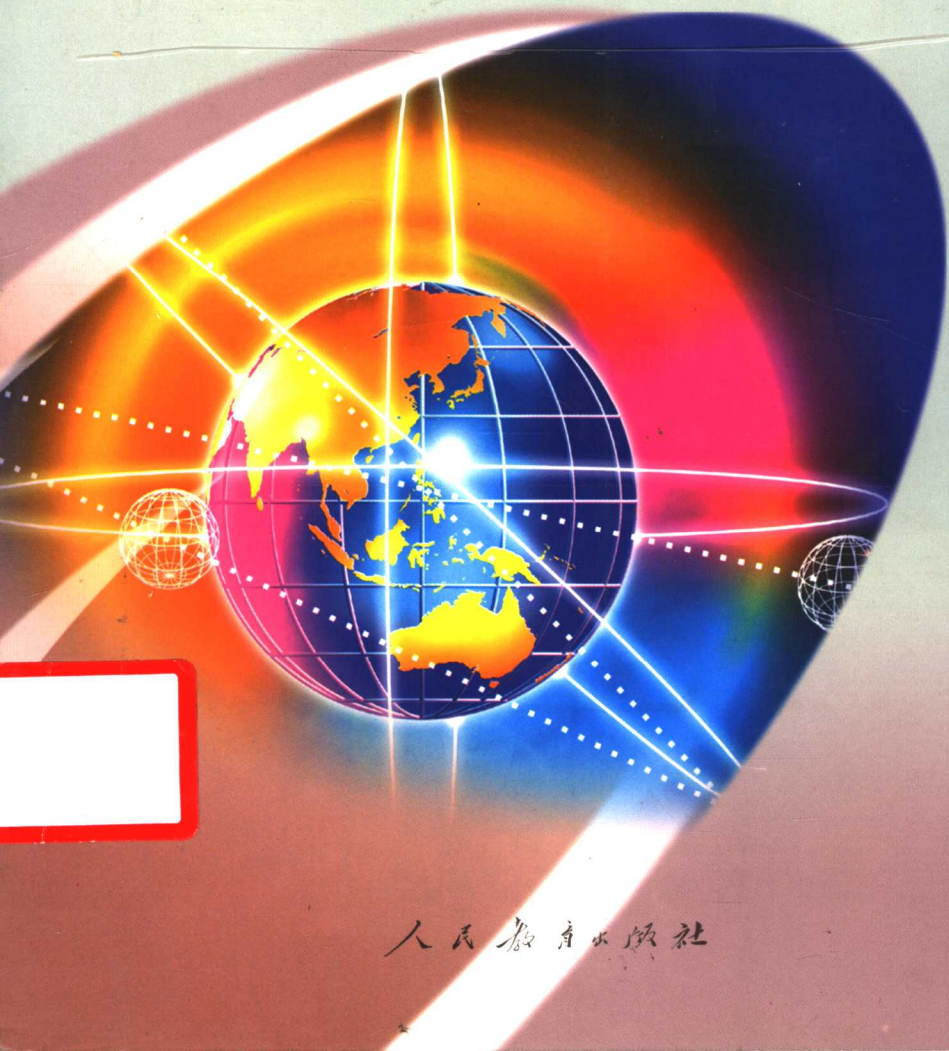


高等师范院校选修课教材

数学文化

课程教材研究所
数学课程教材研究开发中心 著



人民教育出版社

高等师范院校选修课教材

数学文化

课程教材研究所
数学课程教材研究开发中心 编

人民教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学文化/人民教育出版社中学数学室编. —北京:
人民教育出版社, 2003
高等师范院校小学教育专业大专数学教材
ISBN7-107-17049-X

- I. 数…
- II. 人…
- III. 数学—文化—师范大学—教材
- IV. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 078078 号

人民教育出版社出版发行

(北京沙滩后街 55 号, 邮编: 100009)

网址: <http://www.pep.com.cn>

人民教育出版社印刷厂印装 全国新华书店经销

2003 年 9 月第 1 版 2004 年 1 月第 1 次印刷

开本: 890 毫米×1 240 毫米 1/32 印张: 8.875

字数: 220 千字 印数: 0 001~3 000 册

定价: 12.90 元

人民教育出版社课程教材研究所

高等师范院校小学教育专业数学教材编写委员会

总主编：王元

编委：（以姓氏笔划为序）

马凯	王长沛	王蕾	田宏忠	邓映蒲
刘凤翥	刘京莉	刘思清	刘效丽	刘意竹
孙玉宝	孙圻	江汉勳	李同贤	纪运如
宋兵	陈耘	张艾	林奇青	林炳生
金成樑	邝中丹	胡永建	周辉	章建跃
高荆	唐京伟	曹磊	黄世立	黄浪波
曾文艺	曾庆黎	梅全雄	舒振文	梁楚材
董丽波	傅耀良	蔡俊亮	颜其鹏	魏纶

