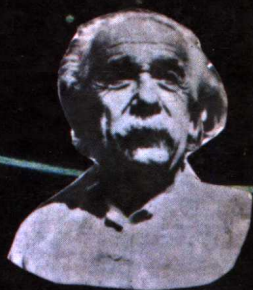
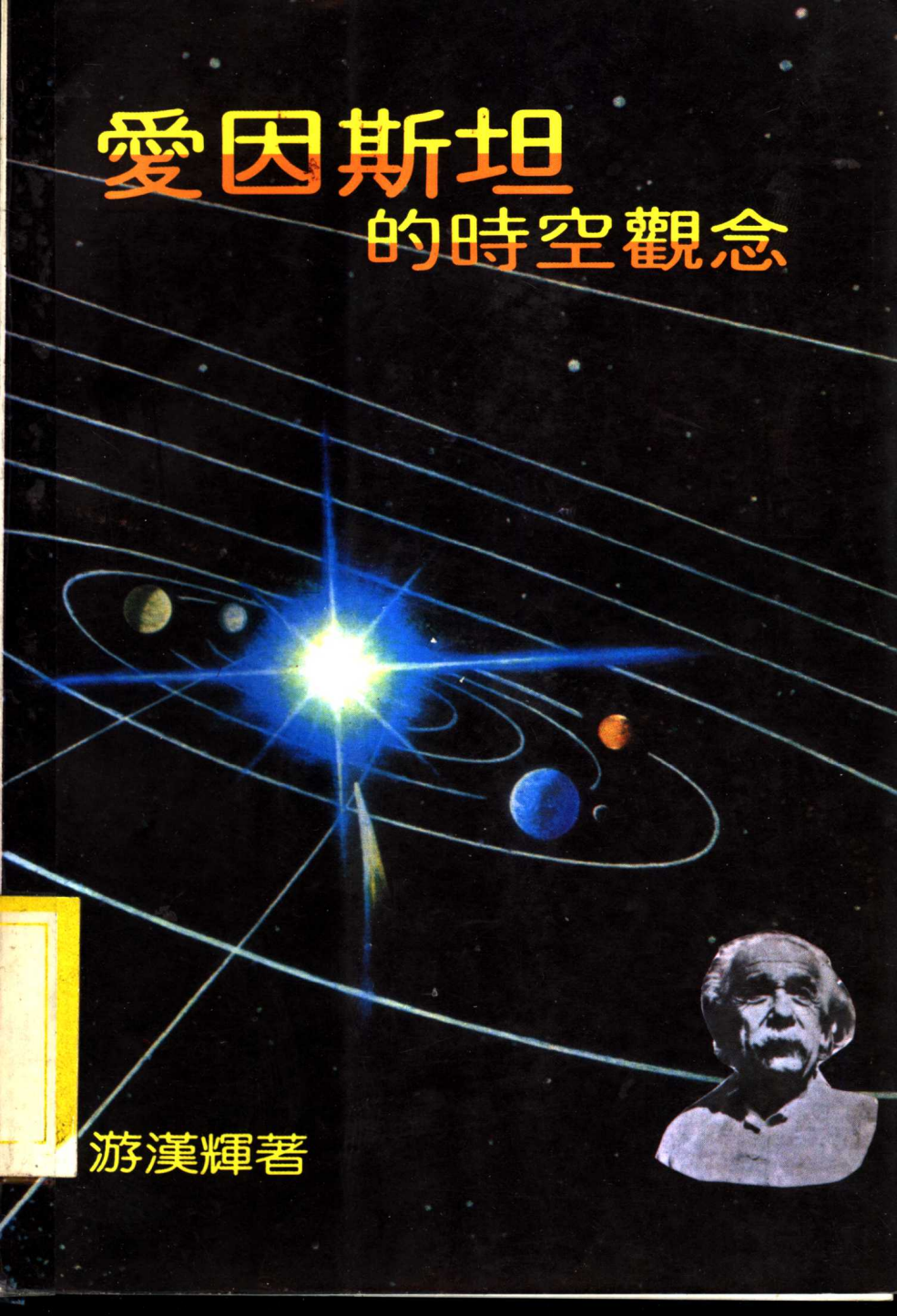


