

武漢大學  
國慶三十周年學術報告會  
論文摘要

(空間物理部分)

科學研究處

一九七九年十二月

## 目 录

湍流大气散射截面积.....	陈榕藩(1)
电离层的无线电波的频率和相位测量.....	张训械 黄有国 熊年禄(3)
电离层二次回波的分布律和相关系数.....	侯杰昌(5)
利用返回斜测数据推导电离层参数的探讨.....	龙成灵 管荣生(7)
同步斜向探测仪及实验结果的初步分析.....	金雷 吴世才(9)
10KC/s 电子移相器.....	陈文亮(10)
等离子鞘套剖面电子浓度按指数分布的反射系数.....	陶经纬(12)
用并矢格林函数法求解自由空间中介质球的散射.....	李焕矩(14)
太阳辐射与微波传播.....	张祖文(16)
毫米波大气吸收和降雨衰减的计算.....	李焕矩 张祖文(18)
12GHz 卫星广播及其地面接收站.....	张长清(19)
25瓦推挽功率分播放大器设计.....	石正华(22)
元极化电视接收天线.....	元极化天线研究小组(23)
全频道电视接收天线.....	程芙蓉(24)
导电圆锥体上隙缝天线的场.....	鲁述 吴庆麟(25)
电离层中的孤立波及非线性等离子体电动力学中的量子场论方法的应用.....	刘福庆(27)
电磁波在地球——电离层波导中传播的积分方程方法.....	刘福庆(29)
R矩阵理论在电子分子碰撞中转振激法的推广.....	刘福庆(32)
介质圆柱体对电磁波的绕射理论计算与实验研究.....	保宗悌(34)
低纬度哨声研究.....	保宗悌(35)
利用卫星信标的法拉弟旋转研究<一>.....	雷源汉(35)
通信系统噪声性能的描述.....	肖志美(37)
扫频接收中的自动增益控制.....	蒋自明(38)
一种高可靠性的数字遥控系统.....	陈金峰(39)
耦合型带通滤波器的设计和调整.....	陈金峰(40)

# 湍流大气散射截面积

陈 榕 蕡

无线电波超视距散射传播的发现大大促进了电磁波在随机不均匀介质中传播问题的研究，湍流散射理论有了很大发展。有关文献<sup>[1,2,3]</sup>在一些近似假定下得出了单位体积散射截面积  $\sigma_0(\theta)$  的表示式，假定之一是：除散射元体积  $d\tau$  外介质是均匀的。因此，入射波和散射波均表为球面波； $d\tau$  内介电常数  $\epsilon = \epsilon_0 + \Delta\epsilon$ ， $\epsilon_0$  为真空中介电常数，而  $\Delta\epsilon$  如文献<sup>[2]</sup>可认为“ $d\tau$  内介电常数与周围介质介电常数差值。”但是，大气实际上是不均匀介质，介电常数起伏空间相关半径约为几至几十个波长量级， $d\tau$  与邻近  $M$  点距离很小时， $d\tau$  内介电常数与邻近  $M$  点介电常数差值近于零。因此，应认为  $\epsilon_0 = \overline{\epsilon(r,t)}$  和  $\Delta\epsilon$  为对于平均值的偏离，而入射波应表为膺球面波，即

$$E_1 = \left\{ E_{10} + \Delta E_1(r,t) \right\} \frac{e^{j[\omega t - k r_1 - 4\varphi_1(r,t)]}}{r_1} \quad (1)$$

由此可求得单位体积散射截面积

$$\begin{aligned} \sigma'(\theta) &= \frac{k^4 \sin^2 \alpha}{4\pi V} \operatorname{Re} \int \int \Delta\epsilon'(\mathbf{r}',t) \cdot \Delta\epsilon(\mathbf{r}'',t) e^{ik(\mathbf{r}'-\mathbf{r}'')} \\ &\quad \cdot \exp \left\{ -j\Delta\varphi_1(\mathbf{r}',t) - j\Delta\varphi_1(\mathbf{r}'',t) \right\} d\tau' d\tau'' \end{aligned} \quad (2)$$