策划：颜其鹏

本册主编：魏纶

本册副主编：梅全雄

编写人员：舒振文 梅全雄 郭熙汉

王长沛 魏纶 乐军

特约审稿：齐民友

责任编辑：颜其鹏

总序

我国小学教师的职前培养，现在面临两个重大转变。第一，面临师范教育结构调整，小学教师的合格学历将由中等师范学校毕业提高到大专以上水平。根据《高等教育法》有关规定，招收高中阶段毕业生，实行三年专科教育和四年本科教育，是我国培养专科以上学历小学教师的主要形式。第二，基础教育，包括小学教育，正处于重大改革的初期。2001年教育部颁发了《基础教育课程改革纲要（试行）》，大力推进基础教育课程改革，调整和改革基础教育的课程体系、结构、内容，构建符合素质教育要求的新基础教育课程体系，课程改革引发了教育观念、教学方法的变革。教育改革的新形势向小学教师的职前培养提出了全新的要求。

在这样的背景之下，2003年1月，教育部师范教育司制定的《小学教育专业课程方案（试行）》正式颁布，针对教师专业化的国际趋势和小学教师的培养特点，提出了一整套培养高中起点小学教师的课程设计方案，并着手组织编写小学教育专业教材。

长期以来，一直承担着师范教育课程教材研究、开发和编写任务的人民教育出版社、课程教材研究所，根据我国高师小学教育专业课程教材改革的需要，组织了“高师小学教育专业数学课程设置与教材建设”课题组，邀请了中国科学院、北京大学、北京师范大学、首都师范大学、北京教科院、北京教育学院、华中师范大学等单位的专家学者和全国各地的资深师范教育专家和教师参加。本课题组对我国高等师范教育的新兴门类——小学教育专业的数学课程设置和数学教材建设进行了大量的调查研究，对新世纪国际小学教师培养中数学课程体系的发展趋势进行了探讨，并总结了我国十多年来各地高师小教大专数学课程、教材和教学改革试验的成功经

验，从而构建了能反映我国小学教师培养体制改革的时代要求、建立小学教师合理数学知识结构和教育素养的数学课程教材体系，其中有些科目如现代数学概论、数学实践、常用数学软件、数学建模和数学文化等还填补了我国高师小学教育专业数学教材的空白。在此基础上编写了这套高等师范小学教学专业数学教科书。

这套教科书充分吸收了以往培养小学教师各级各类专用数学教材的优点，努力突出数学课程教材的时代性和前瞻性，贴近国际教育改革和我国基础教育课程改革的前沿，体现新的教育理念；力求体现高师小学教师教育的基础性，专业性和师范性，促进小学教师专业化水平的提高；既注重数学素养的提高，又注意体现人文精神，还具有可读性和可操作性；同时延续了中等师范教育教材注重教学技能和创新能力的培养的良好传统。

这套小学教育专业数学教科书包括：必修课《大学数学》、《高等数学基础（上、下册）》、《现代数学概论》、《数学实践》、《小学数学教学研究》；选修课《数学文化》、《初等数论》、《常用数学软件》、《数学建模》、《小学数学竞赛指导》、《离散数学》和《数学思想方法》等十二科十三册教材（后两科2004年出版），供高师小学教育专业学生和小学教师继续教育学员使用。

本书在研究、编写过程中得到了全国高等师范院校数学教育研究会小教培养工作委员会的指导和帮助，还得到了大量一线教师的帮助和支持。

王元
2003年7月14日

前 言

人类社会的文明是不断发展的，数学好比其中一棵富有生命力的智慧树，她随着人类社会文明的兴衰而荣枯。千百年来，虽几经沧桑，但在数学家们的辛勤培育下，她已成长为一棵枝繁叶茂、硕果累累的参天大树，成为人类文明的重要组成部分。特别在信息化、数字化、学习化的当今世界，数学的影响越来越深远，更是遍及人类活动的诸多领域，为人类的物质文明和精神文明建设提供了不断更新的理论、思想、方法和应用技术，当前一切高新科技的高精度、高难度、高自动、高效率等特点，几乎都是通过数学模型和数学思想方法并借助计算机的控制而实现的。因此，数学可说是泽被天下，是人类智慧的不竭源泉，为人们的生产、科研、美化生活消除阻力，解决棘手问题。

