

21

世纪高等院校教材

高等数学实验

马新生 陈涛 陈钰菊 等 编

 科学出版社
www.sciencep.com

21 世纪高等院校教材

高等数学实验

马新生 陈 涛 陈钰菊 等 编

2004 年江西省教学成果一等奖

科学出版社

北京

内 容 简 介

本教材是配合高等数学教学并适应国内普通高等院校开设“高等数学实验”课程的需要而编写的. 实验采用的软件是 Mathematica 5.0. 内容共分三部分: 基础实验、综合实验和附录. 第一部分的基础实验含 10 个实验, 第 1 个实验介绍了开设数学实验的意义、如何做数学实验及 Mathematica 的基本功能和初步使用方法; 第 2 到第 9 个实验与同济大学《高等数学》(第五版)教材内容同步, 每个实验结合相应章节中的基本概念和基本理论, 分为实验目的、实验内容、思考题、高等数学知识要点和 Mathematica 知识要点; 第 10 个实验是为配合双语教学的开设而特别设计的英文版实验. 第二部分的综合实验含 5 个数学建模实验, 介绍对实际问题建立数学模型, 并用数学软件求解数学模型的过程. 附录部分给出了 Mathematica 5.0 软件的使用介绍和分类命令.

本教材可供普通高等院校开设“高等数学实验”课程的专业大学本科生, 以及具有高等数学知识和计算机知识的读者使用, 也可作为数学软件 Mathematica 的学习参考书.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学实验/马新生, 陈涛, 陈钰菊等编. —北京: 科学出版社, 2005
(21 世纪高等院校教材)

ISBN 7-03-016305-2

I. 高… II. ①马… ②陈… ③陈… III. 高等数学-实验-高等学校-教材
IV. O13-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 111510 号

责任编辑: 李鹏奇 王 静 / 责任校对: 刘小梅

责任印制: 安春生 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

丽源印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005 年 10 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2005 年 10 月第一次印刷 印张: 12 1/4

印数: 1—9 000 字数: 227 000

定价: 18.00 元(含光盘)

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈环伟〉)

前 言

最近几十年来,随着计算机技术的高速发展,数学的地位发生了巨大的变化.数学在自然科学、工程技术、经济管理乃至人文科学中越来越成为解决实际问题的有力工具.“高技术从本质上就是数学技术”的观点业已为众多有识之士所认同.面对数学地位的巨大变化,科学工作者和工程技术人员对数学知识的需求大大增加,对高等数学教育提出了新的更高的要求.在这种背景下,数学实验课应运而生.

我们知道物理实验和化学实验的含义和意义,但什么是数学实验呢?

具有智能化的数学软件的出现,使得计算机不仅能完成复杂的数值计算,也能进行符号演算、绘制复杂的图形甚至进行一些逻辑推理工作.数学实验正是计算机技术和数学软件引入数学教学后出现的新事物.简单地说,数学实验就是以计算机和数学软件为“实验仪器和设备”,以数学理论为指导,在计算机上观察、研究一些特定的现象及其规律性的一种实践形式.它的教学理念是以学生为中心,教师只起引导和指导作用.学生在计算机上做大量的实验,通过观察实验的结果和现象去发现规律,提出猜想,进而进行验证和理论证明,即沿着观察→直觉→探试→思考→归纳→猜想→证明这条科学研究的路径进行数学的学习、数学的应用.在这种由学生亲手“做数学”来“学数学”和“用数学”的过程中,学生自己动手,通过使用计算机和数学软件,化枯燥为有趣,化抽象为直观,化被动为主动,充分调动学习积极性,发挥主观能动性,从而大大增强对数学的认识,培养用数学知识解决实际问题的能力,激发学习数学的兴趣.

本教材选用的数学软件是在国际上广为流传的 Mathematica,版本为 5.0. Mathematica 系统是美国物理学家 Stephen Wolfram 领导的一个小组开发的.1988 年推出了系统的 1.0 版,现在的最新版本是 5.0 版. Mathematica 提供了强大的符号计算功能,操作界面友好,使用方便,扩展便利,已广泛应用于教学、理论研究及工程计算中,受到高等学校教师和学生的喜爱.

