物理学

（第三册 物质与波）

施建青 主编
施建青 编著
徐志君
林国成
徐东辉

GAODENG JIAOYU JINGPIN DAXI

全国普通本科规划教材

世纪高等教育精品大系

浙江科学技术出版社
科学出版社

浙 江 省 高 等 教 育 重 点 教 材

物 理 学

(第三册 物质与波)

施建青 主 编

施建青 编 著
徐志君
林国成
徐东辉

全国普通本科规划教材

世纪高等教育精品大系

浙江科学技术出版社

科 学 出 版 社

内容简介

物理学是自然科学中最具有活力的带头学科，它是人类认识自然、改造自然和创造财富所不可缺少的理论工具及手段，在学生素质教学中有着极其重要的地位和作用。

本教材从新世纪工程技术人才培养的总体要求出发，以培养学生的能力和素质为目的，以物质的存在形式和基本性质为主线，以现代教育思想、教育方法为指导，来设计大学物理的内容和课程体系；以现代物理思想统筹教学内容，注意加强物理学与现代科学技术的联系，来安排大学物理的教学内容；以统一性思想贯穿整个教材，从现代物理的思想高度来阐述基础物理的内容。这是一部突破传统体系，改革力度较大的面向工科学生的新教材，有利于提高物理教学的水平和学生科学素质的培养。

本教材共分三册，分别为第一册实物物质；第二册场物质；第三册物质与波。本书为第三册物质与波，包括振动学基础、波动学基础、波动光学、场的量子性、量子力学基础及其应用等内容。

本书可作为理工科大学非物理专业学生的物理教材，也可以作为专科院校、函授、电视大学、夜大学师生的教学参考书。

图书在版编目（CIP）数据

物理学.第3册，物质与波/施建青主编；徐志君，林国成，徐东辉编著.-杭州：浙江科学技术出版社，2005.8

（世纪高等教育精品大系）

ISBN 7-5341-2593-6

Ⅰ.物… Ⅱ.①施… ②徐… ③[redacted] ④徐[redacted]

Ⅲ.物理学-高等学校-教材 [redacted].O4

中国版本图书馆CIP数据[redacted]字（2005）第01[redacted]804号

书　名	**物理学（第三册[redacted]**
主　编	**施建青**
编　著	施建青　徐志君　林国成　徐东辉
出版发行	浙江科学技术出版社 科　学　出　版　社
印　刷	浙江印刷集团有限公司
制　作	浙江科学技术出版社
联系电话	0571-85161296
开　本	787×1092 1/16
印　张	15.75
字　数	388 000
版　次	2005年8月第1版
印　次	2005年8月第1次印刷
书　号	**ISBN 7-5341-2593-6**
定　价	**26.00元**
责任编辑	陈　岚
封面设计	孙　菁

前　言

物理学是自然科学中最具有活力的带头学科，它是人类认识自然、改造自然和创造财富所不可缺少的理论工具及手段，在学生素质教学中有着极其重要的地位和作用。随着科学技术的迅猛发展，物理学不断揭示出许多新的现象与规律，这势必迫切要求物理教学能及时反映物理学的进展。大学物理作为工科院校的一门重要基础课程，对物理教学进行改革的要求也越来越迫切。

本教材从新世纪工程技术人才培养的总体要求出发，以培养学生的能力和素质为目的，以物质的存在形式和基本性质为主线，以现代教育思想、教育方法为指导，来设计大学物理的内容和课程体系；以现代物理思想统筹教学内容，注意加强物理学与现代科学技术的联系，来安排大学物理的教学内容；以统一性思想贯穿整个教材，从现代物理的思想高度来阐述基础物理的内容，并注意保持基础课程的风格。这是一部突破传统体系，改革力度较大的面向工科学生的新教材，有利于提高物理教学的水平和学生科学素质的培养。