为了积分上式，引用文献<sup>[4]</sup>从理论和实验证明的结果：相位几率密度为正态分布，并引用文献<sup>[5]</sup>中的式(7)和文献<sup>[6]</sup>中的(6)(7)式求得

$$\sigma'(\theta) = \sigma_0(\theta) \cdot C\phi_T \cdot C\phi_R \quad (3)$$

这里  $C\phi$  为路途不均匀修正系数，右下标加  $T$  表发射端  $R$  表接收端，其他为文献上常用符号。路途不均匀修正系数由下式表示

$$C_\phi = \left( 1 - \sigma_\phi^2 + \frac{1}{2!} \sigma_\phi^4 - \frac{1}{3!} \sigma_\phi^6 + \dots \right) - \frac{L_E}{L_1} \left( \sigma_\phi^2 - \sigma_\phi^4 + \dots \right) + \dots \quad (4)$$

式中  $\sigma_\phi^2$  为相位起伏方差， $L_e$  为介电常数起伏空间相关半径， $L_1$  为与  $L_e$  及相位起伏空间相关半径  $L_\phi$  有关的量。文献[7]对于指数型相关函数和高斯型相关函数分别求得相位起伏均方值为

$$\sigma_\phi^2 = \frac{2\pi^2}{\lambda^2} \cdot \overline{(\Delta\epsilon')^2} \cdot L_e \cdot r \quad (5)$$

和

$$\sigma_p^2 = \frac{\pi^{5/2}}{\lambda^2} \frac{(\Delta\epsilon')^2}{(\Delta\epsilon')^2} \cdot L_e \cdot r \quad (6)$$

最大和较小尺度不均匀体对创立接收点散射场无显著贡献，我们取  $L_e = 100$  米， $r_1 = r_2 = 200$  公里， $\overline{(\Delta\epsilon')^2} = 2 \times 10^{-12}$ ，求得对于高斯型相关函数  $C \approx 1 - \frac{7 \cdot 10^{-4}}{\lambda^2}$  对于指数型相关函数  $C_s \approx 1 - \frac{8 \cdot 10^{-4}}{\lambda^2}$ ，这里作为粗略近似取  $C_s$  的前二项。可见，路途不均匀修正系数  $C_s$  对介电常数起伏的相关函数型式的差异不敏感。目前尚无公认足信的介电常数起伏相关函数式，奥布霍夫认为大气风速起伏结构函数三分之二次方定律也适用于介电常数，并由此求得  $\sigma_0(\theta)$  其入  $^{1/3}$  成反比<sup>[7]</sup>。布克用指数型相关函数式求得  $\sigma_0(\theta)$  其入无关<sup>[1]</sup>，实验表明：少数情况下  $\sigma_0(\theta)$  其入无关，多数为随波长增大而增大，极少数可达  $\sigma_0(\theta) \sim \lambda^2$ ，这是散射传播理论未解决的重要问题。由上述可见： $C_s$  随波长增大而增大，引入路途不均匀修正系数  $C_s$  可使布克和奥布霍夫湍流散射理论更符合实际情况。

### 参 考 文 献

- (1) H. G. Booker, W. E. Gordon, Proc. IRE, 38 (1950)
- (2) Ф. Б. Черный "Распространение радиоволн" Совет, радио, 1962
- (3) Y. L. Alpert "Radio wave propagation and the ionosphere" volume 2 1974.
- (4) 陈榕藩 武汉大学学报 1963年第2期 PP40—46
- (5) A. A. Семенов, Чэнь Жун-фань "Радиотехника и Электроника" 1962, №11. СТ 1890—1895
- (6) 陈榕藩 高等学校自然科学学报, 物理学版, 1965年№4 PP297—303
- (7) 塔塔尔斯基著 "湍流大气中波的传播理论" 温景嵬等人译 1978年

# 电离层的无线电波的频率和相位测量

张训械 黄有国 熊年禄

本文介绍采用目前单边带通信设备进行电层中的无线电波的频率和相位测量的原理和实现的技术措施。该设备在960公里和3270公里两条电路上进行了半个月的试验，结果日间短距离电路上多卜勒频移在-0.6——-1.0赫芝范围内变化，有明显的日出日落效应。晚间长距离电路上多卜勒频移在+0.8——-0.8赫芝之间交替变化。100微秒间隔内电波相移60%以上落在30—40之间。

