帮你学数学

平面几何　第二册

（初中三年级）

北京市特级教师　厉善铎　主编

马效江　徐　流
赵永丰　胡宗瑞　平力合编

能源出版社

帮 你 学 数 学

平面几何 第二册

（初中三年级）

历馨铎 主编

能源出版社出版 新华书店总店科技发行所发行
通县教育局印刷厂印刷
787×1092 1/32开本 8.8印张 191千字
1988年9月第一版 1988年9月第一次印刷
印数：1—30,000册
ISBN 7-80018-080-8/O·13
定价：2.65元

编 写 意 图

家长都希望自己的孩子努力学习、全面发展，取得优异成绩，但当孩子提出疑难问题或辅导孩子时，家长却常常感到困难很大，无从下手。这套初中语文、数学“帮你学”丛书，首先就是针对这些情况编写的，同时，也提供给教师一些资料、教法，提供给学生多种形式的知识和能力练习。希望这套丛书能够成为家长辅导孩子的“好助手”，教师备课讲课的“好参谋”，学生学习的“好老师”。

数学部分是按照课本顺序以每节为一单元进行编写的，它主要包括“帮你预习”、“帮你学习”、“帮你复习”、“资料·趣味·提高”。

一、“帮你预习”安排复习、阅读、回答与填空。按照上述要求完成后，学生能够初步掌握或了解本节课的知识。

二、“帮你学习”针对本节的主要概念，特别是重点难点进行较详细的分析；之后指出应用这些概念的注意事项；对于例题，我们偏重于“分析”与“审题”，注重能力的培养。同时也补充了一些例题，尽可能地给出一题多解，由此增大覆盖面，加强教材的深度和广度。同时也是为了启发学生积极思维。对于教材的内容有的地方作了一些提示、建议，主要是为教师备课，家长指导学生学习用的。而学生读了也能达到深刻理解概念的目的。

三、“帮你复习”以提问的形式复习概念，以习题形式复习概念的应用。除了要求同学们完成课本练习题外，还配备

了一定数量的练习题供不同水平的学生选用。此外每章后还编拟了一至二份自测题，供同学们自我检查。

四、"资料·趣味·提高"根据基础与提高相结合，能力与兴趣相结合，课内与课外相结合的意图，介绍了数学史料、趣味数学，以及课本涉及到的有一定难度的习题的思维方法。想通过这部分内容对学有余力的学生，在知识的深度、广度上给以引导，在解题技巧上，思考方法上开阔思路。

五、每册书后，都有练习题及自测题的答案，由于纸张原因不再重复原题只给出结果或做简单的解题提示。

六、这套丛书，数学部分由马效江、徐流、平力、赵永丰、胡宗瑞五位同志合编，由于水平不高、错误、不妥之处诚恳希望读者批评指出。

厉善铎

1988年7月

目　录

第六章　相似形

本章开始研究相似形的内容，特别是研究有关相似三角形的问题。

相似三角形与前面所学过的全等三角形不同，全等三角形是对"确定三角形大小及形状的因素"进行研究；而相似三角形则只对"确定三角形形状的因素"进行研究。因而它比全等三角形的内容更广泛，可以解决更加复杂的几何问题，能够使我们对三角形的认识更加深刻和日趋完善。

一、比例线段

6·1比例

学习内容　第1—6页，第6页练习。

帮你预习

1．写出两个比，并说明它们的前项、后项和比值。

2．写出两个比例，并说明每个比例的内项和外项

3．一个比有没有等号？一个比例呢？一个比例里有几个比？

4．叙述比例的基本性质，并用字母表示。

5．写出比例 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 的另外七种表达式。

6．什么叫比例中项，并用字母表示。

7．写出合比性质和等比性质。

帮你学习

1．在日常生活中，人们往往需要比较两个数或两个同

类的量的大小。例如要比较两个数12与4的关系，通常从两个角度加以研究。

(1) 计算它们的差$12-4=8$即12比4大8。

(2) 计算它们的商$12\div4=3$即12是4的3倍。对于(2)为了表示两个数之间的倍数关系，我们引用一个符号“:”读“比”，12比4记作$12:4$。$12\div4=12:4=3$，其中可以看出“:”与除法中的除号，分数里的分数线意义相同，3叫$12:4$的比值。