本教材是浙江省高等教育重点建设教材，共分三册。第一册实物物质，包括绪论、运动的描述、三大守恒定律、多粒子体系（统计物理学基础和热力学基础）、狭义相对论等内容；第二册场物质，包括静电场与稳恒电流场、稳恒磁场、变化电磁场等内容；第三册物质与波，包括振动学基础、波动学基础、波动光学、场的量子性、量子力学基础及其应用等内容。

本书为第三册物质与波。本书的第九章、第十章由施建青执笔，第十一章由林国成执笔，第十二章和第十三章由徐东辉、施建青共同执笔，第十四章由徐志君执笔，全书由施建青统稿。本书是大学物理课程建设的结晶，凝聚着参与课程建设教师们多年来的集体智慧和心血。在本书的编写过程中，自始至终得到浙江省教育厅、浙江工业大学等有关部门的关心和支持，得到所有参加过大学物理课程建设的老师们的指导和热情帮助，在此致以衷心的感谢。

本教材可作为理工科大学非物理专业学生的物理教材，也可以作为专科院校、函授、电视大学、夜大学师生的教学参考书。

由于编者水平有限，书中的不足不妥之处，谨请专家、同行和读者批评指正。

编　者

2005 年 2 月

目　　录

物质与波

物质与波

物质与波是密不可分的。

振动（vibration）是自然界及人类生产实践中经常发生的一种普遍的运动形式。物体在平衡位置附近作具有时间周期性的往复运动，称为机械振动（mechanical vibration）。例如，树枝的晃动、水面的起伏、钟摆的摆动、胡琴的弦振动、气缸中活塞的运动、一切发声物体的运动、机器运转时各部分的微小颤动等都是机械振动。机械振动是自然界和人类社会生产活动中最常见的一种周期性运动。振动现象是非常普遍的，不仅在力学中广泛存在，而且在电磁学、光学、原子物理学等物理学的其他领域中也广泛存在。从广义地讲，任何一个描述物体运动状态的物理量（如温度、电流、电压、电量、电场强度、磁感应强度、位置矢量等）在某一个定值附近作反复的变化，都可称为该物理量在振动。例如，电磁场的变化、分子的热运动、晶体中原子的运动、化学反应时物质浓度等在某一个值附近作来回重复的变化等都是振动。从最宏大的范围看，一些宇宙学家认为，整个宇宙可能在作两次振动的间隔为数百亿年的振动。在许多情况下，振动常常是有害的，如降低机床加工精度、影响机械设备的寿命，甚至引起重大破坏事故等。但是，振动也有其有利的一面，如选矿筛等都是利用振动原理设计的。为了利用振动的有利因素，避免其有害因素，所以必须要研究振动遵从的基本规律。各种不同形式的振动都具有相同的规律，这种规律性还可以用统一的数字形式来表示。

振动在空间的传播就是波（wave）。在弹性介质中发生的波动，是依靠弹性介质质点的机械振动而产生和传播的，因而称为机械波（mechanical wave）或弹性波（elastic wave）。水波（water wave）、声波（sound wave）、地震波（seismic wave）都属于机械波。但是，并非所有的波都依靠介质传播，光波、无线电波可以在真空中传播，它们是另一类波，称为电磁波（electromagnetic wave），即电磁振动（electromagnetic oscillation）在空间传播。光是一种特殊波段的电磁波，光波是电磁振动在空间的传播过程。光的波动性已在其干涉、衍射及偏振现象中得到了充分的证明，这些现象已在现代科学技术和生产中有着广泛的应用。微观粒子也具有波动性，这种波称为实物波或德布罗意波。虽然各类波的波源不同，与物质相互作用的规律也不一样，但是，它们都具有波动的共同特性，并遵从相似的规律。例如，它们在波动过程中都伴随着能量的传播，都能产生反射和折射现象，都会出现干涉和衍射现象。所以，通常把这些普遍的特性称为波动性（undulatory property）。由于各类波都遵从相似的规律，所以数学描述的方法也是相通的。

