

家庭辅导丛书



第三册

初中代数家庭辅导

黄霭霖 陈敏成 谭 干 李统塘 编著

家庭辅导丛书

初中代数家庭辅导

(第三册)

黄霭霖 陈敏成 编著
谭 干 李统塘

科学普及出版社广州分社

初中代数家庭辅导

(第三册)

黄蕊霖 陈敏成 编著

谭 干 李统塘

科学普及出版社广州分社出版发行

(广州市应元路大华街兴平里3号)

广东省新华书店经销

肇庆新华印刷厂印刷

开本: 787×1092毫米 1/32 印张: 5 字数: 120千字

1989年2月第一版 1989年2月第一次印刷

印数: 1-8000册

ISBN 7-110-00379-7/G·219

定价: 1.70元

前 言

为了帮助学生家长关注和辅导子女学好数学，我们编写了一套初中数学《家庭辅导丛书》（共六册）。本书是丛书代数第三册，它与初中数学课本代数第三册配合使用，内容包括：数的开方、二次根式、一元二次方程和指数。

本书紧扣教材的基本内容，并依其顺序分章进行编写，每章由以下四个部分组成：

一、辅导要求。这部分首先概述全章的主要内容，然后提出家庭辅导时的注意事项，作为辅导的主抓方向。

二、检查与辅导。这部分取材于课本的陈述、例题和习题，通过检查学生作业的方式，设计了具有典型性和广泛性的若干〔问题〕，以正反两面的分析手法，帮助家长去指导学生分清是非，加速他们对数学知识的领会、巩固和应用过程。

三、习题的答案和提示。这部分首先将习题中全部题目进行分类说明，然后给出答案。对较难或易混淆的习题作了提示。

四、辅导效果检查。这部分给家长提供一份检查性的试题（附有答案）。检查时可视子女的实际情况作取舍。

本书给出分辨是非的问题多达59个，说理也不忌反复，目的在于指导家长如何辅导子女去掌握数学概念，形成合理的思考方法，提高解题能力。本书是学生家长进行自学的有力助手，也适合于青年教师和学生阅读。

限于水平，本书不足或错误之处一定不少，我们诚恳地欢迎读者批评指正。

编 者

目 录

第九章 数的开方	(1)
一、辅导要求	(1)
二、检查与辅导	(1)
三、习题的答案和提示	(11)
四、辅导效果检查	(21)
第十章 二次根式	(25)
一、辅导要求	(25)
二、检查与辅导	(27)
三、习题的答案和提示	(46)
四、辅导效果检查	(55)
第十一章 一元二次方程	(60)
一、辅导要求	(60)
二、检查与辅导	(62)
三、习题的答案和提示	(98)
四、辅导效果检查	(124)
第十二章 指数	(129)
一、辅导要求	(129)
二、检查与辅导	(130)
三、习题的答案和提示	(140)
四、辅导效果检查	(146)

第九章 数的开方

一、辅导要求

本章主要内容是平方根、立方根的概念和求法，及实数的初步知识，为进一步学习根式 and 一元二次方程打下基础。

本章的重点知识是平方根、算术平方根的概念，以及查表求平方根和立方根的方法。

学习本章知识的难点是对算术根的概念和实数概念的理解。引进了开方运算以后，就遇到一种新的数——无理数，从而使数的范围由原来的有理数扩充到实数（有理数和无理数统称为实数）。对于无理数和实数的概念，只给出了它们的定义。开始学习实数的运算时，也只是把实数运算归结为小数运算。

基于以上诸点，在本章的辅导中要注意以下几个问题：

1. 算术平方根的概念是在平方根的意义引出的。由于它与平方根的概念容易混淆，在辅导时应注意对这两个概念进行比较，以加深理解。例如：4的平方根是2和-2，记作 $\pm\sqrt{4}=\pm 2$ ；算术平方根仅指那个正的平方根，就是说，4的算术平方根是2，记作 $\sqrt{4}=2$ 。

2. 算术平方根具有以下两个性质：（1）被开方数必须是正数或零（因为负数没有平方根）；

（2）平方根的值必须是正数或零。例如 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{(-3)^2}$ 、 $\sqrt{0}$ 等是算术平方根；而 $\sqrt{-4}$ 不是平方根，