本教材是为适应国内普通高等院校开设“高等数学实验”课程的需要而编写的,学时为 20 课时.内容共分三部分:基础实验、综合实验和附录.第一部分的基础实验中含 10 个实验,实验 2 到实验 9,共 8 个实验,与同济大学《高等数学》(第五版)教材同步,每个实验结合相应章节中的基本概念和基本理论,分为实验目的、实验内容、思考题、高等数学知识要点和 Mathematica 知识要点.实验目的部分说明本实验的目的;实验内容是实验的具体内容和步骤,又分观察实验和练习,观察实验由教师做一简单介绍,学生自己学习后,模仿观察实验完成练习部分的实验,练习部分的实验相对简单;思考题部分则提供了一些较为复杂的开放性实验,供学生课后

自行设计实验进行实践和探索；高等数学知识要点和 Mathematica 知识要点两部分，分别介绍了本部分实验需要的高等数学概念和 Mathematica 命令。第 1 个实验介绍了开设数学实验的意义、如何做数学实验及 Mathematica 的基本功能和初步使用方法。第 10 个实验是为配合双语教学的开设而特别设计的英文版实验。第二部分综合实验含 5 个数学建模实验，介绍对实际问题建立数学模型，并用数学软件求解数学模型。为了方便使用，本书在附录部分给出了 Mathematica 软件的分门命令和使用介绍。

本教材有如下特色：

(1) 提出数学实验“仪器”的概念。本教材所有实验都有相应的电子课件，该课件为 Mathematica 中的“笔记本 (Notebook)”，学生的实验全部通过笔记本来完成。一个笔记本即相当于物理实验的一台实验仪器，是用 Mathematica 中的相应命令设计出来的。学生做实验时不必过多关注“仪器”是如何制造的（即如何设计 Mathematica 程序），只需直接使用并会观察实验结果就行了。这可以节约学生大量的学习时间，从而避免将数学实验课程变为单纯的学习数学软件的课程。

(2) 采用“学数学”和“用数学”相结合的方法。基础实验中的每个实验均结合高等数学相应章节中的基本概念、定理或结论，学生通过实验可以加深对数学概念的理解，并初步了解探索和解决新问题的研究方法，这是“学数学”的过程。综合实验中的数学建模实验，初步介绍了数学建模的基本方法和基本思想，培养学生应用数学知识解决实际问题的能力，这是“用数学”的过程。

(3) 满足不同学时和专业的要求。我们虽然以 20 个学时来设计本教材实验，但除了实验 1，其他各个实验基本上相对独立，实验中的练习和思考题也有相对的独立性，从而可适应不同学时和专业的要求。教师和学生可根据实际情况从中选做若干实验，学生还可根据个人的兴趣和对软件的熟悉程度选择不同的练习和思考题。

(4) 适应高等数学双语教学的需要。为适应新世纪对人才国际化的要求，本教材单独给出了一个英文版的数学实验（基础实验中的实验 10）。

本教材由南昌大学数学系马新生（实验 1、2、9、10 和附录）、陈涛（实验 4、7）、陈钰菊（实验 14、15）、余国松（实验 1、5、8）、廖川荣（实验 11、12、13）和李捷（实验 3、6）等教师编写，最后由马新生负责统稿。编写过程中得到了南昌大学教务处和数学系的大力支持，在此表示感谢。

本教材为 2004 年江西省教学成果一等奖“学建模教育与实践”的主要成果内容之一，并得到 2002 年教育部新世纪高等教育教学改革工程本科教育教学改革立项项目“将数学建模思想和方法融入大学数学主干课程教学中的研究与实践”课题的资助（课题名称：“将数学建模思想和方法融入一元函数微积分教学中的研究与试验”，项目编号：1283B01071-A09），以及 2002 年江西省高校省级教改重点资助课题“高等数学双语教学中教学内容和教学方法的研究与实践”的资助，在此一并表

示感谢.

数学实验在国内外都还是一门新的课程, 从内容到形式都尚未形成公认的统一模式. 本教材是在作者十余年来从事数学建模教育和竞赛活动的基础上, 力图将数学建模的思想和方法引入高等数学日常教学中所做的一种高等数学实验的尝试. 限于作者水平, 难免会有疏漏和不当之处, 恳请广大读者批评指正.

编 者

2005 年 5 月于南昌大学

目 录

第一部分 基础实验	1
实验 1 数学实验与数学软件 Mathematica	1
实验 2 无穷大的速度和无穷小的阶	10
实验 3 导数和函数的瞬时增长率	26
实验 4 不定积分和定积分	40
实验 5 空间曲面及其在平面上的投影	52
实验 6 曲面及其切平面	68
实验 7 重积分、曲线积分和曲面积分	79
实验 8 级数的收敛性和函数的逼近	94
实验 9 方向场和积分曲线	106
实验 10 Spline	116
第二部分 综合实验	130
实验 11 Fibonacci 数列与黄金分割问题	130
实验 12 拐角问题	137
实验 13 怎样在越野赛中取胜	142
实验 14 Van Meegeren 的艺术伪造品	149
实验 15 快餐店的承诺	154
参考文献	158
附录 Mathematica 5.0 简介	159
1 基本运算	159
2 Mathematica 的图形与动画设计	164
3 代数运算	173
4 微积分运算	177
5 数值计算	182
6 Mathematica 程序设计	183
7 Mathematica 解决不了的微积分问题	185