振动学和波动学具有很强的理论性和实用性。波是振动在空间的传播，振动是波动的基础。振动和波动的基本理论在物理学的声学、光学、原子物理、凝聚态物理等各个领域中，在交通、机械、建筑、地震学、无线电技术、光电通信技术等现代工程技术领域中有

广泛的应用，如材料内部受力情况的探测、物质结构的研究、长度的精密测量、产品机械的加工、质量的检验、无线电通信、激光通信、全息摄影和遥感遥测技术等都是以振动学和波动学为理论依据的。

量子力学是人类在对物质世界的探索深入到微观领域的情况下，于 20 世纪初到 20 年代中期建立起来的。在研究微观物质世界的过程中，人们发现，微观粒子的运动行为与日常生活经验中粒子的运动行为有本质的差异。在这里，我们遇到一种新的自然现象——量子现象，其特征需要用一个普适的常数——普朗克常数来表征；在这里，经典物理学遇到了无法克服的矛盾。为了理解量子现象，必须发展新的物理概念和理论，以代替失效的经典理论体系，解释观察到的实验事实。在普朗克、爱因斯坦、波尔、德布罗意、海森堡、薛定谔、狄拉克、波恩等一批物理学家的努力下，这种探索终于获得了成功。

量子力学的规律是人们在探索微观领域的过程中发现的，但这并不意味着量子力学的规律与宏观世界无关。事实上，量子力学的规律不仅支配着微观世界，而且也支配着宏观世界，可以说，全部物理学都是量子物理的。描述宏观自然现象的经典力学规律，实质上不过是量子力学规律的一个近似。此外，在宏观尺度范围也存在量子效应（如超导电现象、液氦超流现象、A-B 效应等等）。

量子力学极大地影响了现代物质文明。20 世纪 40 年代，物理学使人类掌握了核能的奥秘。核能的利用，放射性与核磁共振在医学上的应用，已为大家所熟知。20 世纪 50～60 年代发明的激光，被广泛应用在科学研究、工业、农业、医学、通讯、军事和家庭生活等各个领域。1947 年晶体管的发明标志着信息时代的开始（现代电子信息技术是以计算机为基础发展起来，而计算机的硬件基础是半导体集成电路）。所有这一切，都与量子物理的发展息息相关。可以毫不夸张地说，没有量子物理，就没有现代物质文明。在 21 世纪，量子物理的基本思想和基本概念必将成为一种科学常识，被越来越多的人所熟知。

在本册书中，我们一方面要研究和讨论振动与波的基本概念、共同特征和基本规律，并利用波动的基本理论来研究光的干涉、衍射以及偏振等现象；另一方面，简单介绍量子理论的建立、量子力学的基本概念及其应用。

第九章　振动学基础

在自然界中大量的振动是周期性的，其中最简单、最基本的周期性振动是简谐振动（simple harmonic vibration）。任何复杂的振动都可以分解为若干个简谐振动，也就是说，可以把复杂的振动看成是几个简谐振动的合成。本章的讨论就从简谐振动开始，主要研究简谐振动的特征、描述及其规律。

9.1 简谐振动

研究简谐振动的理想模型是弹簧振子。

如图 9-1-1 所示，在一个光滑的水平面上，有一个质量可以忽略的劲度系数为k的弹簧（质量可以忽略的弹簧简称轻弹簧，如无专门说明，本书中所讲的弹簧皆为轻弹簧），一端固定，另一端系一质量为 m 的物体，这样的系统为弹簧振子。当弹簧呈松弛状态（弹簧为原长）时，m 在水平方向不受力的作用，此时 m 处于 O 点，该点称为平衡位置。若将 m 从平衡位置向右或者向左稍微移动一段距离，然后放开。m 将在弹簧的弹性回复力 F 的作用下沿水平方向在平衡位置附近作往复运动。如果不考虑空气阻力，弹簧振子的运动是最简单的周期性的直线运动，这种运动就是简谐振动，简称谐振动。下面首先讨论其运动方程。