愛因斯坦 的時空觀念



游漢輝著

愛因斯坦的時空觀念

游漢輝著

臺灣商務印書館發行

中華民國七十二年八月初版

愛因斯坦的時空觀念 一冊

基本定價一元八角正

著者 游 漢 輝

發行人 朱 建 民

印刷及
發行所

臺北市重慶南路一段三十七號
臺灣商務印書館股份有限公司

登記證：局版臺業字第〇八三六號

版權所有
翻印必究

校對人：洪美淑 施淑英

自序

本書實際上是狹義相對論 (Special theory of Relativity) 的前半部，其內容侷限於愛因斯坦的時空觀念。相對論後半部涉及力，動量以及電磁場等觀念的問題，均不在本書所討論的範圍之內。作者之所以如此取捨，其主要原因，為在這情況下，本書所涉及的數學將十分簡易（只要高中程度便夠了）。然而，如果引入力，動量以及電磁場等觀念，我們便非得動用微積分和向量分析不可。如此一來，許多讀者便立刻面臨「三振出局」的命運，筆者認為十分可惜。故此我們把本書的內容侷限於“時空觀念”之內。另一方面，坦白說，寫一本書實在十分煩人，愈寫愈有停筆之傾向。當作者寫完本書第廿五節時，發覺剛好終結一個階段，於是就勢收筆。至於相對論後半部份，容日後有時間再行討論。

本書可說是介乎教科書和大眾通俗讀物之間的書籍。說它是大眾通俗讀物，因為一則它文筆並不嚴肅，再則它談論到一般教科書上所沒討論到的枝節問題，而且討論得相當詳細。作者一共使用了三種方式去說明「長度縮短問題」和「時間擴張問題」，這是一般教科書所少有的。對於極負盛名的「雙生子問題」，作者亦作了相當詳細的解說。至於說本書也可說是一本教科書，則因其文筆雖然輕鬆，但論理却仍非常嚴謹，絕無一般通俗書籍那種“輕輕一筆帶過”的情

形出現。此外，有些地方，作者還特意留給讀者自行去思考，去計算；這就是某些章節末所附之思考問題。

本書雖說是近乎大眾通俗書籍，但却并非是說它讀來輕鬆，事實上讀者們必須小心，耐心的去閱讀它，否則將會一無所獲。正如本書某處所說：「……研習相對論的一個困難是語言上的障礙，……」筆者雖然已力求敘述精確，但能力所限，字裡行間難免仍有不夠清楚的地方，敬請讀者原諒。事實上，波爾（Bohr，丹麥人，諾貝爾物理獎得主，以 Bohr 原子模型聞名於世）就說過：「語言或其他表達方式有其一定的限制，無法把一個人所想的完全表達出來」。另外，Heisenberg（海森伯，德國人，諾貝爾物理獎得主，量子力學創建人之一）曾經說過，物理學的發展並不單憑個人的潛心思考，更需要物理學家們的互相討論。因此筆者認為研習物理學時也一樣不能只靠個人潛心閱讀，希望讀者能互相討論，并且博覽群書，以收「他山之石」之效。

作者為慎重起見，特於本書初稿完成後，力邀同事張京戈君合作共同再作修訂。張君為本書所付出的時間和精力，實足以到達“第二作者”的地步，然張君以全書的構架仍是出自筆者，謙辭具名。筆者除衷心感激外，特以為誌。