数学不仅是一种精密的思想方法、一种新技术手段，更主要的是一门有着丰富内容和不断向前发展的知识体系，她拥有多个分支，是一门艺术，是一种文化，她丰富和推动着世界文化的发展，但是这一点还没有被人们普遍承认和认识。

我们编写本书，首先是展示数学文化多姿多采的内容。如大自然中的数学情趣、艺术家的数学美感、科学技术中的数学威力……，以数学所特有的形式美、结构美、方法美等所独具的魅力，期望能将读者引入到数学王国作一番浏览，激发兴趣，从感性上认识数学是一种文化，是一种创新精神、理性精神，初步转变认为数学枯燥乏味、难学难懂的消极心态。接着介绍数学文化的内涵及其发生发展的历史过程，介绍一些重要的数学思想和数学方法，阐述数学美和数学发展的动力及规律，阐明数学文化与数学教育的密切联系，讲述数学对培养人们创造思维、创新意识、创新品质的重要作用。最后请读者欣赏由中外数学家创编的

一些数学名题、趣题（附解法）。

本书由人民教育出版社组织编写，第一章由舒振文执笔；第二章、第六章由梅全雄执笔；第三章由郭熙汉执笔；第四章、第八章由王长沛执笔；第五章由魏纶执笔；第七章由乐军执笔；第九章由魏纶、舒振文、王长沛执笔。全书由魏纶、梅全雄统稿。

武汉大学齐民友教授认真审阅了本书的全部书稿，并提出了许多宝贵的意见。山西平定师范学校李靖华、四川成都师范学校于苏滨、陕西凤翔师范学校王均生、重庆璧山师范学校陈文绪等老师对本书初稿进行了审阅，提出了很多修改意见，他们为提高本书的质量付出了辛勤的劳动，编者在此深表谢意。

编写本书是我们一次大胆的尝试，作为抛砖引玉，限于我们的水平，书中必有一些缺点甚至错误，恳请读者批评指正。

编 者

目 录

第一章 数学魅力	1
第一节 大自然中的数学情趣	1
第二节 艺术家的数学美感	13
第三节 科学技术中的数学威力	19
第四节 数字化社会悄悄来临	22
练习思考题一	28
第二章 数学与文化	30
第一节 数学与文化	30
第二节 数学文化的构成	45
第三节 数学文化发展的动力和规律	51
练习思考题二	56
第三章 数学历史文化	59
第一节 外国数学历史文化	59
第二节 中国传统数学文化	75
练习思考题三	85
第四章 数学文化中的符号语言	87
第一节 符号	89
第二节 数学符号	93

第三节 数学化与数学过程	96
第四节 抽象与表示	97
第五节 符号变换	102
第六节 应用	108
第七节 数学语言	110
练习思考题四	115
第五章 数学文化中的思维与方法	118
第一节 数学文化的哲学思维	118
第二节 公理化的思想与方法	150
第三节 数学化的思想与方法	158
练习思考题五	174
第六章 数学文化中的美学观	178
第一节 审美追求在数学文化中的作用	178
第二节 数学美的主要内容	181
第三节 数学美欣赏	207
练习思考题六	216
第七章 数学文化与创新	217
第一节 创新——数学文化的精神	217
第二节 数学创新的基本方法	224
练习思考题七	235
第八章 文化观下的数学教学	236
第一节 数学课程的影响因素	237
第二节 数学教育的文化影响因素	242

第三节 跨文化研究	246
第四节 数学课堂文化	248
练习思考题八	250
第九章 数学名题欣赏	252

第一章 数学魅力

在人类社会几千年的文明史中，无数能工巧匠，为数学世界建造了大量多姿多彩精妙绝伦的高楼大厦。

数学世界很精彩，它与现实世界、与人们的生活息息相关。可以说，从你出生的那天起，你就被精彩的数学世界包围着。正如我国著名数学家华罗庚所说的，宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，数学无处不在。凡是与“量”和“形”有关的地方就少不了数学。数学在人类活动的各个领域中都发挥着越来越重要的作用。