从地面发出频率为 $f$ 的连续波经电离层反射后到达地面时，产生多卜勒频移 $\Delta f$ ：

$$\Delta f = - \frac{c}{f} \frac{dp}{dt}$$

$$p = \int_I n ds$$

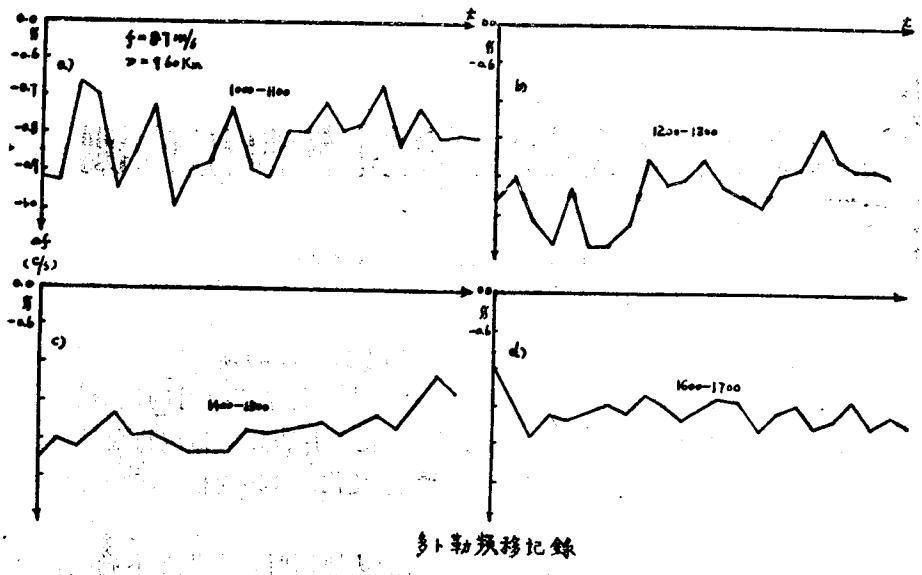
$c$  为光速

$p$  为相路径

核爆炸形成的冲击波及大型的气象活动等近地层的动力过程会以波动形式耦合到高层大气，并产生扰动，使电离层反射面发生畸变，引起电离层的电波的振幅，频率，相位和偏振特性剧烈的扰动，这是短波和卫星通信十分关心的问题。测量电波频率的变化（简称高频多卜勒）就是研究电离层扰动的最常用的方法。

限于条件我们力图将现有单边带通信设备用于高频多卜勒测量。经过大量试验表明，只要将单边带通信设备中的标准晶体经过较长时间的连续运行（7—10天以上）以后，整个测量设备可以保证测量多卜勒频移的要求。测量设备的终端记录采用了误差倍增器，它有效地提高了频率测量的精度。我们还进行了电波相位测量，从接收机出来的100千赫信号与本地的标准信号，送入0—360°的脉冲 监相器 进行线性的相位检波，并进行相—模转换，将相位变化转换成电压输出，在笔记录仪上记录。直接的多卜勒频移记录和从相位记录计算得出的多卜勒频移是一致的，由于直接的多卜勒频移测量是取样记录的，而相位是连续记录的，所以后者资料可供电离层快变化的分析。

下面给出典型的日间多卜勒频移的记录。



# 电离层二次回波的分布律和相关系数

侯杰昌

从电离层一次回波是高斯分布的假定出发推得了二次回波复振幅和振幅的分布律（相干反射分量为零时）

复振幅的分布律

$$P(z_2 E) = \frac{1}{\pi \sigma^2 \sqrt{1-D}} \exp\left(-\frac{D z_2 E}{\sigma^2(1-D^2)}\right) K_0\left(\frac{|z_2 E|}{\sigma^2(1-D^2)}\right)$$

振幅的分布律

$$P(z_2 A) = \frac{z_2 A}{(1-D^2)\sigma^4} \exp\left[-\frac{2\beta_1^2}{1+D}\right] \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \epsilon_m I_m \left(\frac{z_2 A D}{(1-D^2)\sigma^2}\right) \\ \frac{\beta_1^{2(m+l+k)} z_2 A^{(m+l+k)} K_{l-k}\left(\frac{z_2 A}{(1-D^2)\sigma^2}\right)}{k! l! \Gamma(m+k+1) \Gamma(m+l+1) [(1+D^2)2\sigma^2]^{(m+l+k)}}$$