最後，本書某些地方承蒙劉國治博士在文字上加以潤色；書中部份插圖由董玉平君、許牧余君及龔祥雲君設計和繪畫；至於封面則由涂惠屏女士精心設計。作者在此亦併為誌謝。

目 錄

§ 1	導言.....	1
§ 2	早期的時空觀念.....	1
§ 3	慣性系統.....	5
§ 4	伽利略的相對原理.....	7
§ 5	早期電磁學所發生的困擾（電磁波的波速問題）	10
§ 6	Michelson（麥柯森）—— Morley（墨里）實驗	15
§ 7	狹義相對論的基本假設以及它對Michelson — Morley 實驗的解釋	22
§ 8	同時（Simultaneity）	25
§ 9	垂直於運動方向的長度問題.....	30
§10	時間擴張——運動中的時鐘走得比較慢.....	35
§11	長度縮短的問題——與運動方向平行的長度.....	42
§12	移動的時鐘的對準問題.....	51
§13	半書總結及一些詞語的說明.....	62
§14	Lorentz 轉換式.....	68
§15	速度的轉換.....	79
§16	再談長度縮短的問題.....	83
§17	再談時間的擴張.....	91
§18	Minkowski 圖解法 卽世界線（world line）	

	和Minkowski 時空圖(Spacetime diagram)...	97
§19	Minkowski 圖解法 (2)Minkowski 圖中各坐標的單位長度.....	104
§20	Minkowski 圖解法 (3)總結以及一個例題.....	110
§21	三談長度問題——從Minkowski圖解法去看長度縮短的問題.....	113
§22	三談時間問題——從Minkowski圖解法去看時間擴張.....	122
§23	一個撲朔迷離的問題——容得下，容不下？.....	125
§24	雙生子問題.....	133
§25	再談雙生子問題.....	143
§26	結語及絕對空間這個觀念的一些補充.....	151
附錄	題解.....	155
索引		169
英中對照表		172

§ 1 導言

每當提起“**相對論**”，一般人自然而然便想起愛因斯坦；好像愛因斯坦之前便沒有**相對論**似的，**相對論**完全由愛因斯坦一手創造出來。這實在是個錯誤；其實**相對論**早在愛因斯坦之前便已經有了，只是其規模細小，對物理學的建設性影響不大，而且到十九世紀末時，它還和**電磁學**不相容。愛因斯坦在 1905 年異軍突起，把**相對論**這門學問擴充得非常宏大，而且作了一些革命性改革，於是**相對論**變成今天的面目。

在我們談下去之前，我想我們最好能說明一下**相對論**到底談論些什麼東西。事實上，要談**相對論**，首先必須談**相對原理**（principle of relativity）。所謂**相對原理**，簡單來說就是：

將物理定律從一個參考系統（reference system）轉移到另一個參考系統，其方程式的形式沒有改變。留意所謂原理者，在物理學詞義中，往往只是代表一些基本信念（也可以說是一些基本假設）（註）。事實上，上述的**相對原理**，基本上也是一個沒法嚴格從邏輯去獲得的信念而已。然而這

註：關於物理學中的所謂定律，原理……等等，李怡巖教授在其“與中學生談物理”一文中有精闢的介紹，很值讀者們去參考。（六十五年九月份之科學月刊）。

信念也并非毫無來源，它是由經驗的累積而得到。

知道了**相對性原理**的意義後，我們可以進一步去大略說明相對論的內容了。相對論所討論的事情實際上就是：在不違反**相對性原理**下，該如何去描述物理世界的事情；更具體的來說就是，該如何去寫出描述物理現象的物理定律（即物理公式）。爲此之故，我們可以想像相對論在物理學中的影響幾乎是無孔不入。同時，它的內容包羅萬象。不過，在本書中，我們只討論相對論中的“時空”觀念。因爲這些觀念是由愛因斯坦所提出的，所以本書叫愛因斯坦的時空觀念。

§ 2 早期的時空觀念

話說十九世紀末期，物理學已發展到一個相當的階段，差不多所有的物理學家都相信（僅止相信而已，并非由理論嚴格推出。同時，事實上後來證明這些“相信”都經不起考驗）下列兩個觀念：

- (1) 宇宙間有一個**絕對靜止的參考系統**。更詳細的來說，他們認為太空中有某些星系是絕對靜止不動的，我們以這些星系來建立一個坐標系統，於是得到一個絕對靜止的參考系統。在這個系統中，所有的力學現象均可用牛頓三大定律來描述。
- (2) 宇宙間有一個**絕對的時間流**。這就是說，在宇宙中各處，時間都是與世無爭地、步伐齊一地、均勻地向前推移。更具體的來說，某人測量出兩件事情同時發生，那末任何人都應該測量出它們是同時發生的。此外，兩件前後發生的事件（event）的時距（time interval），任何人看來都是相同的。