让我们从大自然中的数学情趣、艺术家的数学美感、科学技术中的数学威力、数学化社会悄悄来临等四方面来欣赏数学的魅力吧。

第一节 大自然的数学情趣

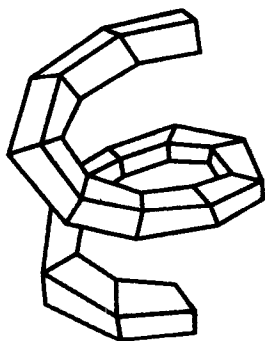
数学是一门科学，同时也是一种语言，是一种艺术，更是一种思维方法。自然界中的许许多多物种都以数学的方式表现出其特性。大自然这种看似偶然的現象蕴藏着深刻的物竞天择的内在机理，体现了数字原理的强大威力。数学如盛放的茉莉，洁白淡雅，闻之幽幽进心，品之香味萦绕体内、久久不能离去。数学与自然界相伴相随，其同发展，大自然的数学情趣高雅无比精妙无穷。

一、螺旋的奥秘和等角螺旋线

螺旋是一种异常迷人的数学对象，触及着生活的方方面面。诸

如遗传基因的结构，扩张的模型，运动的姿态，等等。它们可能是大自然的天工造化，也可能是人类的智力创造。

要了解螺旋，就要看它的构造。让一组全等的长方体形状的砖，依纵长的方向连接，形成一个细长的长方体砖柱。如果对一组有一个面倾斜的砖块施行同样的过程，结果砖柱就会弯曲绕成一个圆圈。但如果将每块长方体砖都在对角方向切一个面，那么砖柱将变化而成为一个三维螺旋（图 1-1）。去氧核糖核酸 DNA 就是由这样的两条三维螺旋构成的（图 1-2）。DNA 有两列磷酸盐糖分子，它将不对称的分子个体，像上面讲的修整过的长方体砖那样连接起来。



按对角方向切矩形砖形
成一个三维螺旋

图 1-1



DNA 双重螺旋

图 1-2

螺旋有着不同的类型。如果它向顺时针方向扭转就叫做右旋。一个右旋的螺旋就象一只螺丝锥一样，而当它向逆时针方向扭转时，则叫做左旋。

螺旋的不同类型的例子处处可见。象螺丝钉、螺母、弹簧、绳索、圆形楼梯等等，它们有的是右旋的，有的是左旋的。螺旋若是绕着圆锥旋进，则称为圆锥形螺旋。这种螺旋可见于螺丝钻、起固

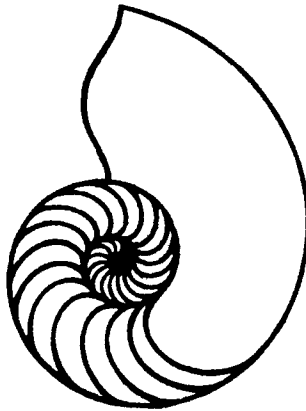
定连接作用的木螺丝以及许多大厦的螺旋形楼梯等。

自然界中也可以看到许多螺旋的形式。例如，羚羊、公羊、角鲸和其他有角哺乳动物的角；一些蜗牛和软体动物的壳；植物的茎、（如豌豆梗等）、花、叶、果等结构。人的脐带也是一种三重的螺旋，它是由一根静脉管和两根动脉管盘绕着留下来的。

左旋螺旋和右旋螺旋缠绕在一起的现象并不罕见。植物中左旋的忍冬和右旋的常春藤就经常配对在一起生长。

其他领域里也常常出现螺旋现象。如飓风、旋涡、一只松鼠上下树的路线、新墨西哥卡尔巴大洞穴中的墨西哥蝙蝠的飞行线路。

要说最迷人的曲线当属等角螺线了。象鹦鹉螺的壳、向日葵的种子盘、球蜘蛛的网等都长成了等角螺线的形状。公元1638年，笛卡儿（1596—1650）首先研究了等角螺线。17世纪后半叶，雅可比·贝努利发现了许多有关它的性质，他对等角螺线情有独钟，他在遗嘱中要求将一正一反的两条等角螺线刻在自己的墓碑上，并附上“我虽然变了，但却和原来一样！”的颂词。



一个有小室的鹦鹉螺

图 1-3

下面我们为你列举等角螺线的一些性质：

- 1) 螺线的切线与半径所成的角全等——因此采用术语“等角”。
- 2) 等角螺线按几何比率增长，因此任意的半径被螺线所截的线段构成等比级数。
- 3) 当等角螺线旋转时，它的大小变了，但它的形状却保持不变。

