b>第二章</b>	<b>全日制中学数学教学大纲</b>	24
§2.1	《全日制中学数学教学大纲》的作用及制订的原则	24
§2.2	中学数学教学目的及其确定的依据	27
§2.3	中学数学教学内容的确定和安排	34
§2.4	国内外中学数学教学改革	40
	思考题及作业题	48
<b>第三章</b>	<b>中学数学教学工作</b>	49
§3.1	备课	49
§3.2	中学数学课的类型及结构	83
§3.3	中学数学教学中怎样贯彻教学原则	88
§3.4	中学数学教学中常用的教学方法	93
§3.5	上课与辅导	116
§3.6	中学数学课外作业的布置与批改	127
§3.7	中学数学的考试命题	130
§3.8	中学数学教学研究	136
	思考题及作业题	143

<b>第四章</b>	<b>中学数学基础知识教学</b>	<b>145</b>
§4.1	数学概念及其教学	145
§4.2	数学命题及其教学	177
§4.3	数学中的推理和论证	205
§4.4	数学公式教学	239
§4.5	数学解题中的逻辑错误及分析	247
	思考题及作业题	256
<b>第五章</b>	<b>数学教学中能力的培养</b>	<b>259</b>
§5.1	知识、智力、能力及其关系	259
§5.2	为什么要发展智力和培养能力	264
§5.3	中学数学教学中怎样发展智力、培养能力	268
§5.4	中学数学基本能力的培养	271
	思考题及作业题	302
<b>第六章</b>	<b>数学教学过程最优化简介</b>	<b>303</b>
§6.1	教学过程的特征	303
§6.2	教学过程最优化	309
§6.3	教学过程最优控制	321
	思考题及作业题	330
<b>主要参考文献</b>		<b>331</b>

## 第〇章 本书教学建议

作者运用本书的原稿进行教学实践过程中，总结出了“五步教学法”，该法经过多次实践，由于理论与实践相结合，培养了学生的自学能力，表达能力，均受到学生的欢迎，特向大家推荐“五步教学法”。

“五步教学法”就是将教学过程分为自学、作业、表达、精讲、实践五步，其具体步骤如下：

### 第一步，自学

自学就是在课堂上，学生根据教师拟定的自学提纲及指定的教材内容和时间要求，在教师的指导下自己看书学习。自学提纲是围绕教材内容提出的问题，有问答题、思考题、讨论题、是非题，目的在于指导学生看书，培养学生的自学能力、判断是非与分析问题和解决问题的能力。通过自学，使学生基本理解并掌握所学教材的主要内容，找出所学教材的重点和看不懂、理解不深的问题。自学时间可长可短，根据教材的内容而定。自学开始，教师向学生提出自学的要求及自学的重点。在自学过程中，教师给予辅导，帮助学生解决疑难问题。学生在自学过程中可以看参考书，可以讨论或研究问题。

### 第二步，作业

作业就是经过自学，在初步掌握知识的基础上，完成指

定的题目。题目在每章后面的思考题及作业题中，通过完成指定的课外作业题，一是巩固所学知识，检查自学的效果。若完成作业顺利，说明掌握教材较好，否则，就是没有真正掌握教材内容。因此，通过完成作业可以发现自学中的问题，以便及时采取措施弥补；二是加深对所学知识的理解，把混淆的概念搞清楚，找出概念间的关系，把课本上的内容变成自己的知识；三是培养文字表达能力。

### 第三步，表达

表达就是学生在掌握中学数学教学方法、语言表达、板书绘图等内容之后，使每个学生都能有机会在课堂上对指定的内容讲解十至十五分钟。讲解的内容包括两方面，一方面是自学过的教材内容的某一部分，另一方面是中学数学课本中的某些内容。让学生表达的目的，一是检查学生自学的效果，即对教材理解、掌握的程度以及对中学数学教材内容熟悉、掌握的情况；二是培养学生的口头表达能力。通过课堂十至十五分钟的表达，能使学生初步尝试和体会口头表达能力、板书绘图能力，从而对做一名中学数学教师的重要性有一定认识。