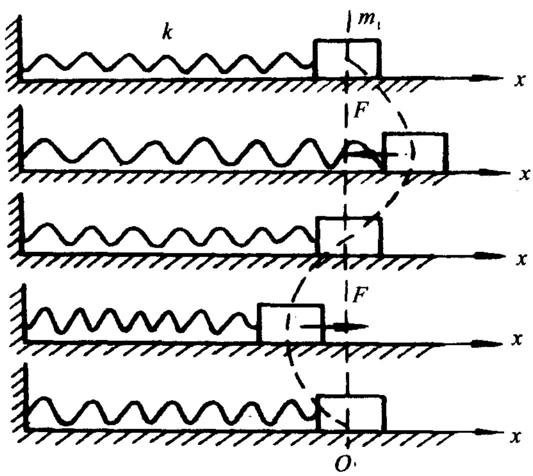

图 9-1-1

9.1.1 简谐振动的运动方程

1. 简谐振动判据

（1）弹性回复力。

如图 9-1-1 所示，为了描述物体 m 的运动情况，我们取 m 的平衡位置 O 为坐标原点，取通过 O 点向右的的水平线为 x 轴。如果 m 的偏离平衡位置的位移为 x，即弹簧的形变。由胡克定律，m 所受弹性回复力 F 可以表示为

$$F=-kx \tag{9-1-1}$$

这里，负号表示力 F 的方向与位移 x 的方向相反。具有这种性质的力称为线性回复力。在图 9-1-1 中，m 所受回复力 F 也就是该质点所受的合外力。这样，就得到了判断一个物体的

运动是不是作简谐振动的第一个判据。

判据 1：如果物体所受到的合外力与位移成正比，且方向相反，则该物体的运动必定是简谐振动。

（2）简谐振动的动力学方程。

根据牛顿第二定律，简谐振动的质点的加速度为

$$a=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=\frac{F}{m}=-\frac{k}{m}x \tag{9-1-2}$$

对于一个给定的弹簧振子，$m>0$，$k>0$，且 m 和 k 是常数，故可设

$$\omega^2=\frac{k}{m} \tag{9-1-3}$$

则（9-1-2）可以写为

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-\omega^2x \tag{9-1-4}$$

即

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2x=0\text{ 或 }\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-\omega^2x \tag{9-1-5}$$

上式称为简谐振动的动力学方程。（9-1-5）式指出：如果物体的加速度与位移成正比，且方向相反，则该物体的运动为简谐振动。这样，进一步推广可以得到简谐振动的第二个判据。

判据 2：任一个物理量对时间的二阶导数与其本身成正比且反号时，则该物理量作简谐振动。

（3）简谐振动的运动方程。

（9-1-5）式的简谐振动的动力学方程的解为

$$x=A\cos(\omega t+\varphi) \tag{9-1-6}$$

式中 A 和 φ 为积分常数，分别表示为简谐振动的振幅和初相位，它们的物理意义和确定方法将在后面讨论。（9-1-6）式称为简谐振动的运动方程，这样，可以得到简谐振动的第三个判据。

判据 3：任一个物理量如果是时间的余弦（或者正弦）的函数，则该物理量作简谐振动。

2．简谐振动的振动曲线

将物体视为质点，在（9-1-6）式中对时间求导，可以得到任意时刻简谐振动质点的速度和加速度

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-\omega A\sin\left(\omega t+\varphi\right)=-v_m\sin\left(\omega t+\varphi\right)=v_m\cos\left(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right) \tag{9-1-7}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-\omega^2A\cos\left(\omega t+\varphi\right)=-a_m\cos\left(\omega t+\varphi\right)=a_m\cos\left(\omega t+\varphi+\pi\right) \tag{9-1-8}$$

这里，$v_m=\omega A$ 和 $a_m=\omega^2A$ 分别称为速度的幅值和加速度的幅值。由此可见，质点作简谐振动时，其位移、速度、加速度都是随时间作周期性变化的。图 9-1-2 给出了简谐振动的位移、速度、加速度与时间的变化关系。其中表示 x-t 关系的一条曲线称为振动曲线（vibration curve）或振动图线。