螺旋与 DNA 分子之间的关系本质上是一种生物自身遗传基因控制，因此，在自然界中出现众多的螺旋、螺线现象也就不足为奇了，而螺丝钉、弹簧乃至螺旋形楼梯等的设计则完全是因为螺旋的经济、实用和迷人的美感。

二、大海波浪与数学

大海波浪，以其壮美的身姿、磅礴的气势深深吸着人类。那么，波浪是如何产生的呢？它又有什么样的性质和规律呢？

我们知道，风、地震或某种海上的物体运动（如船的行驶），以及月球和太阳的引力引发的潮汐等都可以使海水受到扰动，从而产生大海波浪。由于引起大海波浪的因素是随机的，这些波浪看起来就有些随意和无序了。

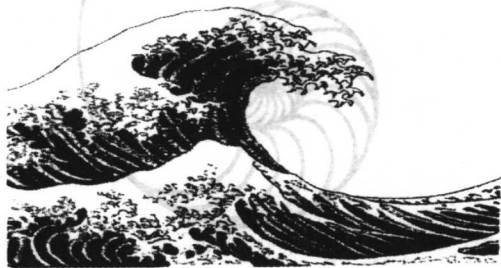


图 1-4

大海波浪的许多研究开始于 19 世纪初，通过对大海的观察及实验室中的模拟控制实验，科学家们获得了许多有趣的结论。1802 年，捷克斯洛伐克的弗朗兹·格特纳提出了最初的波的理论。他在记录中指出，一个波浪中的水粒是在一个圆周上运动的。位于波峰上水粒的运动方向，与在波谷的水粒运动方向正好相反。在水面上，每一水粒都沿着圆形的轨道运动，然后返回原先的位置。后来，研究者们进一步发现，这个圆的直径等于波高。深度为波长的 $\frac{1}{9}$ 的水粒，其圆形轨道的直径大约是水面上水粒的圆形轨道的直径的一半。

波浪与旋转着的水粒密切相关，而正弦曲线和摆线也依赖转动的圆，因而人们自然地想到用正弦曲线或摆线来刻画大海波浪。但科学家们发现，大海中的波浪并不是严格的正弦曲线或者其它单纯性的数学曲线。水的深度、风的强度、潮汐的变化等因素，在描述大海波浪时也应加以考虑。因此，人们又用上了概率论和统计。通过对大量小波浪的观测，从中收集了大量数据，在对这些数据进行深入分析的基础上，人们得到大海波浪的一些有趣的数学性质：

- 1) 波长与周期有关；
- 2) 波高不依赖于周期和波长（个别情况例外，那就是周期和波长影响很小）；
- 3) 波峰的角超过 120° 时，波便破损了，当波破损的时候，其大部分的能量随之损耗；
- 4) 波受到破损的另一种确定方法，就是比较它的波高与波长，当两者的比大于 1: 7 时，波便破损了。

对于波的词义解释：

波峰：波的最高点。

波谷：波的最低点。

波高：从波峰到波谷的垂直距离。

波长：两个相邻的波峰之间的水平距离。

波的周期：波峰传播一个波长所需的时间（以秒为单位）。

摆线：当一个圆沿一直线滚动时圆上的一个点所走过的路线。

（如图 1-5）

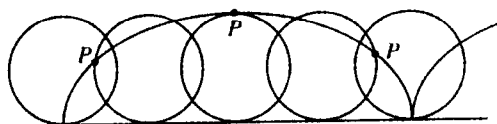


图 1-5

研究大海波浪的规律的目的就是为了合理地利用大海波浪。

例如潮汐发电就利用了大海的潮涨潮落所产生的能量，这是一种没有污染的能源。

三、植物花形与斐波那契数列

斐波那契（*Leonardo Fibonacci*, 1175—1250）是中世纪占主导地位的数学家之一，他在算术，代数和几何等方面者有贡献。他生于比萨的列奥纳多家族，是意大利海关驻南非布吉亚的一位官员的儿子。由于父亲工作的原因，他游历了东方和阿拉伯的许多城市，因而有机会学习并熟练地掌握了印度—阿拉伯的十进制记数系统。当时意大利仍使用罗马数字进行计算，繁琐而且不方便。斐波那契认识到了这种美丽的印度—阿拉伯数字的价值，就积极地提倡使用。在斐波那契和其他数学家的共同努力下，终于使印度—阿拉伯数字系统得以在欧洲推广。

有趣的是斐波那契今天的名气缘于一个数列，这个数列来自他的《算盘书》中一个并不出名的问题。当时写这道题只是作为一个