第一部分 基础实验

实验1 数学实验与数学软件Mathematica

1.1 实验目的

了解高等数学实验的含义；初步掌握数学软件 Mathematica 的用法和基本功能。

1.2 实验内容

1. 开设数学实验的原因

长期以来,从小学到大学,数学一直是我们学习的一门主要课程,老师所讲的、学生所练、所考的主要是定义叙述、定理证明、公式推算、计算方法……,数学给我们的印象是,沿“定义→公理→定理→推论→证明”这么一条演绎道路进行的、一个十分严格的数学推理王国和一个充满美感的抽象世界。然而,我们却不知道,也许也没有想过,这些如此严密、完整、美妙的结论是怎么来的?数学家是通过什么样的方式发现它们的?我们从这些可爱结论本身看不到数学家发现它们的艰辛,也体会不到数学家在发现它们之后的一种喜悦。

传统的数学教育过分强调了形式化的逻辑推导和形式化的结果,淡化了在科学突破上至关重要的实验、观察、归纳、猜想、验证和创新等能力的培养,以至使我们越来越不明白数学从何而来。充满生机、充满活力、充满美感的数学成了内容多、负担重、枯燥乏味的公式、结论和习题的堆积。

计算机不仅使我们生活和工作的各个方面发生了可喜的变化,而且也使数学教育有了一种新的选择,这种新的选择所带来的模式正在发生一场变革,这场变革的特点就是“数学实验”。与传统课堂教学不同的是,“数学实验”课教学把教师的“教授→记忆→测试”的传统教学过程,变成“观察→直觉→探试→思考→归纳→猜想→证明”,将信息的单向交流变成多向交流。“学习任何东西,最好的途径是自己去发现”,由我们自己动手,用我们熟悉的、喜欢“玩”的计算机去尝试发现一些问题,亲身感受在计算机的帮助下解决问题的酸甜苦辣,在自己的探索和实践

去体验那条被掩盖着的数学思维轨迹. 做, 然后知不足!

2. 如何做数学实验

大家都做过物理实验、化学实验或生物实验, 他们一般都有数目繁多的实验仪器、设备, 或简单地说是实验工具. 数学实验的工具是什么呢? 这就是计算机和数学软件. 那什么是数学软件呢? 让我们先说一说大家熟悉的计算器. 中学时我们学过查平方根表、三角函数表和对数表等, 表的作用是帮助我们做一些复杂的运算. 有了计算器后, 我们不需要查表了, 复杂的算术运算、基本初等函数值的计算只需要按几下键就行了, 计算器代替了查表! 可以说, 计算器的发明解决了繁琐的基本计算. 运行在计算机上的数学软件是一种更高级、更先进的“计算器”, 它不仅能完成计算器能做的事情, 还能做大量的以前只能由人类通过大脑的逻辑思考完成的计算, 如分式的运算、多项式的展开、因式分解、多项式方程(组)的求解、微积分的运算等, 甚至能做大量的人类很难实现的工作, 如函数图形的绘制等. 简单的说, 数学软件就是能帮助人类大脑进行逻辑思考、将问题可视化(图形、数值)的一种“高级计算器”, 数学软件将代替计算器! 本教材的实验是将数学软件 Mathematica 作为实验工具来完成的. 数学软件 Mathematica 的功能十分强大, 下小节将做一简要介绍, 附录有较详细的使用说明.

那是否需要先掌握 Mathematica 后才能做实验呢? 答案是: 否. 这与我们做物理实验、化学实验不需要先了解实验仪器的构造、掌握仪器的所有功能, 而只需会做具体的某种操作来完成特定实验的道理是一样的. Mathematica 涉及的数学与计算机知识十分广泛, 命令繁多, 多达三千余条, 要全面掌握需要较长的时间. 但若只要完成本教材的高等数学实验, 则大可不必像学习数学与计算机基础课和程序设计课程那样逐字逐句地认真推敲. 当然, 首先全面了解一下它的功能, 做到心中有数还是必要的. 然后, 等需要用到哪一部分时, 再仔细学习钻研, 不必面面俱到. 读者主要应靠认真阅读书中的实例, 来学习具体的操作方法和技巧, 一般能模仿着使用就够了. 遇到看书和读 Help 仍弄不清的问题, 大都应通过实例(做实验!)来解决. 况且, 本教材的目的不是学习 Mathematica 的使用, 而是借助 Mathematica 来做实验, 借助 Mathematica 来学习高等数学知识, 借助 Mathematica 并利用高等数学知识来解决实际问题, 更重要的是借助 Mathematica 学会“观察 → 猜测 → 验证 → 理论证明”的思考方法. 在做实验的过程中自然就慢慢掌握 Mathematica 的使用了.