当然也不是算术平方根， $\sqrt{-4}$ 没有意义。又如 $-\sqrt{3}$ 也不是3的算术根，因为它是负数。

3. 求平方数 a^2 的算术平方根，可以与数 a 的绝对值联系起来，即

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$$

4. 实数概念本身涉及许多理论问题，由于学生的知识和接受能力尚受局限，我们只能简要地说明无理数是无限不循环小数（包括 π ），有理数和无理数统称为实数。进而指出：在有理数范围内研究的相反数和绝对值等概念、有理数的运算律和运算性质等，在实数范围内同样适用。

二、检查与辅导

为了使学生理解掌握本章的主要内容，现把重点知识、学生容易出差错的问题和具有代表性的解题方法，提出系列问题，并作分析解答，供家庭辅导时选用。

【问题1】检查作业（课本第13页）习题一第1题：

下面的语句对不对？为什么？

（1） -5 的平方是25；（2）25的平方根是 -5 ；

（3）49的平方根是 ± 7 ；（4） -49 的平方根是 -7 。

这是有关平方根的概念问题。学生常常忽略负的平方根，仅得出一个正的平方根。

可能有这样的回答：（1）对的，因为 $(-5)^2=25$ ；（不对），因为25的平方根是5；（3）不对，因为49的平方根是7；（4）对的， -49 的平方根是 -7 。

检查其回答：（1）对；（2）、（3）、（4）都不对。原因是没有真正理解平方根的概念。

正确的回答应该是：（1）对，因为 $(-5)^2=25$ ；

（2）不对，因为25还有另外一个平方根5，即 $\because (\pm 5)^2=25$ ， $\therefore 25$ 的平方根是 ± 5 ；（3）对，因为 $(\pm 7)^2=49$ ；

（4）不对，在实数范围内，负数没有平方根，因为 $(-7)^2 \neq -49$ 。

由此可知：1.平方根包括三个内容：（1）一个正数的平方根有两个，它们互为相反数如 $\pm\sqrt{25}=\pm 5$ ；（2）零的平方根是零；（3）负数没有平方根如 $\sqrt{-49}$ 没有平方根。因此， $\sqrt{a}$ 中的被开方数要大于或等于零，即 $a \geq 0$ 。
2.49的平方根是 ± 7 的书写格式是 $\pm\sqrt{49}=\pm 7$ ，其中 $\pm\sqrt{49}$ 表示49的两个平方根， ± 7 表示49的平方根的两个值。如果把49的平方根是 ± 7 写成 $\sqrt{49}=\pm 7$ ，这是错的，因为 $\sqrt{49}$ 只表示49的正的平方根。

请判断下列语句对不对？为什么？

（1）零的平方根是零；（2）1的平方根是1；

（3）-16的平方根是-4；（4）5的平方根是 $\sqrt{5}$ ；

（5） $\because -3$ 的平方是9， $\therefore 9$ 的平方根是-3；

（6）-a没有平方根；

（7）如果 $a^2=b^2$ ，那么a一定等于b；

（8）正数a的平方根一定是正数。

【问题2】检查作业（课本第13页）习题一第3题，它是关于平方根和算术平方根的问题。学生常常把平方根的概念与算术平方根的概念混淆起来，例如第（1）、（2）小题。

求3600, $\frac{1}{64}$ 的平方根和算术平方根。

可能有这样的回答：3600的平方根和算术平方根是60；
 $\frac{1}{64}$ 的平方根和算术平方根是 $\frac{1}{8}$ 。

这样的回答是不对的，他把算术平方根与平方根等同起来。但是这两个概念是有区别的。

正确的回答应该是：3600的平方根是 ± 60 ，3600的算术平方根是60， $\frac{1}{64}$ 的平方根是 $\pm \frac{1}{8}$ ， $\frac{1}{64}$ 的算术平方根是 $\frac{1}{8}$ 。

由此可知：数 a 的平方根和算术平方根的相同之处是这个数 a 为非负数（即 $a \geq 0$ ），它们的区别在于：数 a 的平方根是一对互为相反的数 $\pm \sqrt{a}$ ，而算术平方根仅指正的平方根 $\sqrt{a}$ 。算术平方根是平方根的一个组成部分。对于零来说，零的平方根和算术平方根都是零。

请判断下列语句对不对？为什么？

(1) 1的算术平方根是 ± 1 ；

(2) $9\frac{1}{36}$ 的算术平方根是 $3\frac{1}{6}$ ；

(3) 4的平方根是 -2 ；

(4) $(-12)^2$ 的算术平方根是 -12 。

【问题3】检查作业（课本第14页）习题一第6题，这是查表求已知数的算术平方根的问题。学生常常把小数点的移动位数及移动方向搞错，例如第(2)、(7)、(13)、(14)。

