

★根据最新课程标准实验教材编写★



与北师大课标版配套

# 中学学习一本通

ZHONGXUE XUEXI  
YIBENTONG

数学 八年级下册



新课标

广西教育出版社

★根据最新课程标准实验教材编写★

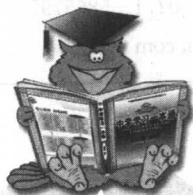


与北师大课标版配套

# 中学学习一本通

## ZHONGXUE XUEXI YIBENTONG

数学 八年级下册



新课标

广西教育出版社

## 学习一本通

书名：中学学习一本通 数学八年级下册（北师大课标）

主编：赵文隆 杜彦华

作者：赵德皎 苗春雨 陆德宽 金文君 黄永基 张祥宏 郭安仁

张孝荣 姚 勇 孔庆辉 黄安平 赵文骏 王月如 谷守义

张剑池 康 申 费永法 周长贵 吴曙光 耿东程 李素琴

夏碧莲 沈培华 周丽灵 宋志梅 高 杨

出品人：蓝小星

总策划：黄力平 黄红杰

责任编辑：李 燕

美术编辑：鲍 翰

整合设计：雅泰书装

广西教育出版社出版发行

广西南宁市鲤湾路8号 邮政编码：530022

电话：0771-5865797 传真：0771-5865797

电子邮件：newbook@vip.sina.com

中国农业出版社印刷厂印刷

开本：890×1240 1/32

印张：7.75 字数：294千字

2006年1月第1版 2006年1月第1次印刷

ISBN 7-5435-4408-3/G·3458

定价：9.30元

# 出版说明

《学习一本通》以国家义务教育教学大纲及课程标准为依据，配套最新九年义务教育教材。

《学习一本通》适用性广泛：教师辅助教学，学生指导自修，家长辅导功课。

《学习一本通》紧扣学科知识，内容按“点—线—面”三个层次展开：

一、知识点：提供课程资源的信息库

《学习一本通》全方位提供课程知识、背景和资料，一书在手，省却购买、查找一般性资料书的费用和时间。便于师生、家长根据学生学习基础和课堂实际，自主组合教学资源，适应课程改革要求。

二、知识线：点拨重点、难点、考点的领航员

《学习一本通》全程归纳知识线索，点拨重疑点，链接各级试题库。知识体系完整，学习策略明晰，复习应考得心应手。

三、知识面：评估学习成效的指示灯

《学习一本通》分节（课）、章（单元）、学期和知识模块，设置多梯度训练，检测学习效果。训练设置重基础，重综合，重能力迁移，紧跟国家教育评估及测试方向。

为了使《学习一本通》不断完善，更好地为广大读者服务，恳请广大师生、家长批评指正。来信请寄：广西南宁市鲤湾路8号《学习一本通》编辑部收。邮政编码：530022。电子信箱地址：newbook@vip.sina.com。



---

/ 本书内容 /

【北师大课程标准版 八年级下册】

数 学

一、本章学习导引

二、学习要点梳理

三、学习能力提升

四、学习成果测评

五、本章复习与巩固

六、期中测试题

七、期末测试题

八、教材部分习题参考答案

九、本书部分习题参考答案

---

/benshu neirong/



/ 目 录 /

## 第一章 一元一次不等式和一元一次不等式组

1. 不等关系/1
2. 不等式的基本性质/5
3. 不等式的解集/8
4. 一元一次不等式/11
5. 一元一次不等式与一次函数/16
6. 一元一次不等式组/22

本章复习与巩固/29

## 第二章 分解因式

1. 分解因式/34
2. 提公因式法/37
3. 运用公式法/41

本章复习与巩固/47

## 第三章 分 式

1. 分 式/50
2. 分式的乘除法/55
3. 分式的加减法/58

4. 分式方程/62
- 本章复习与巩固/68

## 第四章 相似图形

1. 线段的比/73
2. 黄金分割/78
3. 形状相同的图形/83
4. 相似多边形/89
5. 相似三角形/93
6. 探索三角形相似的条件/98
7. 测量旗杆的高度/104
8. 相似多边形的性质/108
9. 图形的放大与缩小/114