为此, 我们精心设计了本教材的每一个实验, 并研制了相应的电子版本. 该电子版本由 Mathematica 中的若干“笔记本(Notebook)”组成, 一个实验对应一个“笔记本”, 学生的实验就在相应的“笔记本”(实验仪器!)中来完成. 这些实验包含在“实验内容”和“思考题”两小节中.“实验内容”包括“观察实验”和“练习”两部分.“观察实验”部分是学生自我学习的过程, “练习”部分是学生课堂上做的实验, 一般只需模仿“观察实验”, 并利用 Mathematica 中的输入面板(见下小段)做简单的输入和

计算机操作中的“复制”、“粘贴”命令即可完成. 打一个简单的比方, 将我们设计的数学实验和大家熟悉的物理实验作一个比较, 一个“笔记本”相当于一台实验仪器, “观察实验”是给大家使用“仪器”的一个示范表演, 同学们做“练习”即做实验时利用该“仪器”, 只需“按”几下“按钮”——简单的输入, “旋转”一下“旋钮”——“复制、粘贴”操作, 实验结果就有了. 然后再观察、分析实验结果. “思考题”是一些稍复杂的问题, 是学生完成课堂实验后选做的实验, 一般需要学生自己设计实验的方法和步骤.

3. 初识 Mathematica

Mathematica 是美国 Wolfram Research 公司研制的一种数学软件, 集文本编辑、符号计算、数值计算、逻辑分析、图形、动画、声音于一体, 与 Matlab、Maple 一起被称为目前国际上最流行的三大数学软件. 它以符号计算见长, 同时具有强大的图形功能和高精度的数值计算功能. 在 Mathematica 中可以进行各种符号和数值运算, 包括微积分、线性代数、概率论和数理统计等数学各个分支中公式的推演、数值求解非线性方程、最优化问题等, 可以绘制各种复杂的二维和三维图形, 并能产生动画和声音.

Mathematica 的开发者 Stephen Wolfram 于 1959 年生于伦敦, 分别在国际一流学府牛津大学和加州理工学院接受教育, 1979 年 20 岁时就获得加州理工学院理论物理博士学位. 现在美国著名大学伊利诺大学工作, 任复杂系统研究中心主任, 物理学、数学和计算机科学教授, Wolfram 研究公司总裁兼首席执行官. 他负责 Mathematica 的总体设计.

Mathematica 的最初版本 1.0 版于 1988 年发布, 1991 年推出 2.0 版, 1996 年 3.0 版, 1999 年 4.0 版, 目前最新版本是 2003 年发布的 5.0 版. 下面先介绍 Mathematica 5.0 版的一些基本概念和基本用法, 以后的每一个实验中会介绍相关的命令, 附录给出了较详细的解释. 需深入掌握 Mathematica 的读者可查阅相关书籍或登陆 Wolfram 研究公司网站: <http://www.wolfram.com>.

观察实验

在 Windows 环境下安装好 Mathematica 5.0, 运行后, 在显示器上显示如图 1.1 的工作窗口 (Notebook 窗口), 系统暂时取名为 Untitled-1, 这时可以键入你想计算的东西, 比如键入 $1+1$, 然后按下数字键盘区 (键盘右部分的副键盘区) 上的 Enter 键或同时按下主键盘区的 Shift 键和 Enter 键 (先按住 Shift 键不松开, 再按下 Enter 键), 这时 Mathematica 开始工作, 计算出结果后, 窗口变为图 1.2. Mathematica 第一次计算时因为要启动核 (kernel), 所需时间要长一些.

图 1.2 中的 “In[1]:=” 表示第一个输入, “Out[1]:=” 表示第一个输出结果. 接下

来可键入第二个输入, 按这样的方式可利用 Mathematica 进行“会话式”计算. 要注意的是: “In[1]:=”和“Out[1]=”是系统自动添加的, 不需用户键入. Mathematica 还提供“批处理”运行方式, 即将 Mathematica 作为一种算法语言, 编写程序, 让计算机执行, 后面的实验中大部分利用该方式, 附录中作了简要介绍.