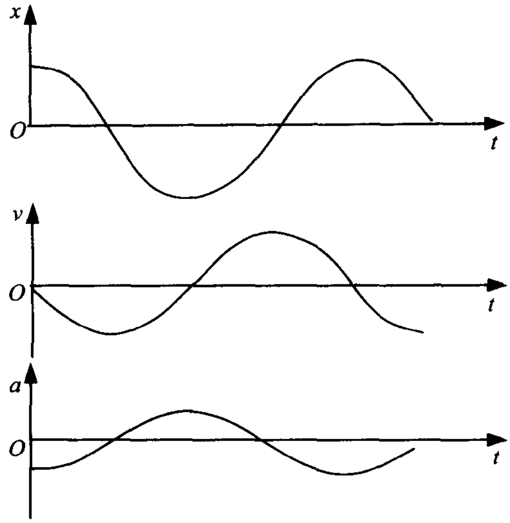

图 9-1-2

【例 1】 质量为 m 的某液体，密度为 ρ，装在 U 形管中，管的横截面为 S，如图 9-1-3 所示。证明：如果不考虑液体与管壁间的摩擦，当液面上下自由振动时，液面的运动为简谐振动。

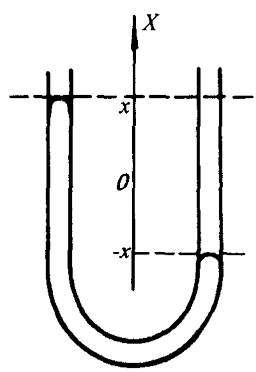

图 9-1-3

证明：取如图所示的坐标 OX，坐标的原点选在两液面高度相同的平衡位置。设 t 时刻左边的液面上升了 x，液面的速度为 v。由于在液体运动过程中仅有重力作功，机械能守恒，取平衡位置时系统势能为零，则液体在 t 时刻的机械能为

$$\frac{1}{2}mv^2 + \rho Sgx^2 = 常量$$

将上式对时间求导，有

$$mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + 2\rho Sgx\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 0$$

化简后有

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{2\rho Sg}{m}x = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 x = 0$$

由此可见，液面的运动为简谐振动。而且

$$\omega = \sqrt{\frac{2\rho Sg}{m}}$$

9.1.2 简谐振动的特征量

对于一个简谐振动，如果 A，ω 和 φ 都知道了，就可以写出它的完整的表达式，也就是全部掌握该简谐振动的特征了。因此，这 3 个量叫作描述简谐振动的 3 个特征量。

1．振幅 A

在（9-1-6）式的简谐振动的运动方程中，因余弦（或正弦）函数的绝对值不大于 1，所以质点的振动范围只能处于$+A$ 与$-A$ 之间。通常把简谐振动的质点离开平衡位置的最大位移的绝对值叫做振幅（amplitude）。它给出了质点运动的范围，反映了质点振动的强弱。

在 SI 制中，振幅的单位是米（m）。

2．周期 T、频率 ν 和角频率 ω

振动量完全重复一次振动所需要的时间，叫做振动的周期（period），常用 T 表示。由于每隔一个周期，振动状态就完全重复一次，所以

$$x(t)=x(t+T)$$

$$A\cos(\omega t+\varphi)=A\cos[\omega(t+T)+\varphi]$$

$$\omega t+\varphi+2\pi=\omega(t+T)+\varphi$$

得

$$T=\frac{2\pi}{\omega} \tag{9-1-9}$$

系统在单位时间内（即 1s 内）所做的完全振动的次数称作振动频率（frequency），用 ν 表示。显然频率、周期和角频率之间的关系为

$$\nu=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi} \tag{9-1-10}$$

$$\omega=2\pi\nu=\frac{2\pi}{T} \tag{9-1-11}$$

所以，ω 表示质点在 2π s 的时间内所做的完全振动的次数，称为振动系统的角频率（angular frequency），也称为圆频率（circular frequency）。