其中  $D$  是第一次电离层反射和第二次电离层反射时电离层过渡函数之间的相关系数

$\sigma^2$  是一次回波中非相干反射分量的方差

$K_{l-k}$  是  $(l-k)$  阶的变形汉开尔函数。

$\beta_1^2$  是一次回波中相干反射分量与非相干反射分量的能量之比

$I_m$  是  $m$  阶虚宗量贝塞尔函数

从相系数的定义出发推得了当  $D=0$  和  $D=1$  时二次回波复振幅和振幅的相关系数  
二次回波复振幅的相关系数当  $D=1$  时，

$$\rho_{2E}(\tau) = \frac{(4\beta_1^2 + 3)\rho_{1E}(\tau) - \rho_{1E}^2(\tau)}{4\beta_1^2 + 2}$$

当  $D=0$  时

$$\rho_{2E}(\tau) = \rho_{1E}(\tau) \frac{\rho_{1E}(\tau) + 2\beta_1^2}{1 + 2\beta_1^2}$$

其中  $\rho_{1E}(\tau)$  一次回波复振幅的相关系数

二次回波振幅的相关系数

当  $D=0$  时

$$\rho_{2A}(\tau) = \frac{\rho_{1A}^2(\tau) \left\{ 1 + \beta_1^2 - \frac{\pi}{4} [B]^2 e^{-\beta_1^2} \right\} + \rho_{1A}(\tau) \frac{\pi}{2} [B]^2 e^{-\beta_1^2}}{1 + \beta_1^2 + \frac{\pi}{2} [B]^2 e^{-\beta_1^2}}$$

其中  $[B] = \left[ (1 + \beta_1^2) I_0\left(\frac{\beta_1^2}{2}\right) + \beta_1^2 I_1\left(\frac{\beta_1^2}{2}\right) \right]$

当  $D=1$  时

$$\rho_{2A}(\tau) = \frac{\rho_{A1n}(\tau) + 2\beta_1^2 \left[ \rho_{A1n}(\tau) \left( 2 - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{\pi}{2} \right] \overline{\Phi_{1n} \Phi_{1n\tau}}}{1 + 2\beta_1^2}$$

其中  $\overline{\Phi_{1n} \Phi_{1n\tau}} = \frac{\pi \rho_{E1n}(\tau)}{8} \left[ 1 + \frac{\rho_{E1n}^2(\tau)}{8} + \dots \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \frac{\rho_{E1n}^{2n}(\tau)}{n+1} + \dots \right]$

$$\rho_{A1n}(\tau) = \rho_{E1n}^2(\tau)$$

而  $\rho_{1A}(\tau) = \frac{\overline{A_1 A_{1\tau}} - \overline{A_1^2}}{\overline{A_1^2} - \overline{A_1^2}}$

$$\overline{A_1 A_{1\tau}} = 2\sigma^2 \left( 1 - \rho_{E1n}^2(\tau) \right) e^{-\beta_1^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(2m)!! ((2m+1)!!)^2}{2^{2m} (m!)^2}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\rho_{E1n}^{2m-n}(\tau)}{(2m-n)!! (n!)^2} \left( \beta_1^2 \frac{1 - \rho_{E1n}(\tau)}{1 + \rho_{E1n}(\tau)} \right)^n$$

$${}_1F_1 \left( n - 2m - 2, n + 1, - \frac{1 - \rho_{E1n}(\tau)}{1 + \rho_{E1n}(\tau)} \beta_1^2 \right)$$

通过上面各式亦可看出  $\rho_{2A}(\tau)$  与  $\rho_{1A}(\tau)$  的关系，只是关系很复杂写不出简单的式子来。  
上面各式中  $\rho_{1A}(\tau)$  是一次回波振幅的相关系数。

最后还讨论了  $D$  的物理意义，和  $\rho_{2A}(\tau) \neq [\rho_{1A}(\tau)]^2$  的可能原因。

# 利用返回斜测数据推导电离层参数的探讨

龙咸灵 管荣生

本文以准抛物型电离层模式出发，并考虑到中纬度地区实际应用的情况，把群路径的表达式经过适当的简化得到：

$$P = 2 \left\{ r_b \sin \alpha - r_o \sin \beta + (1+d) F y_m \ln \frac{[1 - (F^2 - 1)d] + F^2 \sin \alpha}{[1 - (F^2 - 1)d] - F^2 \sin \alpha} \right\}$$