在代数里，我们用字母表示数，两个数a和b的比，记作$a:b$。a和b叫比的项，a叫比的前项、b叫比的后项，$\frac{a}{b}$的值叫做这个比的比值。

2. 比的基本性质：比的前项和后项，乘以或除以相同的不等于0的数式代数式时，比的值不变，

即 $a:b=ma:mb \qquad (m\neq0)$

$$a:b=\frac{a}{m}:\frac{b}{m} \qquad (m\neq0)$$

根据比的基本性质，就可以化简一个比，使此的前项和后项没有公因式。

如化简并求值：

$$(x^2-9):(x^2-6x+9) \qquad 其中x=-2.1$$

解：$\frac{x^2-9}{x^2-6x+9}=\frac{(x+3)(x-3)}{(x-3)^2}=\frac{x+3}{x-3}=\frac{-2.1+3}{-2.1-3}=\frac{0.9}{-5.1}$

$=-\frac{9}{51}=-\frac{3}{17}$

3. 在算术中我们已经知道，用一个等号把两个比连接起来表示它们的值相等的式子叫做比例。如$16:8=2:1$，$6:10=3:5$，$15:21=x:y$等都是比例。如果用字母a，b，c表示不

等于零的数且a与b的比等于c与d的比，那么a、b、c、d组成一个比例式$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$或$a:b=c:d$其中a、d叫比例的外项；b、c叫比例的内项；d叫a、b、c的第四比例项。（d叫第四比例项是由d的位置决定的，故说d是第四比例项是不对的，一定要说d是a、b、c的第四比例项。）

4．在比例 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 的两边同乘以$b\cdot d(b\cdot d\neq 0)$ 可以得到$a\cdot d=b\cdot c$即$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow a\cdot d=b\cdot c$ ①　　“$\Rightarrow$”的意义是由$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$可以推出$a\cdot d=b\cdot c$

又在$a\cdot d=b\cdot c$的两边同除以$b\cdot d(b\cdot d\neq 0)$可以得到

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 即$a\cdot d=b\cdot c\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ②

把① 式和② 式结合起来就是$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow a\cdot d=b\cdot c$

这就是比例的基本性质，也叫比例的性质定理，用文字叙述就是“比例的内项乘积等于外项乘积”。其中“$\Leftrightarrow$”的意义表示为它的左右两端可以互相推出。

由比例的性质定理可知$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow a\cdot d=b\cdot c$其中$a\cdot d=c\cdot b$可以各种不同的形式出现

$a\cdot d=b\cdot c\Leftrightarrow d\cdot a=b\cdot c\Leftrightarrow a\cdot d=c\cdot b\Leftrightarrow d\cdot a=c\cdot b\Leftrightarrow b\cdot c=a\cdot d\Leftrightarrow b\cdot c=d\cdot a\Leftrightarrow c\cdot b=a\cdot d\Leftrightarrow c\cdot b=d\cdot a$而对每一个乘积的等式由比例的性质定理又都可以写成一个比例，因比我们可以写出一个比例的其它不同的形式

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\quad \frac{d}{b}=\frac{c}{a}\quad \frac{a}{c}=\frac{b}{d}\quad \frac{d}{c}=\frac{b}{a}$$

$$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}\quad \frac{b}{d}=\frac{a}{c}\quad \frac{c}{a}=\frac{d}{b}\quad \frac{c}{d}=\frac{a}{b}$$

从中可知“比例的两个内项(外项)可以交换位置”。但要注意：内外项之间是不能交换位置的，即$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\nLeftrightarrow\frac{b}{a}=\frac{c}{d}$

5．在一个比例中，如果内项相同即$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$或$a:b=b:c$

