财政部“十五”规划教材
全国中等职业学校财经类教材

经济数学基础

（第三版）

上　册

何屏生　主　编
陈玉祥　副主编

中国财政经济出版社

编 审 说 明

本书是全国财经类通用教材。经审阅，我们同意作为全国中等职业学校财经类教材出版。书中不足之处，请读者批评指正。

财政部教材编审委员会

2003 年 3 月

前　言

本书是财政部“十五”规划教材。

按照《财政部“十五”教材建设规划》的安排，根据教育部《关于全面推进素质教育、深化中等职业教育教学改革的意见》、《全国中等职业教育会计专业整体教学改革方案》，以及教育部2000年8月颁发的《中等职业学校数学教学大纲（试行）》的精神与要求，在财政部干部教育中心教材处的指导下，我们编写了中等职业学校教材《经济数学基础》，供财经类中等职业学校数学课教学使用。

本教材以中等职业教育的培养目标为依据，从学生初中毕业的实际出发，结合财经类中等职业学校教学内容的要求，贯彻“以全面素质为基础，以能力为本位”的指导思想，确定教材内容的原则为：“加强基础、注重能力、联系应用、增大弹性、适度拓宽、兼顾体系”。具体说有三个特点：(1) 突出数学课作为一门基础课教材的基础性。通过本教材的学习，让学生的数学基础从初中毕业的水平提高一步，以适应中等财经类各专业课学习的需要及进一步学习经济数学的更深知识的需要。(2) 突出中等职业教育层次的适度性。在内容上，特别是对于涉及经济应用方面的知识点，仅作初步的联系及介绍，以区别于较高层次的同类教材，从而控制了教材的难度。(3) 突出经济数学的专业性。教材以适应经济管理及财经类各专业的需求为方向，在内容的取舍上，与普通高级中学的数学课程相比，未编入“向量、立体几

何”等与经济应用关系不太密切的内容，补充了经济应用方面的内容。

本教材共十五章，分为上、下两册：

上册（前九章）为基础部分，包括集合、不等式、函数的概念、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、初等函数、数列、排列、组合、直线及二次曲线等内容。

下册（后六章）为拓宽部分，包括一元微积分初步、概率初步与统计初步等内容。

各类学校在使用本教材时，应充分保障前九章内容的教学时数，在此基础上，再按不同专业的需求选择使用后六章内容的适当章节；高中毕业为起点的学生，可选学或不学前九章的内容。

本教材由云南省财经学校何屏生担任主编，江苏省连云港财经学校陈玉祥担任副主编。参加编写的有河北省秦皇岛职业技术学院丘庆芸（第六、七、八、九章）、武汉财政学校张勇（第四、五章）、内蒙古财政学校魏运（第一、二、三章）；何屏生（第十、十一、十二、十三章），陈玉祥（第十四、十五章）。全书由何屏生老师总纂。

本教材于 2002 年 7 月经财政部教材审稿会（威海）审定通过，由湖南财专刘应辉副教授负责主审。

本教材编写中，得到财政部干部教育中心教材处的关怀与指导，并得到了各参编学校及云南大学出版社与云南光正图书有限公司的大力支持，在此一并致谢。

因编者水平有限，错误之处敬请批评指正。

编　者

2003 年 3 月

目　　录

第一章

集　合

教学目的与要求

学习本章,要求了解集合的意义及表示法,掌握空集、子集、真子集、交集、并集、补集等概念,会正确使用元素与集合、集合与集合间的关系符号,能熟练地进行交、并、补的运算,并能做简单的应用.

集合是近代数学中最基本的概念之一,并且广泛地渗透到数学的各个领域.因此学习集合的初步知识,对进一步学习数学有着重要的意义.本章将介绍集合的一些基本概念、集合间的关系及集合的运算.

§1－1　集　合

一、集合的概念

考察下面几组对象:

(1) 所有不大于 5 的自然数;

(2) 所有直角三角形；

(3) 直线 $y = 2x$ 上的所有点；

(4) 某中学高一(1) 班的全体学生；

(5) 某地区所有的百货商店.

它们分别是由一些数、一些图形、一些点、一些学生、一些事物组成的，每个组里的对象都具有某种特定的性质.

我们把具有某种特定性质的对象的全体叫做集合，简称集.集合里的各个对象叫做这个集合的元素.