再经过相应的推导和简化，得到最小群路径  $P_{min}(F)$  的关系式例下：

$$P_{min} = LF + MF^3 + NF^5$$

式中：

$$F = \frac{f}{f_e} \text{ 工作频率和临介频率之比}$$

$$L = 2\sqrt{ab} + (1+d)y_m \ln \frac{1+d+z}{1+d-z}$$

$$M = \frac{\sqrt{ab}}{r_b} [b - 1.5y_m(1+d)] + (1+d)y_m \left[ \frac{\frac{1}{2}cz-d}{1+d+z} + \frac{\frac{1}{2}cz+d}{1+d-z} \right]$$

$$N = \frac{\sqrt{ab}}{r_b^2} \left\{ \frac{1}{2} \left[ 1.5y_m(1+d)^2 - b^2 - 2.25y_m(1+d)b \right] \right\}$$

$$+ (1+d) \left[ \frac{\frac{1}{2}zc+d}{1+d-z} \right]^2$$

$$a = h_o \left( 1 - \frac{h_o}{2r_o} \right), \quad b = h_o \left( 1 - \frac{h_o}{2r_o} \right) + (1+d)y_m$$

$$c = 1.5d(1+d); \quad z = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$d = \frac{y_m}{r_b}; \quad r_b = h_o + r_o$$

$h_o$ 、 $y_m$  和  $r_o$  分别为层的底高、半厚度和地球半径。

对于不同的  $h_o$  和  $y_m$  值计算出了相应的  $L$ 、 $M$ 、 $N$  值，再由根据  $L$ 、 $M$ 、 $N$  值作出了  $P_{\text{min}}(F)$  曲线。

本文用东西向和南北向两条电路上的返回斜测的实测结果论证了  $P_{\text{min}}(F)$  的理论关系，认为  $P_{\text{min}}(F)$  关系式能较好地反映实际情况，在实际中应用中使用该关系式是合适的。

本文对利用返回斜测实测的  $P(f)$  曲线，应用  $P_{\text{min}}(F)$  关系式推导电离层参量进行了讨论。

1. 利用探测站上空层的底高  $h_o$  和半厚度  $y_m$ ，推导了东西向和南北向两电路上反射点的临介频率  $f_c$ ，并将它与反射点垂直探测的临介频率进行了比较，由较比结果得出，利用返回斜测数据可在一定误差范围内推导出远地上空电离层的临介频率  $f_c$ 。

2. 对利用实测的  $P(f)$  曲线上的三个数据点推导远地上空层的参量  $h_o$ 、 $y_m$  和  $f_c$  也进行了探讨，认为比法对  $P_{\text{min}}$  的精度要求很苛刻，即要达到一公里以下，这显然是无法实现的。

# 同步斜向探测仪及实验结果的初步分析

金 雷 吴世才

本文介绍了同步斜向探测仪的工作原理，技术指标及各分机概况，对一九七八年我国第四次远洋考查中武汉——南太平洋的两条线路上的跨赤道短波同步斜向探测试验结果进行了初步的分析。

同步斜测仪包括频率标准与数字钟，频率合成器，程序控制器，接收机，显示器，校时装置，天线等几部分，是在我系自制的自动斜向返回探测仪的基础上设计制作的，并与自动斜向返回探测仪联合使用。工作时，两机分别置于通讯线路的两端，构成电离层斜向探测系统。本系统是研究电离层特性的有力工具，并能适时确定短波通信的最佳工作频率。当系统经校时后，同步斜测仪就能同步地接收自动斜向返回探测仪发出的 $2\text{--}32MC/S$ 的扫频脉冲讯号，且照相记录频率——时延曲线。系统的同步工作状态靠电路两端控制时钟的校时分机保证。借助短波授时台的时号进行校时，为系统提供了与标准时间差约1毫秒的时间讯号。

同步斜测仪研制成功后，即于一九七八年八至十月分装入远洋考查船，在武汉附近的武汉大学黄陂试验站至南太平洋某区两条线路（大圆距离分别为 $7400km$ 及 $8060km$ ）上进行了跨越地磁赤道的短波同步斜测试验。在上述两条线上，置于船上的同步斜测仪与置于黄陂试验站的自动斜向返回探测仪同步地工作，每小时的第30分钟至第45分钟作15次扫频斜投射试验，分别连续工作达一星期。在返航的线路上，也昼夜连续工作了两期星，从而获得了大量短波跨地磁赤道传播的第一手资料。