那么b叫a，c的比例中项。由比例的性质定理有：$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}\Leftrightarrow$ $b^2=a\cdot c$。

因为我们使用的字母a，b，c，d都不为0

$\therefore b^2>0$，a，c在比例中符号一定相同，否则等号就不成立了$\therefore a\cdot c>0$

由$b^2=a\cdot c$得到$b=\pm\sqrt{a\cdot c}$

由此可见：b是a，c的比例中项有三种不同的表示形式：$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$(或$a:b=b:c$)，$b^2=a\cdot c$，$b=\pm\sqrt{a\cdot c}$。

6．解比例式时，a，b，c，d四个量中只要知道其中任意三个，即可求出第四个量。

例如：在$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$中已知$a=3$，$b=2$，$c=1$求：d

解：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow a\cdot d=b\cdot c\Rightarrow d=\frac{b\cdot c}{a}$　$d=\frac{2\times 1}{3}=\frac{2}{3}$

7．等比性质的证明（见课本第4页）给我们提供了一个非常重要的解题方法。这种借助设一个未知数的解题方法叫做辅助未知数法，这一方法在今后的代数、三角的学习中还会遇到。合比性质的证明也可以用这种方法来完成。

合比性质$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a\pm b}{b}=\frac{c\pm d}{d}$

证明：设 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$　则$a=bk$，$c=dk$

$$\left.\begin{cases}\frac{a\pm b}{b}=\frac{bk\pm b}{b}=k\pm 1\\[2ex]\frac{c\pm d}{d}=\frac{dk\pm d}{d}=k\pm 1\end{cases}\right\}\Rightarrow\frac{a\pm b}{b}=\frac{c\pm d}{d}$$

8．例题分析

例　（课本第5页例2）

（1）已知$\frac{a-b}{b}=\frac{3}{8}$　求证：$\frac{a}{b}=\frac{11}{8}$

（2）已知$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}(b\pm d\neq 0)$　求证：$\frac{a+c}{a-c}=\frac{b+d}{b-d}$

分析：第（1）题课本是用合比性质加以证明的，过程请看书。下面介绍另一种证法

证明：$\frac{a-b}{b}=\frac{3}{8}\Rightarrow a-b=\frac{3}{8}b$

$$\Rightarrow a=\frac{11}{8}b$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{11}{8}$$

分析:第(2)题课本是用等比性质证明的，过程请看书，现用辅助未知数法证明

证明:设$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$　则$a=bk$　$c=dk$

$$\frac{a+c}{a-c}=\frac{bk+dk}{bk-dk}=\frac{k(b+d)}{k(b-d)}=\frac{b+d}{b-d}$$

$\therefore \frac{a+c}{a-c}=\frac{b+d}{b-d}$

例2　(课本第5页例3)

已知　$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=3$，$b+d+f=4$

求：$a+c+e$

课本是利用等比性质解的，过程请看书，现用辅助未知数法的思想来求解

解：$\because \frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=3$　$\therefore a=3b$，$c=3d$，$e=3f$

$$\begin{aligned}a+c+e&=3b+3d+3f\\&=3(b+d+f)\end{aligned}$$

又$\because b+d+f=4$

$\therefore a+c+e=3\times4=12$

例3 (补充例题)

已知　$\frac{x}{2}=\frac{y}{7}=\frac{z}{5}$　求$\frac{x+y+z}{z}$，$\frac{x+z}{y}$

解法一:利用等比性质

$$\frac{x}{2}=\frac{y}{7}=\frac{z}{5}\Rightarrow\frac{x+y+z}{2+7+5}=\frac{z}{5}$$