例如，(1) 就是由所有不大于 5 的自然数组成的集合，0，1，2，3，4，5 都是它的元素；(2) 是由所有直角三角形组成的集合，任何一个直角三角形都是它的元素.

下面再举几个集合的例子：

(6) 所有正奇数组成一个集合，正奇数 1，3，5… 都是这个集合的元素；

(7) 不等式 $5x - 3 > 0$ 的所有解组成一个集合，凡是满足 $x > \frac{3}{5}$ 的实数都是这个集合的元素；

(8) 平面直角坐标系内所有的点组成一个集合，以一对有序实数 (x, y) 为坐标的任何一个点都是这个集合的元素.

含有有限个元素的集合叫做有限集，上面(1)(4)(5) 三个集合都是有限集；含有无限个元素的集合叫做无限集，上面(2)(3)(6)(7)(8) 五个集合都是无限集.

从以上例子我们看到：

(1) 对于一个给定的集合，集合中的元素都是确定的，也就是说任何一个对象，都必须能够明确确定它是或不是某一集合的元素，二者必居其一，不能含糊不清，模棱两可.

例如，对于由直线 $y = 2x$ 上所有的点组成的集合，坐标为

(1,2) 的点是这个集合的元素，而坐标为(0,2) 的点就不是这个集合的元素.

(2) 对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的. 也就是说，集合中任何两个元素都是不同的，相同的对象归入任何一个集合时，只能算作这个集合的一个元素. 因此，集合中的元素不能重复出现.

例如某中学高一(1) 班在这个班的名册上每位同学的名字只出现一次.

二、集合的表示法

表示集合的方法通常有两种：列举法和描述法.

1. 列举法

把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内，这种表示集合的方法叫做列举法.

例如，由小于 5 的正整数组成的集合，可以表示为

$$\{1,2,3,4\};$$

又如，由方程 $x^2-3x+2=0$ 所有的解组成的集合，可以表示为

$$\{1,2\}.$$

用列举法表示集合时，不必考虑元素之间的顺序. 例如由五个元素 0,1,2,3,4 组成的集合可以表示为 $\{0,1,2,3,4\}$，也可以表示为 $\{2,3,1,4,0\}$，等等.

当集合的元素很多，不需要或不可能一一列出时，也可只写出几个元素后再加省略号“…”来表示. 如小于 100 的自然数集可表示为 $\{0,1,2,\cdots 99\}$；由所有 2 的正整数倍所组成的集合可以表示为

$$\{2,4,6,8,\cdots,2n,\cdots\}，其中\ n\ 表示正整数.$$

一个集合如果只有一个元素，这种集合叫做单元素集合.例如，既不是正数又不是负数的实数集合中就只有一个元素0，用列举法可以把这个集合表示为$\{0\}$.

一个集合也可以没有元素，例如方程$x^2+4=0$的所有实根组成的集合，平方等于2的有理数的集合等，这种不含任何元素的集合叫做空集.用符号$\varnothing$表示.

要注意，$\varnothing$与$\{0\}$是意义完全不同的两个集合，$\varnothing$是空集合，不含任何元素；$\{0\}$是单元素集合，含有一个元素0.

2.描述法

把集合中的元素所具有的共同性质描述出来，写在大括号内，这种表示集合的方法叫做描述法.通常在大括号内先写出这个集合的元素的一般形式，再画一条竖线，在竖线右边写出它的元素的共同性质.

例如，由不等式$5x-3>0$的所有解组成的集合可以表示为

$$\{x \mid 5x-3>0\};$$

由所有2的正整数倍所组成的集合可以表示为$\{x \mid x=2n,$ n取正整数$\}$；

由直线$y=2x$上所有点的坐标组成的集合可以表示为

$$\{(x,y) \mid y=2x\}.$$

有些集合用描述法表示时，可以省去竖线和左边部分，例如由所有锐角三角形组成的集合可以表示为

$$\{\text{锐角三角形}\};$$

由所有不大于5的自然数组成的集合，可以表示为

$$\{\text{不大于 5 的自然数}\}.$$

三、集合的记号

通常用大写字母$A,B,C\cdots$表示集合，用小写字母$a,b,c\cdots$

表示集合中的元素，例如，用 A 表示集合$\{x \mid 0 \leqslant x < 5\}$，可以写成

$$A = \{x \mid 0 \leqslant x < 5\}$$

如果 a 是集合 A 的元素，称 a 属于集合 A，记作 $a \in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，称 a 不属于 A，记作 $a \notin A$（或 $a \overline{\in} A$）. 例如 $B = \{1,3,5,7\}$，则 $3 \in B$，$5 \in B$，$2 \notin B$，$1/3 \notin B$.