查表求下列各数的算术平方根：(2) 13；(7) 5.869；
(13) 87420；(14) 0.46254。

可能有这样的解答：(2) $\sqrt{13} = \sqrt{130} = 3.606$ ；

$$(7) \sqrt{5.869} = 2.421; (13) \sqrt{87420} = 93.50;$$

$$(14) \sqrt{0.46254} = 0.2016.$$

检查其解答：(2) 不对， $\sqrt{13} \neq \sqrt{130}$ ；(7) 未加上修正值 2；(13) (14) 错误，查表时定错小数点的位置，答案的小数点移动位数也搞错。

正确的解答应该是：(2) $\sqrt{13} = \sqrt{13.0} = 3.606$ ；

$$(7) \sqrt{5.869} = 2.421 + 0.002 = 2.423;$$

$$(13) \sqrt{87420} = 295.6;$$

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \uparrow \\ \text{小数点向左} \\ \text{移动四位} \end{array} & \begin{array}{c} \uparrow \\ \text{小数点向右} \\ \text{移动两位} \end{array} & \\ \downarrow & & \\ \sqrt{8.7420} \text{ 查表 } & 2.956 & \\ (14) \sqrt{0.46254} = 0.6801. & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \uparrow \\ \text{小数点向右} \\ \text{移动两位} \end{array} & \begin{array}{c} \uparrow \\ \text{小数点向左} \\ \text{移动1位} \end{array} & \\ \downarrow & & \\ \sqrt{46.254} \text{ 查表 } & 6.801 & \end{array}$$

由此可知：查平方根表时必须注意如下三点：(1) 查含有三个数位的数的算术平方根，是从平方根表中 N 所在的直列中查出前两位数，再从 N 所在的横行中查出第三位数字（不足三位有效数字的数，可在小数点后补零，使成为具有三位数字再查表），行与列交叉处的数，就是所求的算术平方根。

(2) 查含有四个数位的数的算术平方根，应先查出前三位数的平方根，再加上根据第四位数查到的修正值（即加到从前三位数查得的平方根的最后一位数字上）。

(3) 被开方数小于 1 或大于 100 时，它的算术平方根与被开方数之间的小数点移动的规律一样，就是：被开方数

的小数点向右或向左每移动二位，它的算术平方根的小数点要向相反方向移动1位。小于1的数的小数点向右两位两位地移；大于100的数的小数点向左两位两位地移。

【问题4】检查作业（课本第25页）习题二第1题是关于立方根的概念问题。学生在学习平方根的基础上学习立方根，常常误解一个负数的立方根没有意义。例如第（1）

（2）小题：

下面各语句对不对？为什么？

（1） -0.064 的立方根是 -0.4 ；

（2）8的立方根是 ± 2 。

可能有这样的回答：（1）不对，因为负数的立方根没有意义；（2）对，因为正数的立方根是两个互为相反的数。

这样的回答是不对的。原因是把立方根的概念和平方根的概念混淆起来。

正确的回答应该是：（1）对，因为 $(-0.4)^3 = -0.064$ ，所以 -0.064 的立方根是 -0.4 ；（2）不对，因为2是8的立方根， -2 不是8的立方根。

由此可知：从下表可以看出立方根和平方根是有明显区别的。

	立 方 根	平 方 根
正 数	是一个正数	有两个，它们是互为相反数
零	是零	是零
负 数	是一个负数	没有

请判断下列语句对不对？为什么？

(1) $\frac{8}{125}$ 的立方根是 $-\frac{2}{5}$ 和 $\frac{2}{5}$;

(2) 负数开立方没有意义;

(3) -0.08 的立方根是 -0.2 ;

(4) $-a^3$ 的立方根是 $-a$;

(5) $\frac{1}{729}$ 的立方根是 9 。

【问题 5】检查作业 (课本第 26 页) 习题二第 5 题是查表求已知数的立方根。学生常常把小数点移动的位数和移动方向搞错。例如其中的第 (1)、(3)、(7) 小题:

查表求下列各式的值: (1) $\sqrt[3]{0.432}$; (3) $\sqrt[3]{7456.3}$;
(7) $\sqrt[3]{0.0000518}$ 。

可能有这样的解答: (1) $\sqrt[3]{0.432} = 0.7560$;
(3) $-\sqrt[3]{7456.3} = -42.10$; (7) $\sqrt[3]{0.0000518} = 0.139$ 。