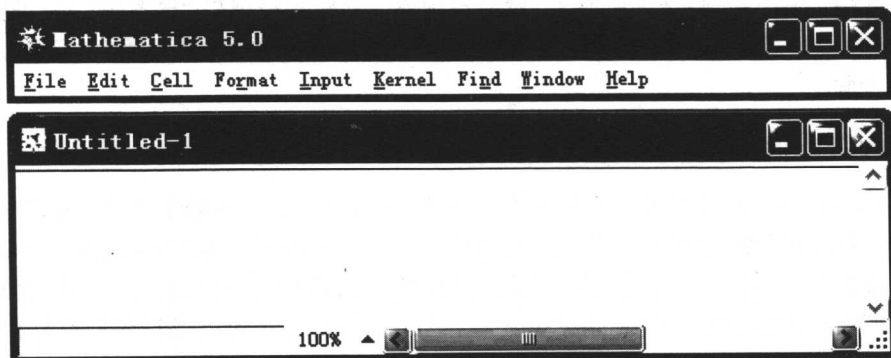


图 1.1 Mathematica 的工作窗口

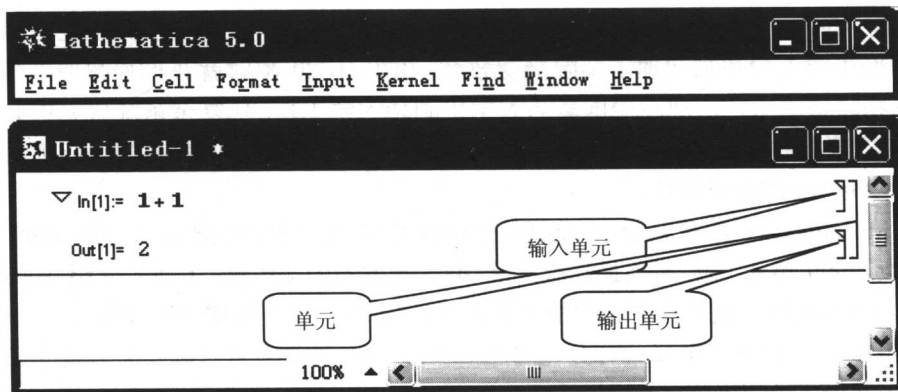


图 1.2 完成运算后的 Mathematica 的窗口

仔细观察 Mathematica 的工作窗口, 可发现系统自动用蓝色的方括号将输入和输出分别括成一个整体 (窗口的右端), 这在 Mathematica 中被称为单元 (Cell). Mathematica 中的文本编辑通常以单元为单位, 当然也可以以字符为单位, 选定后, 可以改变单元或字符的背景、字体的颜色、大小等. 这些可通过 Format 菜单中的相应命令实现. 如果你能熟练使用其他文本编辑软件, 如 Office 套件中的 Word, 则很容易在 Mathematica 进行文字编辑, 因为 Mathematica 中的编辑方式遵从 Windows 软件的一般约定.

Mathematica 中数学运算符号的输入遵从一般程序设计语言的约定, 如加、减、

乘、除 (+, -, ×, ÷) 分别用 “+, -, *, /” 表示, 乘方用 “^” 表示. 另外一种简单和实用的方法是利用 Mathematica 中提供的输入面板. 启动 Mathematica 后, 依次点击菜单项:

“File→Palettes→4 BasicInput”.

则出现图 1.3 所示的“基本输入面板”窗口. 该面板中包含了常见的数学运算符. 点击符号即可实现相应的数学运算输入.

如点击符号 $\blacksquare^{\blacksquare}$ 可输入指数表达式 2^{64} , 按数字键盘上的 Enter 键, 得到结果为 18446744073709551616.

点击符号 $\frac{\blacksquare}{\blacksquare}$, 可以输入 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, 输出结果为 $\frac{5}{6}$.

按照类似方法可输入 $\sqrt{2}$, 你想想 Mathematica 会输出什么结果? 输出结果为 $\sqrt{2}$. 你感到奇怪吗? 怎么与通常的计算器的计算结果 1.414213562 不同?

这正是 Mathematica 的与众不同之处! Mathematica 是一个能进行“符号演算”的软件, 其运算结果是“精确”的! 1.414213562 是 $\sqrt{2}$ 的数值结果, 是“近似”的. 我们通常接触到的计算工具和计算软件是数值计算, 如计算器、高级程序设计语言 C, Basic 等. 希望初学者好好体会符号运算和数值运算的区别.

下面我们输入 $(a+b)^2$, 你想想 Mathematica 会输出什么? 对了, 进行符号演算, 精确值 $(a+b)^2$! 为什么不是 $a^2 + 2ab + b^2$ 呢? 因为你没告诉系统这么做. 其实这是多项式展开, 需要利用 Mathematica 中的函数. 输入 `Expand[(a+b)^2]`, 得到结果 $a^2 + 2ab + b^2$. 单词 Expand 的意思就是展开. 那么, 怎样分解因式 $a^2 + 2ab + b^2$ 呢?