下面是几个常用的数集及其专用记号：

全体非负整数的集合叫做自然数集，记作 N；

在自然数集内排除 0 的集合，也称正整数集合，记作 N^+；

全体整数的集合简称整数集，记作 Z；

全体有理数的集合简称有理数集，记作 Q；

全体实数的集合简称实数集，记作 R. 用 R^+ 表示正实数集，用 R^- 表示负实数集.

形如 $2n(n \in Z)$ 的整数叫做偶数，形如 $2n+1(n \in Z)$ 的整数叫做奇数. 全体奇数的集合简称奇数集，全体偶数的集合简称偶数集.

§1－2　集合间的关系

一、集合的包含关系

设集合

$A = \{1,3,5\}$

$B = \{1,2,3,4,5,6\}$

显然集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素，对于集合之间的这种关系，给出以下定义：

定义 1－1：设有两个集合 A 和 B，若集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素，则集合 A 叫做集合 B 的子集，记作

$$A \subseteq B \text{ 或 } B \supseteq A,$$

读作"A 包含于 B"，或"B 包含 A".

当集合 A 不包含于集合 B，或集合 B 不包含集合 A 时，则记作

$$A \nsubseteq B (\text{或 } B \nsupseteq A).$$

例如，给定集合

$$A = \{1,2,3\} \qquad B = \{2,3,4\}$$

由于集合 A 中有元素 1，不属于集合 B，所以 A 不是 B 的子集，记作 $A \nsubseteq B$；又由于集合 B 中有元素 4，不属于集合 A，所以 B 不是 A 的子集，记作 $B \nsubseteq A$.

对于任何集合 A，因为它的任何一个元素都属于集合本身，所以

$$A \subseteq A;$$

也就是说，任何一个集合都是它本身的子集.

我们还规定：空集是任何集合的子集. 也就是说，对于任何集合 A，有

$$\varnothing \subseteq A.$$

定义 1－2：如果 A 是 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 叫做集合 B 的真子集，记作

$$A \subset B (\text{或 } B \supset A).$$

当 A 不是 B 的真子集时，记作 $A \not\subset B$ 或 $B \not\supset A$.

例如，集合 $A = \{2,4,6\}$ 是集合 $B = \{2,4,6,8\}$ 的子集，而且 A 也是 B 的真子集，记作 $A \subset B$，而集合 B 是 B 的子集，但 B 不是 B 的真子集.

又如，整数集 Z 是实数集 R 的子集，也是 R 的真子集，即

$$Z \subseteq R \text{ 且 } Z \subset R.$$

而实数集 R 是 R 的子集，但不是 R 的真子集，即

$$R \subseteq R \text{ 但 } R \not\subset R.$$

显然，空集是任何非空集合的真子集.

通常用圆来表示一个集合，用圆中的点来表示集合中的元素，如图 1－1 所示. 图 1－2 表示 A 是 B 的真子集，图 1－3 表示 A 不是 B 的子集.