因此，如果有一事件（event）在**絕對靜止參考系統**中的 x, y, z 處發生，發生的時刻為 t 。那末這事件在另外一個均勻移動（即等速運動）的參考系統中看來，它發生的地點和時刻（ x', y', z', t' ）和（ x, y, z, t ）之間的關係顯然為（參閱圖 2-1）

$$x' = x - ut \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned} \quad (2.1)$$

上式中之 u 爲 $o'x'y'z'$ 系統對 $oxyz$ 系統之速度。爲簡單起見，在這裡，我們假設了兩個參考系統的

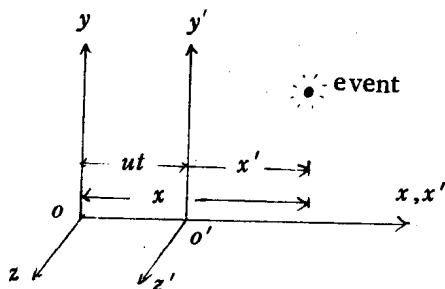


圖 2-1

座標軸彼此平行； x 軸和 x' 軸更是重合在一起； $o'x'y'z'$ 系統沿着 x 軸向右離開 $oxyz$ 系統。此外，我們更假設當 t 和 t' 的數值爲零時（即 $t = t' = 0$ ），這兩個參考系統重合在一起。方程式 2.1 稱爲伽利略轉換式（Galilean transformation）。

§ 3 慣性系統(Inertial frame)

由於下文常用到慣性系統 (inertial frame 或 inertial system) 這個名詞，所以我們在這裡先給大家介紹一下。所謂慣性系統者就是絕對靜止參考系統以及所有對它作等速直線運動的參考系統。

現今，假設物體的質量 (m) 和它所受到的力 (F) 在各慣性系統中看來都是相等的；則我們不難證明出，在伽利略轉換式下，牛頓第二定律 $F = ma$ 從一個慣性系統轉移到另一慣性系統，其形式不變。我們把此事情留給讀者們自行去證明 (本節末思考問題一) 。

前面那個關於質量和力之假設，看起來很合情理，所以在愛因斯坦以前，從沒有人懷疑過，所以其結論亦為大家所深信。這個結論說：在所有的慣性系統中，牛頓第二定律恆為 $F = ma$ 。因此，我們無法分辨出那一些系統為絕對靜止，那一些系統在作均勻等速運動，因此我們在定義慣性系統時，可以不必使用絕對靜止參考系統這個觀念。為此，人們對慣性系統的定義更改為：凡是牛頓第一定律成立的參考系統均稱為慣性系統。

請注意在上述定義中，我們並沒有提及牛頓第二定律。這是因為在發展相對論的過程中，人們發覺牛頓第二定律必須改寫，否則便和相對論不相容。爲了要使我們的定義能適用在以後仍然適用，所以，在這裡，我們跟隨一般相對論書

籍的習慣，不把牛頓第二定律包括在慣性系統的定義中(註)。

思考問題

- 3.1 假設物體的質量 m 和它所受的力 F ，在各慣性系統中看來都是相等的，則在伽利略轉換下，公式 $F = ma$ 從一個慣性系統轉移到另一慣性系統，其形式不變。

註：在只討論牛頓力學時，許多作者，爲了方便，往往把慣性系統定義爲：凡是在其中，牛頓第一和第二定律成立的系統都稱爲慣性系統。
(例如Marion之Classical Dynamics of Particles and System, P50; Goldstein之Classical Mechamis,第一版, P 135和P 185)

§ 4 伽利略的相對原理(Galilean Principle of Relativity)

思考問題 3-1 的結論推出：在不同的慣性系統中，力學現象的行爲（即各物理量之間的關係）相同。於是：在一封閉的實驗室中，無法靠力學實驗來測知這實驗室是否在作等速運動。這也就是說，物理學家無法用力學實驗去找出那個絕對靜止參考系統。上述三個陳述的內涵實際上是相同的。它們都稱作**伽利略相對原理**（Galilean Principle of Relativity）或**牛頓相對原理**（Newtonian Principle of Relativity）。