Mathematica 的强大功能是通过函数 (有时称为命令) 来实现的. Mathematica 中函数分内置函数 (Built-in Function) 和软件包 (Standard Packages) 函数两大类, 统称为内部函数. 内置函数共 9 大类 1400 个左右, 软件包函数共 11 大类约 1 千余个. 每个函数的名称是其对应的英文单词或词组. 要熟悉所有的函数几乎不可能. 怎么知道 Mathematica 中有没有分解因式的函数, 有的话如何使用呢? 这里介绍两种方法.

方法之一是, 依次点击菜单项:

“File→Palettes→3 BasicCalculation”.

出现图 1.4 所示的“基本计算面板”窗口, 其中含有常用的 7 大类函数的输入面板.

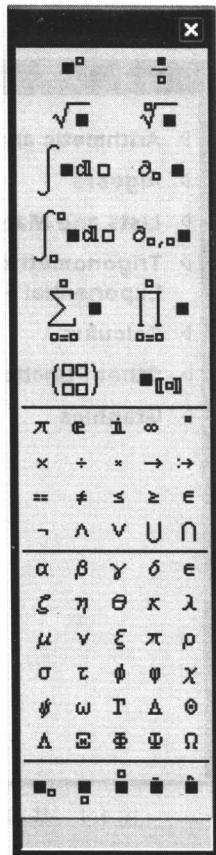


图 1.3 基本输入面板

窗口右端符号“▷”为折叠展开标志. 初始窗口只有函数的分类, 要找到所需的函数, 需要展开相应的栏目. 用鼠标点击标志▷, 即变成▽, 同时展开了输入模板及相应函数, 点击▽, 可将相应栏目折叠, 同时标志变成▷. 图 1.5 为展开第一类“Arithmetic and Numbers (算术和数值)”后的基本计算面板. 点击 **N[■, □]**, 输入 $N[\pi, 1000]$, 运行后将输出圆周率 π 的含 1000 位有效数字的近似值.

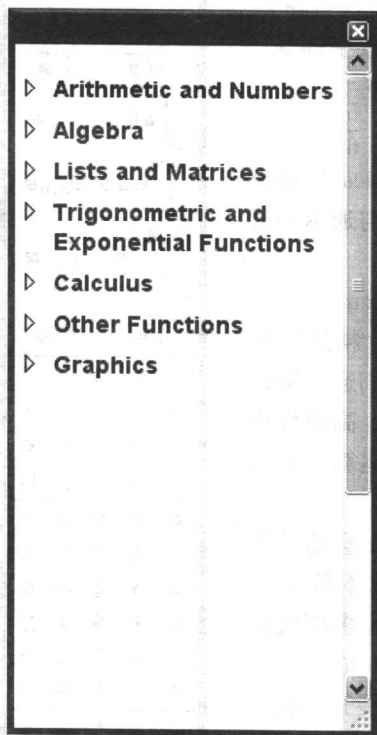


图 1.4 基本计算面板

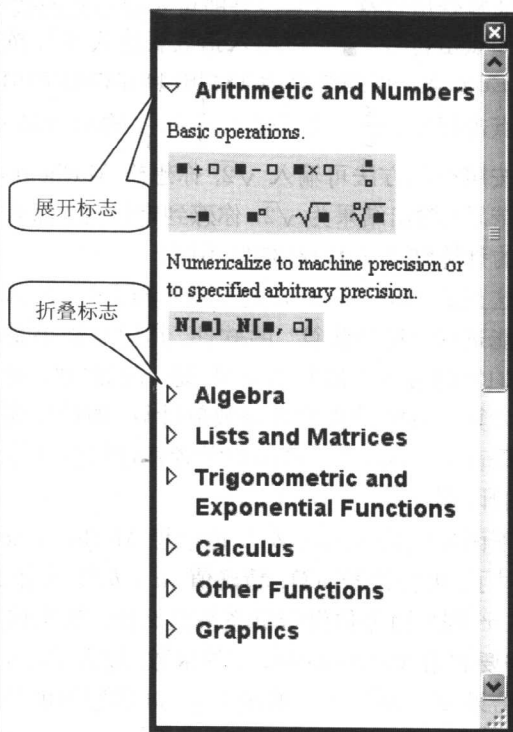


图 1.5 展开第一项后的基本计算面板

对分解因式问题, 点击“Algebra→Polynomial Manipulation(代数 → 多项式运算)”, 可找到 **Factor[■]** (分解因式) 函数, 点击后在黑框中输入 $a^2 + 2ab + b^2$, 即输入命令 $\text{Factor}[a^2 + 2ab + b^2]$, 可得因式分解结果 $(a + b)^2$.