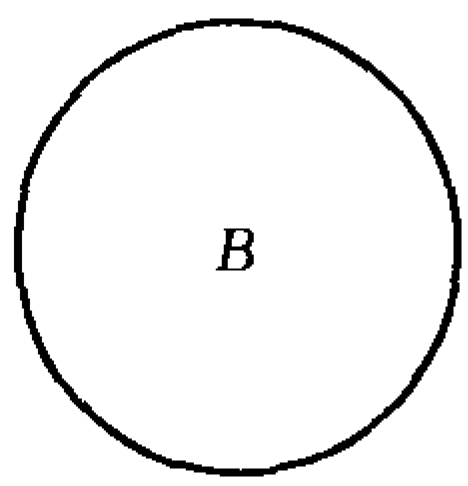

图 1－1

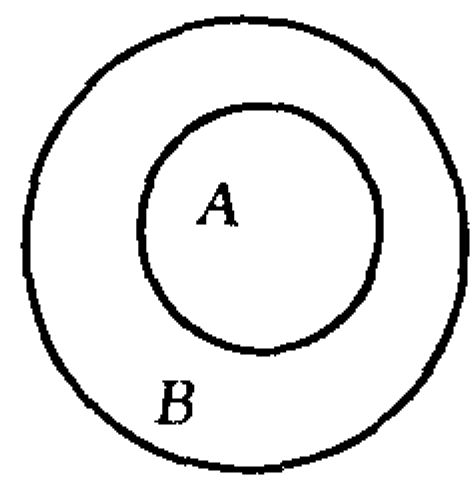

图 1－2

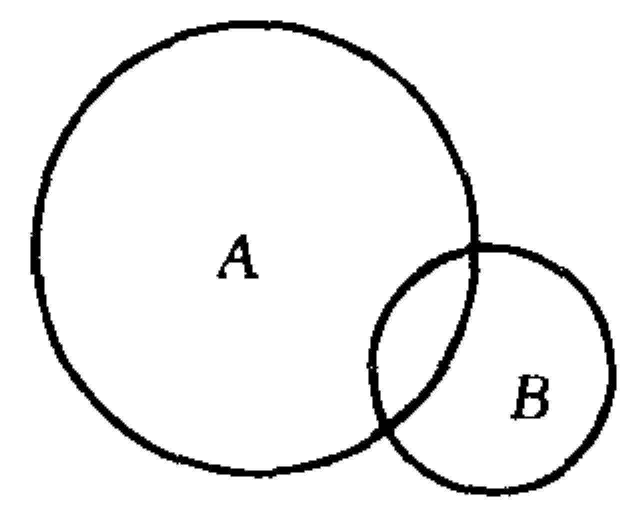

图 1－3

例 1－1　确定下列集合间是否具有包含关系：

(1) $A = \{0,1,2\}$；　　$B = \{1,2,3\}$.

(2) $A = \{$正方形$\}$；　　$B = \{$矩形$\}$；　　$C = \{$平行四边形$\}$.

解：

(1) 因为 A 中的元素 0 不是集合 B 中的元素，所以 A 不是 B 的子集，集合 B 中的元素 3 也不是集合 A 中的元素，所以 B 也不是 A 的子集，因此 A 与 B 不具有包含关系.

(2) $A \subseteq B, B \subseteq C, A \subseteq C$ 即 $A \subseteq B \subseteq C$；

且 $A \subset B, B \subset C, A \subset C$ 即 $A \subset B \subset C$.

例 1－2　写出集合 $M = \{a, b, c\}$ 的所有子集及真子集.

解：集合 M 有 3 个元素，按元素个数从少到多依次写出 M 的子集如下：

$$\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{c\},$$

$$\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}.$$

其中除 $\{a, b, c\}$ 外，其余都是 M 的真子集.

二、集合的相等关系

定义 1-3:对于集合 A 与 B,如果 $A \subseteq B$,同时 $B \subseteq A$,则称集合 A 与集合 B 是相等的,记作

$$A = B;$$

读作"A 等于 B".

两个集合相等就表示这两个集合的元素完全相同,例如

$$\{1,2,3,4\} = \{4,3,2,1\}.$$

例 1-3　设集合 $A = \{x \mid x^2 - x = 0\}$,$B = \{0,1\}$,讨论 A 与 B 的关系.

解:方程 $x^2 - x = 0$ 的所有解是 $x_1 = 0, x_2 = 1$,因此 $A = \{0, 1\}$,两个集合的元素完全相同,所以集合 $A = B$.

§1-3　集合的运算

一、交集

已知 8 的正约数的集合为

$$A = \{1,2,4,8\},$$

10 的正约数的集合为

$$B = \{1,2,5,10\},$$

那么 8 与 10 的正公约数的集合就是 $\{1,2\}$,容易看出,$\{1,2\}$ 是由 A 与 B 的公共元素组成的一个新集合.

对于这样的集合,给出以下定义:

定义 1-4:设 A 和 B 是两个集合,由所有属于 A 且属于 B 的元素组成的集合叫做 A,B 的交集,记作 $A \cap B = \{x \mid x \in A$ 且

$x \in B\}$.

这样,8 与 10 的正公约数的集合,可以从求 8 的正约数的集合与 10 的正约数的集合的交集而得到,即

$$\{1,2,4,8\} \cap \{1,2,5,10\} = \{1,2\}.$$

集合 A 与 B 的交集,可用图 1－4 的阴影部分表示.