在所知的現象中和所有的實驗結果中，力學現象確實和伽利略相對原理相符合。例如：

- (1) 將一系列完全相同的單擺安放在不同的慣性系統中，結果各慣性系統中之觀察者均測得其單擺之週期和擺長的平方根成反比。
- (2) 將許多塊質量相同的石頭從不同的慣性系統中，以相同的方向和速度（對各慣性系統而言）拋射出，其軌跡相同（對各慣性系統而言）。

因此，大家自然而然的接受這個原理。

由前文看來，**伽利略相對原理**看來是由牛頓運動定律和**伽利略轉換式**合起來而推導出來，因此早期的物理學家認定伽利略轉換式的成立又多一些證據，繼而他們對

- (1)絕對空間
和 (就是第二節中所說的時空觀念)
(2)絕對時間

這兩個觀念更深具信心。

這裡我們要強調， $\vec{F} = m\vec{a}$ 事實上只在低速度時成立，當質點以高速運動時（接近光速）， $\vec{F} = m\vec{a}$ 便不成立了。但此時伽利略原理（在不同的慣性系統中，各力學量之間的關係相同）依然是個事實。因此，我們不應認定伽利略相對原理是由 $\vec{F} = m\vec{a}$ 和伽利略轉換式所推出。事實上，就是由於自然界的力學現象從不違反伽利略原理，於是愛因斯坦以此出發來發展他的相對論，他首先把這個相對性原理推廣至所有的物理領域中（即他相信無論用什麼物理實驗——不單止力學實驗——均無法找出絕對靜止參考系統，或者說，所有的物理定律在不同的慣性系統中，其方程式相同），再加上另外一個假設（當然經實驗證實）：光速不變性。愛氏分析的結果，迫使我们放棄絕對空間和絕對時間這兩個觀念，轉而認為時間和空間都是相對的（即空間中一段距離，時間中一段時距，對不同的觀察者可有不同的大小）。同時，伽利略轉換式也讓位給另一種稱為 Lorentz 轉換式^(註)的轉換式。在這新的體系下，牛頓方程 $F = ma$ 也改變了。這是因為牛頓方程在 Lorentz 轉換式下，在不同的慣性系統中，它的外形改變了。但是這種改變是不容許的，因為它意味着在不同的慣性系統中，力學實驗有不同的結果（在相同的條件下

註：Lorentz 的中文聲音大約為羅蘭氏

)。然而這與事實不符，所以 $\vec{F} = m\vec{a}$ 沒有反映出真正的物理行爲。因此物理學家必須尋求一個新的運動方程去取代它。新的運動方程必須在 Lorentz 轉換下保持外形不變——因為這樣子才能反映出在各慣性系統中，力學現象不變的物理事實。

§ 5 早期電磁學所發生的困擾

十九世紀末年的力學基本結構已如前文所述，一切都很美好，很能自圓其說，沒有什麼講不通的地方。差不多所有的物理學家在這方面均燦爛微笑（當時的物理學家幾乎都是大鬍子），狀至愉快。但是物理學中的另外一門學問——電磁學——的情形又如何呢？

電磁學中問題可大了！但是這方面的事情太繁雜了，讀者們如有興趣，請參閱：

(1) Leighton 所著之 *Principle of Modern Physics*, 1959 年版，第 6, 7 頁。

(2) Flügge 所主編之 *Encyclopedia of Physics*, 第四本，其中由 Bergmann 所寫之 *The Special theory of Relativity* 對此問題有比較詳細的討論。（第 110 頁開始）

在這裡我們準備只討論一下電磁波在古典時空觀念中所碰到的困難。

十九世紀末年，物理學家已經知道電磁學的基本方程式爲馬克斯威爾方程式（*Maxwell's Equations*）。即

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{E} &= \rho / \epsilon_0 \\ \nabla \times \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\end{aligned}\tag{5.1}$$