方法之二是, 利用 Mathematica 的帮助“Help”功能. 依次点击菜单项“Help → HelpBrowser”, 出现图 1.6 所示的“Mathematica 帮助浏览器”窗口, 在输入框中输入 Factor, 点 Go 后, 可找到 Factor 函数的详细用法和例子 (在 Further example 部分). 将其中提供的例题通过“复制”、“粘贴”操作复制到笔记本中, 然后在 Factor 函数中输入 $(a + b)^2$.

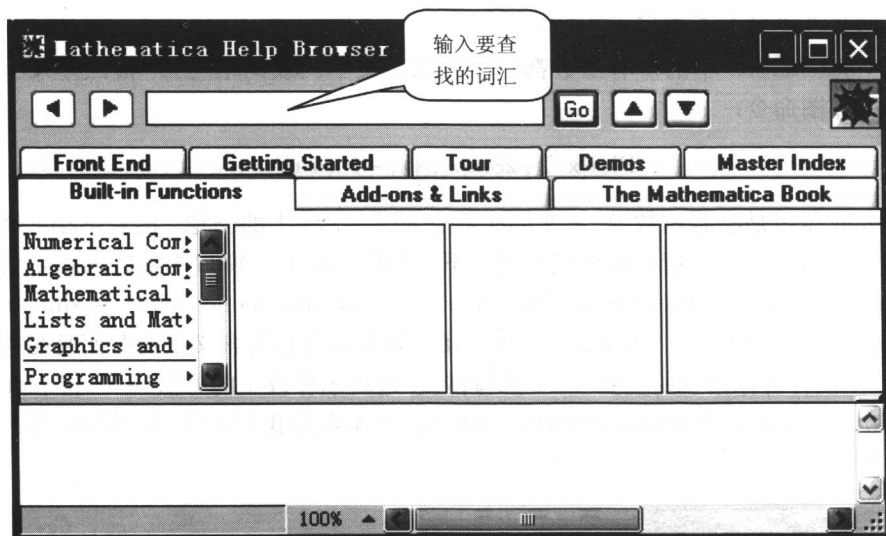


图 1.6 Mathematica 帮助浏览器

练习 1

用图 1.3 的“基本输入面板”和图 1.4 的“基本计算面板”中的符号来输入数学运算直观方便,特别适用于初学者.利用它们,再结合 Help,读者就可以基本上学会 Mathematica 的使用了.请试一试“基本计算面板”中的函数.你是否觉得 Mathematica 学起来不难?

以上两种方法其实都需要读者熟悉英语词汇,特别是数学英语词汇.中国读者学习的障碍就在于不知道数学词汇的英语表达方式.这非一朝一夕之功,可多查汉英数学词典及英汉数学词典.

这里需要强调的是,学习软件的一种重要方法是使用联机帮助 (Help). Mathematica 提供了非常详细的联机帮助,帮助中有对每个函数功能和用法的详细说明,并配有丰富的例子 (Further Examples),当然这些都是用英语描述的.初学者千万不要认为英语水平不行就不去查看帮助系统了.实际上,不能完全看懂英文解释没关系,运行一下其中的例子,根据输出结果,大致就能猜测出函数的功能和用法,多试几个,函数的作用就搞清楚了.(这也就是实验!)多读勤查帮助 (Help),一方面可以学习软件,一方面无形中提高了英语水平,何乐不为呢?

练习 2

试点击 Mathematica 菜单中的“Help→Tutorial”,你发现了什么?试仔细学习 Tutorial 中的例子,掌握 Mathematica 的基本功能和常用函数的基本用法.阅读时

请参阅附录中的相应内容。

Mathematica 中的所有函数都是相应的英文单词或词组,且严格区分大小写.试输入作图命令:

```
Plot[x^2+2Sin[x], {x, -Pi, Pi}].
```

该命令的作用是绘制函数 $x^2 + 2 \sin x$ 在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的图像. 但若不小心将大写 P 写成了小写 p, 情况如何呢? 试一下. 结果见图 1.7, 窗口内红色的提示信息“General: : spell1: Possible spelling error: new symbol name “plot” is similar to existing symbol “Plot”.”是系统自动给出的. 该提示信息的含义很清楚而且是智能化的, 不仅告诉你错误的类型——拼写错误, 还提示你改正的方法——将 plot 改为 Plot. 软件使用者要学会看系统出错信息, 它能帮助我们较快找出错误, 提高工作效率.