### 第四步，精讲

精讲是教师的工作。第一个任务是讲重点、难点、转折点，不再按部就班地讲。讲重点，让学生抓住主要矛盾，由特殊到一般；讲难点，让学生认识事物本质，由表及里；讲转折点，找出教材内部联系，由此及彼，指出概念间方法间的联系。例如，“中学数学基础知识教学”这一章，共有四个内容，即概念、判断、推理、论证。经过自学之后，精讲时应着重分析这四个内容之间的关系，使学生明确它们的内在

联系。精讲的第二个任务是向学生介绍本学科科学的新成果、新方法、新消息，如国内外中学数学教学改革的方向，特别是八十年代中学数学改革的趋势，国内外正在进行试验或倡导的教学方法，国内外中学数学教学存在的问题及研究的课题，发展智力、培养能力的重要性及途径。精讲的第三个任务是介绍优秀的中学数学教师教学经验，结合学生“表达”及“实践”时存在的问题，向学生说明怎样才能讲好一堂课。

### 第五步，实践

实践是检验学生对数学教学法的基本理论掌握程度及培养教学能力的关键一环。通过实践，使学生将理论和实际相结合，巩固所学知识，培养教学能力，为教育实习做准备，也为毕业后从事教学工作奠定必要的基础。实践的方式，一种是以组为单位进行试讲。每人一个教案，经过充分准备之后，在组内试讲。对每一个人的试讲，进行录音，让每个人听自己的录音以便找出优缺点，研究改进措施。讲完之后，以组为单位进行评议，相互学习取长补短，努力提高授课的水平；另一种方式是指定部分学生到有关中学讲课（该生所在组的同学都去听课），使他们接触中学生，初步体会怎样上好一堂课。

# 第一章 中学数学教师与 中学数学教学法

## § 1.1 怎样做一名合格的中学数学教师

高等师范院校数学系的培养目标主要是合格的中等学校数学教师。具备哪些条件才算是一名合格的中学数学教师呢？根据社会主义现代化建设的需要，合格的中学数学教师应该是：有理想、有道德、有文化、有纪律，热爱党、热爱社会主义祖国和社会主义事业，特别是热爱教育事业；具有为国家富强、人民富裕而艰苦奋斗，特别是为基础教育的发展而献身的精神；具有为教育事业实事求是、独立思考、不断追求新知、勇于创新的科学精神；具有在马克思主义指导下符合“三个面向”要求的教育思想；有比较坚实的业务基础、教育理论以及良好的文化素养、职业道德，能为人师表；具有较强的教育和教学能力及学习运用并发展新知识的能力；具有健全的体魄和良好的身体素质。

对于合格的中学数学教师具体应有以下几方面的要求：

一、热爱社会主义的教育事业，积极承担并努力完成中学数学教育和教学的任务。热爱社会主义的教育事业，是社会和人民对每一个教师最基本的道德要求，是每一个教师必须具备的最基本的职业道德品质，也是人民教师最崇高的美

德。热爱社会主义的教育事业，是教师工作的动力，它不仅激发教师工作中的责任感，表现出对教育事业满腔热忱，而且能使教师产生对教育工作的浓厚的兴趣和情感。只有热爱党的教育事业的教师，才能兢兢业业，勤勤恳恳，把自己的精力、学识、技能贡献给自己的教育对象，也才能在平凡的工作中表现出坚韧和热情，从“照亮别人”的无私劳动中体验到人生的意义。