$$\Rightarrow\frac{x+y+z}{14}=\frac{z}{5}$$

$$\Rightarrow\frac{x+y+z}{z}=\frac{14}{5}$$

由等比性质$\frac{x+z}{2+5}=\frac{y}{7}\Rightarrow\frac{x+z}{7}=\frac{y}{7}$

$$\Rightarrow\frac{x+z}{y}=\frac{7}{7}=1$$

解法二：利用设辅助未知数的方法

设 $\frac{x}{2}=\frac{y}{7}=\frac{z}{5}=k$ 则$x=2k$，$y=7k$，$z=5k$

$$\frac{x+y+z}{z}=\frac{2k+7k+5k}{5k}=\frac{14k}{5k}=\frac{14}{5}$$

$$\frac{x+z}{y}=\frac{2k+5k}{7k}=\frac{7k}{7k}=1$$

例4 （补充例题）

求：$3a^2$和$16b^2$的比例中项

分析：①首先明确比例中项的概念，如b是a，c的比例中项，那么$a:b=b:c$或$b^2=ac$或$b=\sqrt{a\cdot c}$

② 把$3a^2$作为整体看作比例中的a，把$16b^2$作为整体看作比例中的b

③选择中项表达式中$b=\sqrt{a\cdot c}$求解。

解：设x是$3a^2$和$16b^2$的比例中项

$$x=\sqrt{(3a^2)\cdot(16b^2)}=\sqrt{48a^2b^2}$$

$$=4\sqrt{3}ab$$

例5 （补充例题）

从等式$2y-4x=0$求$x:y$，$(x+y):y$，$(x-y):y$

分析：①首先要从等式$2y-4x=0$中看到隐含条件$2y=4x$

②利用比例性质定理从$2y=4x$的条件中求$x:y$的值。

③ 再利用合比性质或用设辅助未知数的方法求出$(x+y):y$和$(x-y):y$的值。

解的过程从略。

例6 （补充例题）

若y^3+3y^2+7的值为2，求$2y^3+6y^2-3$的值。

分析：此题可用代数法求解，即解出方程$y^3+3y^2+7=2$的解，再代入$2y^3+6y^2-3$求值，但是这种方较麻烦。下面介绍另两种解法。

解法一：设$2(y^3+3y^2+7)=x$

则$2y^3+6y^2-3=2(y^3+3y^2+7)-17=x-17$

$$\therefore \frac{y^3+3y^2+7}{2(y^3+3y^2+7)}=\frac{2}{x} \qquad \therefore x=4$$

$$\therefore\ 2y^3+6y^2-3=x-17=4-17=-13$$

解法二：$\because y^3+3y^2+7=2$　则$y^3+3y^2=-5$

而$2y^3+6y^2-3=2(y^3+3y^2)-3=2\times(-5)-3=-13$

帮你复习

1．填空

(1) 已知$5x=7y$　则$x:y=$____　$y:x=$____

$(x+y):y=$ ___，$(y-x):x=$ ___

(2) 已知 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\frac{2}{3}$ 则 $\frac{a+c}{b+d}=$ ___

$\frac{a+2c+3e}{b+2d+3f}=$ ___，$\frac{a+3c-e}{b+3d-f}=$ ___

(3) 已知 $\frac{a}{b}=\frac{m}{n}$ 则 $\frac{a+b}{a-b}=$ ______

(4) 已知 $\frac{x}{3}=\frac{y}{4}=\frac{z}{5}$，且 $x+y+z=6$ 则 $x=$ ___ $y=$ ___，$z=$ ___

(5) $\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{6}$ 的第四比例项是___

$\sqrt{2}$，$2\sqrt{2}$ 的比例中项是___

(6) $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 中，若 $a=c$，则___

(7)已知 $(x+y):y=7:3$ 则 $x:y=$ ___

(8)已知 $x:y:z=3:8:7$ 则 $(x+y+z):z=$ ___ $(y-z):x=$ ___

2．选择填空

(1)若 $3:x=2:y$，则 $x:y$ 为(　　)

(A) $2:3$　(B) $3:2$　(C) $\frac{1}{3}:\frac{1}{2}$　(D) $\frac{2}{3}:\frac{3}{2}$

(E)以上全不对。

(2)若 $3y-4x=0$ 则 $x:y$ 为(　　)