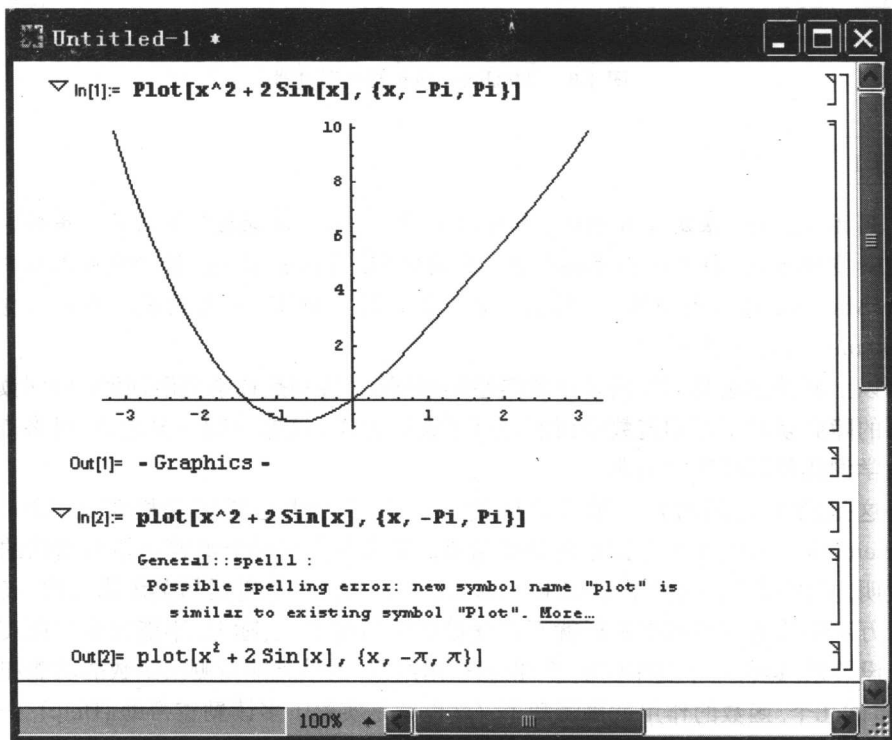


图 1.7 Mathematica 的错误提示

完成工作后,别忘了保存你的成果: 点击 Mathematica 菜单中的“File→Save”命令. Mathematica 将工作窗口和保存好的文件均称为“Notebook(笔记本)”. 本实验教材的电子版本即为一本“印刷精美”和实用的笔记本.

最后, 介绍一个概念. Mathematica 将所有的输入和输出都统一称为“表达式 (Expression)”, 在其内部是用统一的方式表示的.

练习 3

利用作图命令 Plot 作出基本初等函数的图形. 借助联机帮助, 将几条曲线绘制在一张图中, 并以不同的颜色区分曲线.

1.3 思考题

试用你能想到的办法, 找到 Mathematica 中实现以下功能的函数.

(1) 解方程 (Solve). 如求解方程 $ax^2 + bx + c = 0$.

(2) 化简 (Simplify) 表达式. 试化简以下分式, Mathematica 给出的结果正确吗?

$$\frac{4(x^2 - 1)}{(x - 1)\sqrt{(x + 1)^2(3x + 2)} + \sqrt{(x - 1)^2(3x^2 + x - 2)}}$$

(3) 求函数的最大值 (Maximum)、最小值 (Minimum).

(4) 求数列的和 (Sum).

(5) 在直角坐标系中, 画一个中心在原点的红色的实心正方形 (Rectangle).

(6) 绘制一个球面 (Sphere).

实验 2 无穷大的速度和无穷小的阶

2.1 实验目的

通过画图语句 `Plot[f[x], {x, xmin, xmax}]` 作出函数的图形, 利用图形研究函数的性态; 加深了解函数趋向无穷大的速度、无穷小的阶和等价无穷小等概念; 学会“观察 → 猜测 → 验证 → 理论证明”的思考方法.

2.2 实验内容

1. 函数的远景图和近景图

想像在一块足够大的黑板上画出了函数从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 的图形. 要能够看到整幅图, 我们需站在远处; 要看到局部图形, 我们需站在近处. 不妨分别称为图形的远景图和近景图.

观察实验

步骤 1. 试观察以下图形, 注意图形的横坐标的取值范围. (非电子版读者注意: 运行本实验中的程序前务必先加载软件包: `<<Graphics'Colors'`.)

```
Clear[f, x];  
f[x_] = ex;  
g1 = Plot[f[x], {x, -1, 1}, AxesLabel -> {"x", ""},  
AspectRatio -> 1/GoldenRatio, PlotStyle -> {Red}, PlotRange -> All];
```