这样的解答 (1) 对的; (3)、(7) 查表时定错了小数点的位置, 结果小数点移动位数也搞错。

正确的解答应该是: (1) $\sqrt[3]{0.432} = 0.7560$;
(3) $-\sqrt[3]{7456.3} = -19.54$; (7) $\sqrt[3]{0.0000518} = 0.03728$ 。

小数点向左 移动三位 ↓	小数点向右 移动一位 ↑	小数点向右 移动六位 ↓	小数点向左 移动二位 ↑
$-\sqrt[3]{7.4563}$	查表	$-\sqrt[3]{74.563}$	查表
-1.954		3.728	

由此可知: 查立方根表时必须注意如下三点: (1) 立方根表没有修正值, 只能查出三个有效数字的立方根, 即前两个有效数字查 N 所在的直列, 第三个有效数字查 N 所在的横行, 直列与横行的交叉处的数, 就是所求的立方根。

(2) 被开方数多于三个有效数字时, 需要先四舍五入成

为三个有效数字的数再查表。

(3) 要查大于 100 的数的立方根, 把被开方数小数点向左每三位三位地移, 使它成为表内可以查到的数; 需要查小于 0.1 的数的立方根, 把被开方数的小数点向右每三位三位地移, 使它成为表内可以查到的数。被开方数的小数点每移动三位, 查得的立方根的小数点向相反方向移动一位。

填空:

(1) 如果 $\sqrt[3]{7590} = 87.12$, 那么 $\pm\sqrt[3]{0.00759} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 如果 $\sqrt[3]{1.948} = 1.247$, 那么 $\sqrt[3]{1948000} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) 如果 $\sqrt{-3.78} = -1.558$, 那么 $\sqrt{0.00378} = \underline{\hspace{2cm}}$;

【问题 6】 检查作业 (课本第 24 页) 练习, 这是关于有理数、无理数、实数的概念问题。对这些概念学生常常是模糊不清。例如第 2 题, 第 4 题:

2. 下面的语句对不对? 结果不对, 怎样说才对?

(1) 无限小数都是无理数吗?

(2) 无理数都是无限小数吗?

(3) 带根号的数都是无理数吗?