要做到热爱社会主义的教育事业，必须解决下面三个问题：

第一，是认识问题。就是要认识教育特别是师范教育在社会主义现代化建设中的作用。四化需要人才，人才需要教育，教育需要教师。实现四个现代化，科学技术现代化是关键，教育是基础，师范教育又是教育事业的“工作母机”，是造就人才的人才基地。党的十二大把发展教育列为国家发展国民经济的三大战略重点之一。全国教育工作会议，通过了《中共中央关于教育体制改革的决定》，提出了社会主义建设必须依靠教育，没有教育，就培养不出各种人才，社会主义现代化的实现就是一句空话。《决定》把发展师范教育和培训在职教师作为发展教育事业的战略措施。党的十三大又强调把发展教育事业放在经济发展战略的首要位置，指出科技的发展、经济的振兴，乃至整个社会的进步，都取决于劳动者素质的提高和大量合格人才的培养。由此，充分说明了教育，特别是师范教育在社会主义现代化建设中的作用。

第二，是方向问题。就是要明确社会主义教育发展的方向。邓小平同志于一九八三年九月给北京景山学校的题词中明确指出：“教育要面向现代化、面向世界、面向未来”。

(简称“三个面向”)。“三个面向”是在新的历史条件下，根据我国的国情，从我国经济和社会发展的实际出发，适应世界新技术革命的发展趋势提出来的，它概括地指出了社会主义教育的战略方向，反映了当前世界上教育发展的时代潮流，它是发展和改革社会主义教育事业的指导思想。

“三个面向”的基础是面向现代化。现代化的一个重要标志和条件就是全体人民文化素质和精神素质的提高。现代化是一个随社会历史进程而不断发展的动态概念。今天的现代化的概念，就科学技术而言，意味着社会生活各个领域跨进了自动化、信息化、电脑化的科学时代。而现代化是以世界的新技术发展水平为标准的。为实现我国的四个现代化，教育必须面向现代化，要逐步用当代世界上最先进的科学技术武装我国的教育。教育的现代化主要体现在教学内容、教学方法、教学手段的现代化。教育的现代化不仅意味着赶上先进国家，而更要注意使教育服务于我国现代社会发展的需要。也就是说我们面向的现代化，是中国式的社会主义现代化。

教育要面向世界和面向现代化是联系在一起的。为了学习世界科技新成果，促进我国的现代化建设，教育必须面向世界。教育要面向世界，就要及时了解并认真研究世界各国的教育信息，促使我国教育现代化。

教育要面向未来就是要根据社会主义现代化事业的长远需要，为未来社会发展储备人才。因为办教育不仅要看到今天，还要想到明天，考虑后天。现在小学一年级的学生，经过十几年的学校教育，将成为开创二十一世纪大业的生力军，这就体现了教育的超前性。因此，面向未来的问题，是一个非常突出的问题。

第三，是行动问题。就是要立志献身党的教育事业。

教育是和人类社会共始终的一种永恒的社会现象，教师职业是人类社会最古老的职业之一，也是人类社会永恒的职业，教师职业是崇高伟大的职业，教师的工作是艰巨复杂的工作，古今中外，都非常注意教师职业的重要性和特殊性。教师是人类文化遗产和道德财富的传递者，是过去和未来之间的活的环节，教师在人类社会发展中的作用是不可忽视的，任何一个国家、任何一个民族，都不能没有教育，不能没有教师。如果一个国家没有教育，没有教师，那么这个国家就会变成一个文盲充斥的国家，而列宁早就指出：“在文盲充斥的国家里，是建不成社会主义的。”特别是今天，我们的国家要发展，民族要振兴，没有科技不行，没有教育和教师的劳动更不行。所以说，教师工作是一个光荣而重要的工作。它对人才的培养，文化科学教育事业的发展，以及后一代的成长，起着重大的作用。教师工作也是一种崇高而愉快的工作，你越教就会越热爱这项工作，当你看到你教出来的学生一批批的走向社会，为社会做出贡献时，你会感到格外的高兴。青出于蓝，而胜于蓝，后来居上，这里面就包含着教师辛勤的劳动和工作的成绩！因此教师应当受到全国各族人民的尊敬和爱戴。作为一名中学数学教师，要学习伟大的人民教育家陶行知先生的师范教育思想，学习他为人民的教育事业“捧出一颗心来，不带半根草去”的高尚情操，为培养四化建设人才而献身。