赤道地区上空电离层电子密度分布的异常结构，加上试验路径长度远大于天波一跳的最大距离，这使横越赤道的电波传波模式复杂化。实验测得的几种典型的讯号描述，都未曾见到高低波重合现象，绝大多数频高曲线被分割成若干小段（而且，这种分割随时间变化很大），这种复杂情况说明了适时选频对确保远距离通讯的顺利进行的重要性。我们分别对两条线路上一个期星的实验记录进行了综合，得出了两张最高观测频率的日变化图及10月1日的可通频段分布图。我们注意到日落前后的最高观测频率远较正常观测结果高，达到 $30Mc/s$ 左右。这可能是由于赤道电离层在黄昏前后对电波的散射特别强，而这种散射传播大大扩展了可通频段的缘故。

# 10 KC/S 电子移相器

陈文亮

在用“校时示波器”比较法进行几个标准时间系统的对比时，一般借转电感移相器来改变“时间标志”和“时号”的相对位置、从而实现精确的测量和校正。

电感移相器是一种机械转动装置，转动移相器转轴，其输出信号相对于输入信号相位产生变动。电感移相器存在使用不便，转轴易于磨损的缺点。

10KC/S电子移相器免除了电感移相器的缺点，实践证明，它省料、省功、工作方便可靠，且完全满足技术指标的要求。

设有一信号电压可表示为：

$$V = B \cos[\omega_0 t + \theta(t)] \quad (1)$$

式中  $\omega_0$  为常量、 $\theta(t)$  为变量、 $\omega_0 t + \theta(t)$  为信号的瞬时相位。因而信号的角频率  $\Omega$  为：

$$\Omega = \frac{d[\omega_0 t + \theta(t)]}{dt} = \omega_0 + \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (2)$$

令  $\frac{d\theta(t)}{dt} = \alpha(t)$

则  $\theta(t) = \int_0^t \alpha(t) dt$

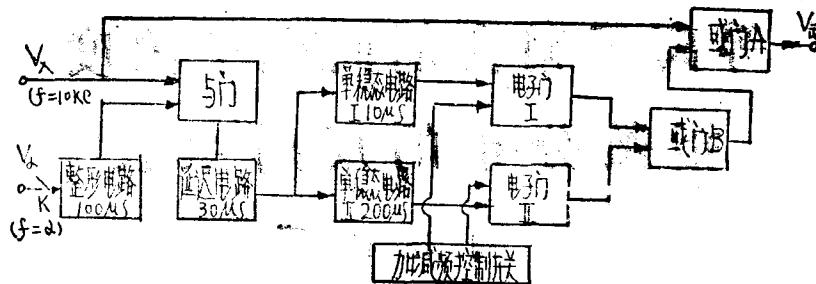
故(1)式为：

$$V = \cos(\omega_0 t + \int_0^t \alpha(t) dt) \quad (3)$$

移相器是由一个网络部件和控制器组成的系统，网络的输入端加入信号电压  $V_x = A \cdot \cos(\omega_0 t)$ ，其输出端电压为  $A_{出} = B \cdot \cos[\omega_0 t + \int_0^t \alpha(t) dt]$ ，即输出端相对于输入端信号相位发生移动值为  $\int_0^t \alpha(t) dt$ ， $\alpha(t)$  是由控制器所控制， $\alpha(t)$  也可取任意实数。

10KC/S 电子移相器就是依据上述原理，利用脉冲电路使输入频率为 10KC/S 脉冲信号加上或减去一个频率为  $\alpha/S$  脉冲信号，即得输出频率为  $10KC/S + \alpha/S$  或  $10KC/S - \alpha/S$  的脉冲信号，从而达到移相的目的。

图(一)是10KC/S电子移器的移相方框原理图。



图(一)

图中,  $V_x$  为频率等于  $10\text{KC/S}$  的脉冲信号。 $V_a$  为频率等于  $a/S$  的脉冲信号。平时 “K” 处于开启状态, 或门 B 没有信号输出, 或门 A 的输出  $V_o$  全同  $V_x$ 。移相时、合闭开关 “K”,  $V_a$  便进入整形电路, 经与门、延迟电路, 在单稳态电路 “I”、“II”的输出端得到频率为  $a/s$  宽度分别为  $0.01\text{ms}$  和  $0.2\text{ms}$  脉冲。电子门 “I”、“II” 受加减频率控制开关的控制, 只存在 “I” 开 “II” 关或 “I” 关 “II” 开两种状态。当 “I” 开 “II” 关时, 在或门 A 端将得到频率为  $10\text{KC/S} + a/S$  的脉冲输出信号; 当 I 关 II 开时, 在或门 A 端得到频率为  $10\text{KC/S} - a/S$  的脉冲输出信号, 达到移相的目的。