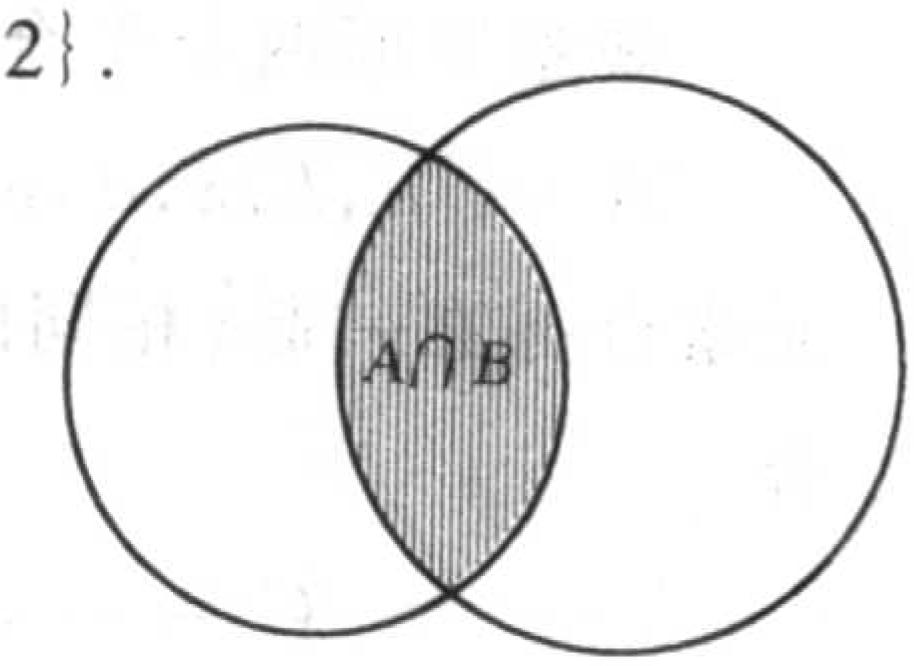

图 1－4

从交集的定义我们容易推出,对于任何集合 A,B,有

$$A \cap A = A;$$

$$A \cap \varnothing = \varnothing;$$

$$A \cap B = B \cap A.$$

求集合交集的运算叫做交运算.

例 1－4　已知 $A = \{x \mid x \geqslant 0\}$,$B = \{x \mid x < 3\}$,求 $A \cap B$.

解:$A \cap B = \{x \mid x \geqslant 0\} \cap \{x \mid x < 3\} = \{x \mid 0 \leqslant x < 3\}$,如图 1－5 所示.

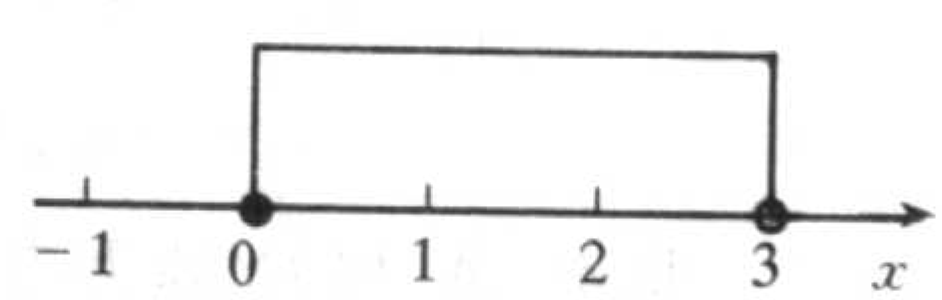

图 1－5

例 1－5　设 $A = \{$矩形$\}$,$B = \{$菱形$\}$,$C = \{$三角形$\}$,求 $A \cap B$ 和 $A \cap C$.

解:$A \cap B = \{$矩形$\} \cap \{$菱形$\}$,

$= \{$有一个角是直角且有一组邻边相等的平行四边形$\}$

$= \{$正方形$\}$;

$A \cap C = \{$矩形$\} \cap \{$三角形$\}$

$= \{$既是矩形又是三角形$\} = \varnothing$.

例 1－6　设 A 为奇数集,B 为偶数集,Z 为整数集,求 $A \cap Z$,$B \cap Z$,$A \cap B$.

解:$A \cap Z = \{$奇数$\} \cap \{$整数$\} = \{$奇数$\} = A$;

$B \cap Z = \{$偶数$\} \cap \{$整数$\} = \{$偶数$\} = B$;

$A \cap B = \{奇数\} \cap \{偶数\} = \varnothing$.