4. (1) 有理数都是实数吗? 实数都是有理数吗? 举例说明。

(2) 无理数都是实数吗? 实数都是无理数吗? 举例说明。

可能有这样的回答: 2. (1) 不对; (2) 不对; (3) 对。

4. (1) 有理数都是实数, 实数不都是有理数; (2) 无理数都是实数, 实数不都是无理数。

这样的回答是: 第 2 题第 (1) 小题及第 4 题第 (1)、(2) 小题基本答对, 但是没有说出怎样才对和举例说明。

第2题第(2)、(3)小题答错。

正确的回答应该是：

2. (1) 不对。因为“无限不循环小数才是无理数”。

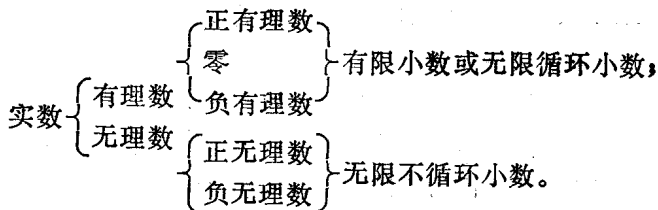
(2) 对。无限不循环小数是无限小数。

(3) 不对。因为“带根号而且开不尽方的数才是无理数”。例如， $\sqrt{4}$ 是有理数， $\sqrt{3}$ 是无理数。

4. (1) 因为实数包括有理数和无理数，所以有理数都是实数，而实数不一定是有理数。如：2是有理数又是实数，而 $\sqrt{3}$ 是实数，却不是有理数。

(2) 无理数都是实数，实数不一定是无理数。如无理数 $\sqrt{3}$ 是实数，而实数2并不是无理数。

由此可知：有理数，无理数和实数的区别和相互关系，我们可以用下面的系统表来表示：



下面的说法对不对？为什么？

(1) 有理数都是有限小数；

(2) 无理数就是开方开不尽的数；

(3) 有理数就是不带根号的数；

(4) 在实数范围内，如果一个数不是正数，则一定是负数；

(5) 任意实数 a 的倒数都可以用 $\frac{1}{a}$ 表示；

(6) 两个正实数的积比这两个实数都大。

【问题 7】检查作业（课本第 27 页）习题二第 9 题是关于实数、有理数与数轴上的点的对应关系问题，学生常常模糊不清，例如：

下面语句对不对？为什么？

(1) 所有的有理数都可以用数轴上的点表示出来；反过来，数轴上的所有点都表示有理数。

(2) 所有的实数都可以用数轴上的点表示出来；反过来数轴上的所有点都表示实数。

可能有这样的回答：(1) 对。在初一代数里曾学过用数轴表示有理数；(2) 对与不对，难于下结论，因为不知道怎样用数轴表示无理数。

这样的回答是不对的。第 (1) 题的前半句答对，但后半句答错；第 (2) 题的回答含糊其词，答错。

正确的回答应该是：

(1) 这句话的前一半对，后一半不对。因为数轴上的点，有的表示有理数，有的表示无理数。

(2) 对。因为实数和数轴上的点是一一对应的。即每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示；反过来，数轴上的每一个点都表示一个实数。

(注) 如何在数轴上记出无理数如 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ ……的点，要学完《几何》中的勾股定理以后，才具有“作出长为 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ ……各线段”的知识。

【问题 8】检查作业（课本第 27 页）习题二第 10 题是求实数的绝对值问题。学生对负实数的绝对值常常搞错。例如第

(5)、(6) 小题:

求下列各数的绝对值: (5) $\sqrt{3}-1.7$; (6) $1.4-\sqrt{2}$ 。

可能有这样的解答: (5) $|\sqrt{3}-1.7|=\sqrt{3}-1.7$;

(6) $|1.4-\sqrt{2}|=1.4-\sqrt{2}$ 。

这样的解答: (5) 对的。因为 $\sqrt{3}>1.7$, 所以 $\sqrt{3}-1.7>0$, 即一个正实数的绝对值是它本身; (6) 不对, $\because 1.4>\sqrt{2}$, $\therefore 1.4-\sqrt{2}<0$, 而一个负实数的绝对值不是它本身。

正确的解答应该是: (5) $\because \sqrt{3}-1.7>0$,

$\therefore |\sqrt{3}-1.7|=\sqrt{3}-1.7$; (6) $\because 1.4-\sqrt{2}<0$,

$\therefore |1.4-\sqrt{2}|=-(1.4-\sqrt{2})=\sqrt{2}-1.4$ 。

由此可知: 实数的绝对值的意义和有理数一样: 一个正实数的绝对值是它本身; 一个负实数的绝对值是它的相反数; 零的绝对值是零。可以用公式表示:

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

(注): “ $-a$ ” 应读 a 的相反数, 上式中的 $-a$ 实际上是正数。

三、习题的答案和提示

习题一 (第13页)

(一) 内容: 本习题可分为三个部分

1. 第1~3题是关于平方根的问题, 可参阅[问题1], 并参考(课本第2~3页)例1~2。

2. 第3~5题是关于算术平方根的问题, 可参阅[问题2], 并参考(课本第5~6页)例1~2。

3.第6~7题是通过查平方根表求值的问题,可参阅〔问题3〕,并参考(课本第8~12页)例1~5。

(二) 答案

1. (1)、(2)、(3)、(4)参阅〔问题1〕。

2. (1) 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361。

(2) ± 19 , ± 17 , ± 14 , ± 16 。

3. 各数的平方根分别为: (1)、(2)参阅〔问题2〕;

± 100 , ± 2.7 , ± 0.2 , $\pm \frac{11}{17}$, $\pm \frac{6}{5}$ 。

各数的算术平方根分别为: (1)、(2)参阅〔问题2〕, 100, 2.7, 0.2, $\frac{11}{17}$, $\frac{6}{5}$ 。

4. 0; -9 (提示: -9是81的算术平方根的相反数);
0.3; 25 (提示: $\sqrt{(-25)^2} = \sqrt{625} = 25$); $\pm \frac{6}{5}$ (提示: $\pm \frac{5}{6}$ 是 $\frac{25}{36}$ 的平方根)。

5. (1) ± 5 ; (2) ± 9 ; (3) $\pm \frac{7}{2}$; (4) $\pm \frac{6}{5}$ 。

提示: 可以根据平方根的定义求出 x 。如 $x^2=25$, 读作 x 是25的平方根, 即 $x = \pm \sqrt{25} = \pm 5$ 。

6. (1) 3.162; (2) 参阅〔问题3〕; (3) 9.889;
(4) 1.109; (5) 1.221;
(6) 3.861; (7) 参阅〔问题3〕;
(8) 7.661; (9) 29.44; (10) 87.12;
(11) 0.2755; (12) 0.05563; (13)、(14) 参阅〔问题3〕; (15) 0.01891。

7. (1) 1.905; (2) 4.195; (3) -1.500;