当移相器加进或去掉  $n$  个脉冲时, 输出相对于输入相位将变动  $2n\pi$ , 即移相器的相位变动是离散值。故用这种移相器进行相位测量和校正会产生误差, 其最大值与输入信号的频率成反比  $\Delta t = \frac{1}{2f_0}$ 。因此在进行相位测量和校正时、对于不同的技术指标要求, 将采用不同输入频率的电子移相器。

# 等离子鞘套剖面电子浓度 指数分布的反射系数

陶 经 纬

高速飞行体再入大气层时，在其周围形成的等离子鞘套，使地面与它的通讯中断，遥测信号消失，并丧失电子对抗能力，迫使人们对等离子鞘套进行必要的研究。

为配合等离子鞘套的诊断，特别是用微波反射计测量等离子鞘套的反射系数所进行的研究，从传播角度讨论入射波在等离子鞘套中的反射，与反射计测量的结果进行比较，是有一定意义的。

本文根据某种高速飞行体再入大气层距地面53.340公里高度时的某种飞行体的等离子鞘套横切面电子浓度为指数分布，推导了电磁波垂直入射的反射系数计算公式。

电子浓度为指数分布时，垂直入射平面偏波所满足的波动方程为

$$\frac{d^2 E(x)}{dx^2} + \left\{ K_0^2 + N \left[ 1 - \frac{K_0^2 e^2}{(\omega - j\omega_{eff})\omega_m e_0} \right] \right\} E(x) = 0$$

经过变换得到这一方程的解为

$$E(x) = A_1 I_{J_2 K_0/\alpha} \left( \frac{2\sqrt{gN_0}}{\alpha} e^{\alpha x/2} \right)$$

$$+ B_1 K_{J_2 K_0/\alpha} \left( \frac{2\sqrt{gN_0}}{\alpha} e^{\alpha x/2} \right)$$

$$- d \leq x \leq 0$$

通过利用边介条件

$$E(x) \Big|_{x=0} = 0$$

$$E(x)_{ot} \Big|_{x=-d} = E(x)_{it} \Big|_{x=-d}$$

确定  $A_1$ 、 $B_1$ ，

最后得到

$$E = \frac{1 + A_o' e^{-jK_o d}}{I_{j_2 K_o / \alpha} \left( \frac{2\sqrt{gN_o}}{\alpha} e^{-\alpha d/2} \right) - \frac{I_{j_2 K_o / \alpha} \left( \frac{2\sqrt{gN_o}}{\alpha} \right)}{K_{j_2 K_o / \alpha} \left( \frac{2\sqrt{gN_o}}{\alpha} \right)} K_{j_2 K_o / \alpha} \left( \frac{2\sqrt{gN_o}}{\alpha} e^{-\alpha d/2} \right)} x$$

$$x \left\{ I_{j_2 K_o / \alpha} \left( \frac{2\sqrt{gN_o}}{\alpha} e^{\alpha x / 2} \right) - \frac{I_{j_2 K_o / \alpha} \left( \frac{2\sqrt{gN_o}}{\alpha} \right)}{K_{j_2 K_o / \alpha} \left( \frac{2\sqrt{gN_o}}{\alpha} \right)} K_{j_2 K_o / \alpha} \left( \frac{2\sqrt{gN_o}}{\alpha} e^{\alpha x / 2} \right) \right\}$$

反射系数为

$$R = - \frac{I_{j_2 K_o / \alpha} \left( \frac{2\sqrt{gN_o}}{\alpha} \right) K_{j_2 K_o / \alpha} \left( \frac{2\sqrt{gN_o}}{\alpha} e^{\alpha x / 2} \right)}{K_{j_2 K_o / \alpha} \left( \frac{2\sqrt{gN_o}}{\alpha} \right) I_{j_2 K_o / \alpha} \left( \frac{2\sqrt{gN_o}}{\alpha} e^{\alpha x} \right)}$$