在 SI 制中，周期 T、频率 ν 和角频率 ω 的单位是秒（s）、赫兹（Hz）和弧度·秒$^{-1}$（rad·s^{-1}）。

利用（9-1-11）式的关系，（9-1-6）式的简谐振动的运动方程可以写为

$$x=A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\varphi\right)$$

或者

$$x=A\cos\ (2\pi\nu t+\varphi)$$

对于弹簧振子而言，由（9-1-3）式可知

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{9-1-12}$$

因此

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{9-1-13}$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{9-1-14}$$

对于一个质量为 m 和倔强系数 k 都确定的谐振系统来说，其 ω、ν 和 T 都是有振动系统的本身决定的，与初始条件无关，分别称为振动系统的固有角频率、固有频率和固有周期。某些振动的固有周期的数值如表 9-1-1 所示。

表 9-1-1　某些振动的固有周期

振动系统	周　期（s）
人的心脏跳动	≈1
中子星的脉冲辐射	0.03～4.3
交流电	2×10^{-2}
中频声振动	10^{-3}
超声振动	10^{-4}
中频电磁振动	10^{-6}
原子振动	10^{-15}
核振动	10^{-21}

3. 相位（$\omega t+\varphi$）和初相 φ

由（9-1-6）、（9-1-7）和（9-1-8）式可知，在角频率 ω 和振幅 A 确定的情况下，振动质点在任一时刻 t 的运动状态（指位移、速度与加速度）都由（$\omega t+\varphi$）决定。（$\omega t+\varphi$）是决定简谐振动质点运动状态的物理量，称为振动的相位（phase），或者称为位相。显然，t=0 时刻的相位 φ，称为初相位（initial phase），或称初位相，简称初相。

在 SI 制中，相位的单位是弧度（rad）。

相位是决定简谐振动质点运动状态的物理量，在振动和波动的研究中这是一个十分重要的概念。用相位来描述质点的谐振动状态有两个优点。首先，质点在振动的一个周期内所经历的状态没有一个是完全相同的，从对应的相位来看，相当于相位从 0 到 2π 的变化。这样，可以直观、明显地体现简谐振动具有周期性的特点；其次，可以比较两个简谐振动在步调上的差异。设有两个同频率的谐振动，它们的表达式分别为

$$x_1 = A\cos(\omega t + \varphi_1)$$
$$x_2 = A\cos(\omega t + \varphi_2)$$

它们的相位差为

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1 \tag{9-1-15}$$

即两个同频率的谐振动在任意时刻的相位差恒等于其初相位差。下面讨论不同相位差的情况：

（1）当 $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$（$k$=0、1、2、…，为正整数）时，两振动质点将同时到达各自同方向的位移的最大值，同时通过平衡位置且向同方向运动，它们的步调完全一致，我们称它们“同相”。

（2）当 $\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi$（$k$=0、1、2、…）时，两振动质点，一个到达正方向最大位移处，而另一个却恰到负方向最大位移处，它们同时到达平衡位置但运动方向相反，即两个振动的步调完全相反，我们称这样的两个振动为“反相”。

（3）当$\Delta\varphi$为其他值时，我们称这两个振动“不同相”。如果$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1>0$，我们称$x_2$的振动超前于$x_1$的振动$|\Delta\varphi|$相位，或者说$x_1$的振动落后于$x_2$的振动$|\Delta\varphi|$相位；如果$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1<0$，我们则称$x_1$的振动超前于$x_2$的振动$|\Delta\varphi|$相位，或者说$x_2$的振动落后于$x_1$的振动$|\Delta\varphi|$相位。

相位不但可用来比较简谐振动中同一物理量变化的步调，也可以比较不同物理量之间变化的步调。比较（9-1-6）式、（9-1-7）式、（9-1-8）式可以看出，速度的相位比位移的相位超前$\frac{\pi}{2}$；加速度的相位比位移的相位超前（或落后）π，即二者恒反相。速度的相位比加速度落后$\frac{\pi}{2}$（或超前$\frac{3\pi}{2}$）。