二、要懂得教育规律，掌握教学的基本理论和方法。知道怎样通过教育实践来达到教育目的。

教育是一门科学，因此教育有其自身的发展规律，教师

的专业是教育，搞教育就要不断探索教育规律，加强教育科学的研究，这是提高整个教育工作水平的必要条件。要结合我国的教育实际，进行科学实验，建立具有中国特色的数学教育学。做为一名中学数学教师，在实际工作中要研究教育思想、教学内容、教学方法、教育评估、教学手段现代化等方面的问题；要努力探索大面积提高数学教学质量的问题；要研究在数学教学中培养学生的能力问题；要总结教师怎样教，学生怎样学才能提高教学和学习效果问题；要研究教学过程、教材结构最优化问题。要解决这些问题，就必须努力掌握教学的基本理论和方法，就要探讨最合理、最有效的教育原则与方法。因为，教育是一门艺术，不能公式化，要从学生及教材的实际情况出发，根据不同的课程，针对不同的对象，灵活运用不同的教学方法，才能获得好的教学效果。优秀的中学数学教师都能体会到：知识水平与教学水平直接关系着教师威信的高低和教学的成败。

三、要有坚实的数学基础知识和教学能力，有对学生进行教育和训练的本领。

为了适应科学技术发展的需要，做为一名中学数学教师，其数学知识的占有程度必须既渊又博，也就是要具备“T”形的知识结构。既要有数学专业知识的纵向深度，基础踏实，还要有横向的广度，知识面宽。否则的话，是难以担当起长远培养人才的重任。苏联著名的教育实践家和理论家华·亚·苏霍姆林斯基（1918—1970）认为这是一条十分重要的教育素养。他对教师应有的学识水平作过许多说明，提出了“要给学生一杯水，教师就需要有一桶水”，指出“要使教科书成为教师科学知识海洋中的一滴水”，“教师在大学毕业后三至

五年内，其知识应比他在工作一年时多三倍、五倍”，等等，总起来说，教师应有渊博的知识。

为什么说教师需要有这么渊博的知识呢？

第一，只有教师具有渊博的知识，才能保证课堂教学的质量。一个教师有了渊博的知识后，他在课堂上就可以不把“注意的中心”放在讲课内容上，而是放在学生的智力活动和思维过程中遇到的难点上，就能在传授知识的同时，发展学生的智力，培养学生的能力。而且讲解知识能够“引人入胜”。知识越渊博，备课就越少用时间，而且能够使听课者入迷。苏霍姆林斯基举了一个实例。他说：“有一次，一位校长听一位知识渊博的地理教师讲课，这位校长听得入了迷，当教师提问学生谁能回答这个问题”时，这位校长竟不由自主地站起来回答“我可以”。

第二，只有教师具备渊博的知识，才能唤起学生强烈的求知欲望，从而发掘学生的天资才干，引起学生朝气蓬勃的智力活动。苏霍姆林斯基说：“如果教师只限于教科书，而不在学生面前打开科学的视野，不指出尚未被研究的领域和有待学生用好奇心和勤劳的双手去探索的各种奥秘，就会使学生厌恶天天消化一种知识的过程”。教师有了渊博的知识，就会打开学生的心灵，让学生如饥似渴地学习。那么，渊博的知识从何而来呢？苏霍姆林斯基响亮地回答：“阅读，阅读，再阅读”。

从上面苏霍姆林斯基关于具有比较渊博的知识的一些看法，我们从中能够得到很多有益的启示，那就是作为高等师范院校的学生，在校必须认真地努力学习，打好基础，努力掌握本专业所必需的基础理论、基本知识和基本技能；要尽