# 用并矢格林函数法求解自由空间中介质球的散射

李 焕 矩

本文运用电磁理论中的并矢格林函数方法，具体地推导了自由空间中介质球对电波的散射，所获结果可用于雨滴对微波散射的理论计算。

自由空间中介质球的散射问题在下述情况下，具有重要意义：

在降雨条件下，研究 2GHz 以上电波传播的规律时，需要考虑雨滴对电波的散射，从气象角度而言，雨滴是以力学稳定系统的形式存在着，空中水与气交界面上的表面力总是要把交界面缩到得小，故雨滴多呈球形或扁椭球形。这样，在忽略雨滴间相互作用的前提下，作为一级近似，将雨滴等效为介质球来从理论上进行研究是完全可取的。

并矢格林函数的整个内容主要地就是在各种类型的边介条件下，通过获得各种并矢格林函数来解波动方程。

球外场的分布。

$$\begin{aligned} E_1(R) &= \frac{-k\omega\mu_0c}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \left\{ (-i)^n (-i) \frac{e^{ikb}}{kb} [\bar{M}_{o1n}(k) + A_{en} \bar{M}_{o1n}^{(1)}(k)] \right. \\ &\quad \left. + (-i)^n \frac{e^{ikb}}{kb} [N_{e1n}(k) + B_{en} \bar{N}_{e1n}(k)] \right\} \\ &= E_o \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \{ [\bar{M}_{o1n}(k) + A_{en} \bar{M}_{o1n}^{(1)}(k)] + i[\bar{N}_{e1n}(k) \\ &\quad + B_{en} \bar{N}_{e1n}^{(1)}(k)] \} \end{aligned}$$

式中  $\bar{M}_{o1n}(k)$ ,  $\bar{M}_{o1n}^{(1)}(k)$ ,  $\bar{N}_{e1n}(k)$ ,  $\bar{N}_{e1n}^{(1)}(k)$   $A_{en}$ ,  $B_{en}$  按下式计算

$$\bar{M}_{o1n}(k) = \frac{1}{\sin \theta} j_n(kR) p'_n(\cos \theta) \cos \phi \hat{\theta} - j_n(kR)$$

$$\frac{\partial p'_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \sin \phi \hat{\Phi}$$

$$\bar{M}_{o1n}^{(1)}(k) = \frac{1}{\sin \theta} h_n^{(1)}(kR) p'_n(\cos \theta) \cos \phi \hat{\theta} - h_n^{(1)}(kR) \frac{\partial p'_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \sin \phi \hat{\Phi}$$

$$\bar{N}_{e1n}(k) = \frac{n(n+1)}{kR} j_n(kR) P'_n(\cos \theta) \cos \phi \hat{R} + \frac{1}{kR} \frac{\partial}{\partial R} [R j_n(kR)$$

$$\left[ \frac{\partial P'_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \cos \phi \hat{\theta} - \frac{1}{\sin \theta} P'_n(\cos \theta) \sin \phi \hat{\phi} \right]$$

$$\bar{N}_{e1n}^{(1)}(k) = \frac{n(n+1)}{kR} h_n^{(1)}(kR) P'_n(\cos \theta) \cos \phi \hat{R} + \frac{1}{kR} \frac{\partial}{\partial R} [R h_n^{(1)}(kR)]$$

$$\left[ \frac{\partial P'_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \cos \phi \hat{\theta} - \frac{1}{\sin \theta} P'_n(\cos \theta) \sin \phi \hat{\phi} \right]$$

$$A_{\rho n} = \frac{j_n(\rho_2)}{h_n^{(1)}(\rho)} \frac{[\rho j_n(\rho)]' - \frac{j_n(\rho)}{h_n^{(1)}(\rho)} [\rho h_n^{(1)}(\rho)]'}{[\rho_2 j_n(\rho_2)]' - \frac{j_n(\rho_2)}{h_n^{(1)}(\rho)} [\rho h_n^{(1)}(\rho)]'}$$

$$B_{\rho n} = -\frac{k_2 [\rho j_n(\rho)]' [\rho_2 j_n(\rho_2)]' - k_2 \rho_2 j_n(\rho_2) [\rho j_n(l)]'}{k_2 [\rho h_n^{(1)}(\rho)]' j_n(\rho_2) \rho_2 - k \rho h_n^{(1)}(\rho) [\rho_2 j_n(\rho_2)]'}$$