4．振幅A和初相φ的确定

由于振幅A和初相φ是在求解（9-1-6）式的简谐振动的动力学方程时出现的积分常数，所以它们由振动的初始条件决定。设t=0时，简谐振动质点的初位移为x_0，初速度为v_0。由（9-1-6）式和（9-1-7）式可知

$$x_0=A\cos\varphi$$
$$v_0=-\omega A\sin\varphi$$

由此可解得

$$A=\sqrt{x_0^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2} \tag{9-1-16}$$

$$\varphi=\operatorname{arctg}\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) \tag{9-1-17}$$

在用（9-1-17）式确定φ时，一般说来，在$-\pi$到π之间有两个值。在实际计算中，往往由$\cos\varphi=\frac{x_0}{A}$确定$\varphi$的大小，由$\sin\varphi=-\frac{v_0}{\omega A}$确定$\varphi$所在的象限。

【例2】 有一放置在光滑的水平面上劲度系数为32.0N·m^{-1}的轻弹簧，其一端被固定，另一端系一质量为500g的物体。将物体沿弹簧长度方向拉伸至距平衡位置10.0cm处，然后将物体由静止释放，物体将在水平面上沿一直线作简谐振动，分别写出振动的位移、速度和加速度与时间的关系。

解：设物体沿x轴作简谐振动，并取平衡位置为坐标原点，在初始时刻t=0时，物体所处的位置在最大位移处，所以振幅为

$$A=10.0\text{cm}=0.100\text{m}$$

振动角频率为

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{32.0}{0.500}}\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}=8.00\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

如果把振动写为一般形式，即

$$x = A\cos(\omega t+\varphi)$$

当 t=0 时，物体处于最大位移处，$x = A$，那么必定有$\cos\varphi = 1$，所以初相位$\varphi = 0$。这样很容易写出位移与时间的关系，为

$$x = 0.100\cos 8.00t \text{ m}$$

物体运动的速度和加速度的最大值分别为

$$v_m = \omega A = 8.00\times 0.100\text{m}\cdot\text{s}^{-1} = 0.800\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$a_m = \omega^2 A = (8.00)^2\times 0.100\text{m}\cdot\text{s}^{-2} = 6.40\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

速度和加速度与时间的关系分别为

$$v = -0.800\sin 8.00t \quad \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$a = -6.40\cos 8.00t \quad \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

【例 3】　在图 9-1-4 中，劲度系数为 k 的轻弹簧下悬挂着质量分别为 M 和 m 的物体，在系统处于平衡状态时，轻轻取走物体 m 并开始计时，以向上为正方向，求系统作谐振动的特征量和运动方程。

解：当 m 取走以后，轻弹簧和 M 系统将作简谐振动（读者可自行证明），振动系统的角度频率为

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

以弹簧的 M 系统的平衡位置 O 为坐标原点，向上为正方向，建立如图 9-1-4 所示中的坐标系。得初始条件为

$$t=0\text{ 时，}\begin{cases} x_0 = -\dfrac{mg}{k} \\ v_0 = 0 \end{cases}$$

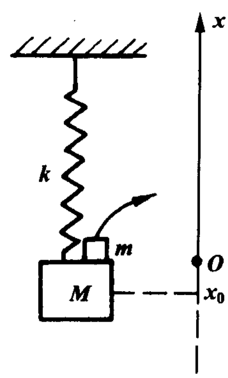

图 9-1-4

利用（9-1-16）式，可知系统的振幅为

$$A = \sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}} = \frac{mg}{k}$$

又利用初始条件，得

$$\cos\varphi = \frac{x_0}{A} = -1$$

可得振动系统的初相为

$$\varphi = \pi$$

振动系统的运动方程为

$$x = \frac{mg}{k}\cos\left[\sqrt{\frac{k}{M}}t+\pi\right]$$

【例 4】　如图 9-1-5 所示，在一倔强系数为 k 的弹簧下面挂一质量为 M 的水桶，以振