二、并集

观察下面两个集合：

$A = \{a, b, c, d, e\}$，$B = \{c, b, f, g\}$，如果把 A 与 B 中所有元素合并在一起（相同的元素只出现一次），可以组成一个新的集合

$$C = \{a, b, c, d, e, f, g\}.$$

集合 C 是由属于 A 或属于 B 的所有元素组成的集合.

对于这样的集合给出以下定义：

定义 1－5：设 A，B 是两个集合，由属于 A 或属于 B 的所有元素组成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记作 $A \cup B$，读作"A 并 B"，即

$$A \cup B = \{x \mid x \in A, 或\ x \in B\}.$$

上面例子中的集合 C 就叫做集合 A 与 B 的并集，即

$$C = A \cup B = \{a, b, c, d, e\} \cup \{c, b, f, g\}$$
$$= \{a, b, c, d, e, f, g\}.$$

集合 A 与 B 的并集 $A \cup B$ 可用图 1－6 中的阴影表示.

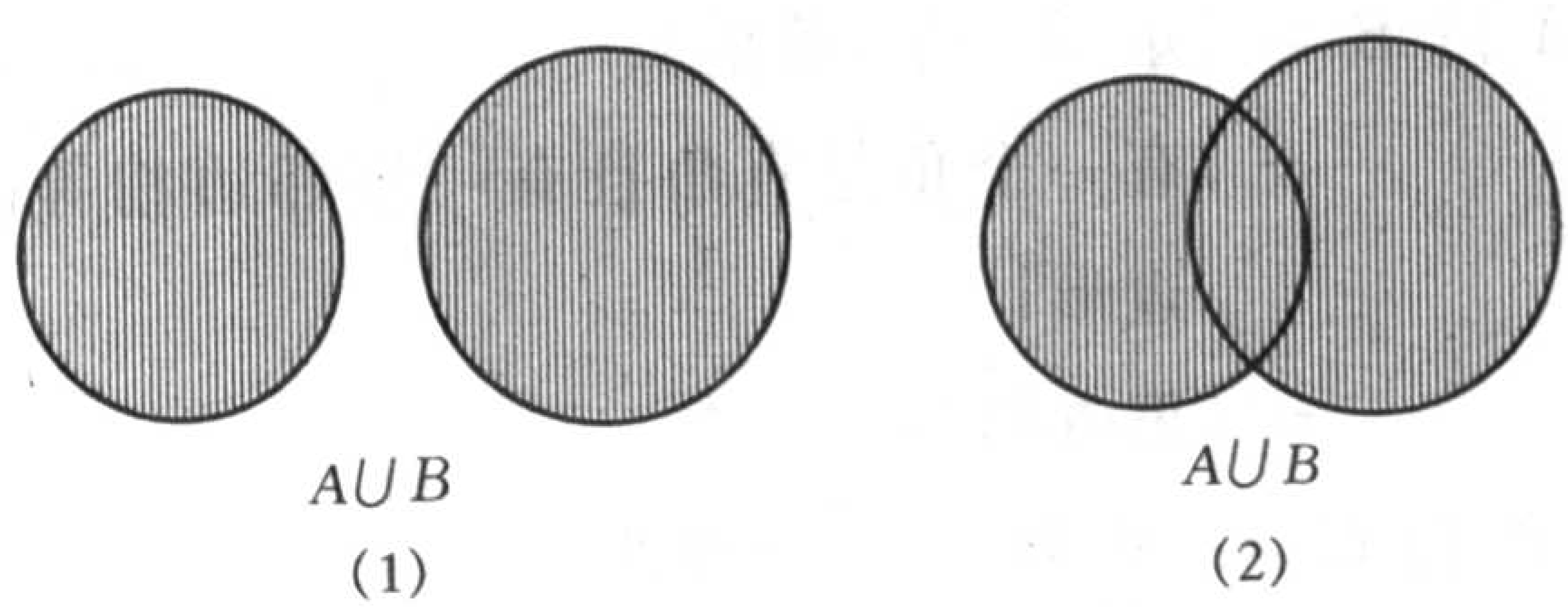

图 1－6

从并集的定义我们容易推出，对于任何集合 A，B，有

$$A \cup A = A、\qquad A \cup \varnothing = A、$$
$$A \cup B = B \cup A.$$

求集合并集的运算叫做并运算.