(A)3∶4　(B)0∶0　(C)4∶3　(D)$\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$

(E)以上全不对。

(3) 设$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$那么(　)

(A) $\frac{e}{f}=\frac{ac}{bd}$　(B) $\frac{e}{f}=\frac{a+c+e}{b+d+f}$　(C) $\frac{e}{f}=\frac{a+c}{b-d}$

(D)$\frac{e}{f}=\frac{a+c-e}{b+d-f}$　(E)以上全不对。

(4)已知 $\frac{2}{x}=\frac{x}{8}$　则$x=$(　)

(A)4　(B)-4　(C) ± 4　(D)都不是

(5) 已知$\frac{x}{a}=\frac{4a}{x}$则$x=$(　)

(A)$2a$　(B)$-2a$　(C)$\pm 2a$　(D)都不是

练习

1. 已知比例$(a^2-b^2):(a^3-b^3)=(a^3+b^3):x$
求x

2. 求下列各数的第四比例项
(1) 1、2、3，(2)m，n，p

3. 从下列各式中，分别求出$x:y$
(1) $4x-6y=0$　(2) $ax-ay=bx-by$

4. 按下列条件，分别求出两数的比例中项

(1) $\frac{4}{3}$和$\frac{25}{3}$　　(2) $3b^2$和$9a^2$

5．求下列各比例式中的x

(1) $a:b=(2-x):x$　　(2) $(3+x):x=a:b$

6．已知：(1) $(2y+3x):(5y-2x)=8:3$，

(2) $\frac{x-a-c}{y-b-d}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，分别求出$x:y$。

7．已知c为a、b的比例中项，$c=2\sqrt{10}$，$a-b=3$求a、b。

8．已知d是a、b、c的第四比例项，证明a和d的比例中项等于b和c的比例中项

9．已知$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}$求证$\frac{ma+nd}{ma-nd}=\frac{ma^3+nd^3}{ma^3-nd^3}$

资料·趣味·提高

"比例"一词的原意是指相类似的事例。如《颜氏家训·风操》："如此比例，触类慎之，不可陷于轻脱。"

"比例"一词引入到数学中有以下三个含义。第一是指两个同类数的相互比较，其中一个数是另一个数的几倍或几分之几，如这个组中男同志和女同志的比例约为三比一，就是说男同志的人数是女同志人数的三倍。第二是当两个比a：b和c：d相等时，称这四个量a，b和c，d成比例，这就是本节所要研究的内容。第三是在绘图中，需将原物体的长度放大或缩小，在工程制图中称之为"比例"。一般在图纸上加以注明，如比例1：2表示图上长度为实际长度的一半，而比例2：1表示图上长度为实际长度的一倍。

6·2比例线段

学习内容　第7—10页，第10页练习。

帮你预习

1．什么是两线段的比？什么是成比例线段？二者有何区别？

2．已知四条线段$a=\frac{11}{7}cm$　$b=\frac{13}{5}cm$　$c=\frac{33}{7}cm$　$d=\frac{39}{5}cm$，这四条线段是否成比例？为什么？

3．什么叫黄金分割？

4．如地图所标的比例尺1:5000它表示的意义是什么？

帮你学习

1．在学习线段的比时要认真理解、体会两条线段比的定义"在同一单位下，两条线段的长度的比叫这两条线段之比"。这个定义实际上包含以下几个问题

(1)两线段的长度必须在同一单位下进行度量，如线段$a=10cm$　$b=5dm$，那么$a:b=10:50=1:5$而不是$a:b=10:5=2:1$

(2)两线段的比是两线段的长度之比，故这个比值必是一个正实数。

(3)两线段的比是有顺序的，即$\frac{a}{b}$与$\frac{b}{a}$的比是不同的。如果$\frac{a}{b}=\frac{b}{a}$　则线段a与b长度相同。

(4)由两线段的比不能确定两线段的长度。

如$\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$，不能得到$a=2cm$，$b=3cm$，因为$a=4cm$，