本章复习与巩固/119

## 第五章 数据的收集与处理

1. 每周干家务活的时间/127
2. 数据的收集/132
3. 频数与频率/137
4. 数据的波动/145

本章复习与巩固/152

## 第六章 证明(一)

1. 你能肯定吗/161

2. 定义与命题/164

3. 为什么它们平行/167

4. 如果两条直线平行/172

5. 三角形内角和定理的证明/176

6. 关注三角形的外角/182

本章复习与巩固/188

期中测试题/194

期末测试题/197

教材部分习题参考答案/201

本书部分习题参考答案/217

# 第一章 一元一次不等式和一元一次不等式组



## 本章学习导引

### 【旧知识储备】

一元一次方程、二元一次方程组、一次函数以及生活中量与量之间的关系.

### 【新知识导入】

不等式是现实世界中不等关系的一种数学表示形式,它不仅是现阶段学习的重要内容,而且也是后续学习的重要基础.本章在学习了一元一次方程、二元一次方程组和一次函数的基础上,开始研究简单的不等关系.通过前面的学习,我们已初步体会到生活中量与量之间的关系是众多而且复杂的,但面对大量的同类型量,最容易使人想到的就是它们有大小之分.在此之前,我们已初步经历了建立方程模型和函数关系解决一些实际问题的“数学化”过程,为分析量与量之间的关系积累了一定的经验,我们将以此为基础展开不等式的学习.

## 1. 不等关系



### 学习要点梳理

#### 【要点 不等式的概念】

一般地,用符号“ $<$ ”(或“ $\leq$ ”),“ $>$ ”(或“ $\geq$ ”)连接的式子叫做不等式.

注:(1)等式与不等式的关系.等式与不等式都用来表示现实世界中的数量关系,等式表示的是相等关系,不等式表示的是不等关系.

(2)常用的不等号有“ $<$ ”,“ $>$ ”,“ $\leq$ ”,“ $\geq$ ”,“ $\neq$ ”五种.“ $<$ ”与“ $>$ ”不仅表示左右两边不相等,而且还明确表示了左右两边的大小关系;“ $\leq$ ”与“ $\geq$ ”也表示不等关系,“ $\leq$ ”表示不大于(小于或等于),“ $\geq$ ”表示不小于(大于或等于).在“ $\leq$ ”、“ $\geq$ ”中,只要有一个等号(或不等号)成立,该不等式就成立,如 $2 \geq -1$ , $3 \leq 3$ ;“ $\neq$ ”只是表示左右两边不相等.

(3)要正确地用不等式表示两个量的不等关系,就要正确理解“非负数”、“非正数”、“不大于”、“不小于”等数学术语.

**问题** 用适当的符号表示下列关系.

- (1) $a$ 的相反数是非负数;
- (2) $x$ 的2倍与7的和不小于3;
- (3) $m$ 是大于-1且不大于2的数;
- (4)八年级(2)班的男生人数比女生人数多.

**解题指导:** 解决此类问题的关键是正确理解题目中表示不等关系的关键词,然后将其准确地转换为符号语言.

**标准答案:** (1)  $-a \geq 0$  (2)  $2x + 7 \geq 3$  (3)  $-1 < m \leq 2$  (4) 设八年级(2)班的男生人数为  $a$ , 女生人数为  $b$ , 则  $a > b$



## 学习能力提升

### 【综合能力提升】

**例1** 下列不等式一定成立的是( ).

- A.  $x^2 > 0$       B.  $-2 < 0$       C.  $|x| > 0$       D.  $\frac{1}{x} < x$

**解题指导:** 选项 A, 当  $x = 0$  时,  $x^2 = 0$ , 所以  $x^2 > 0$  不一定成立. 选项 B,  $-2 < 0$  表示的意义是  $-2$  小于  $0$ , 这符合“负数小于  $0$ ”, 一定成立. 选项 C, 当  $x = 0$  时,  $|x| = 0$ , 所以  $|x| > 0$  不一定成立. 选项 D, 在正数范围内, 当  $x > 1$  时,  $\frac{1}{x} < x$  成立, 而当  $x \leq 1$  时,  $\frac{1}{x} < x$  不成立; 在负数范围内情况类似, 所以  $\frac{1}{x} < x$  不一定成立.

**标准答案:** B

**例2** 用甲、乙两种原料配制某种饮料, 已知这两种饮料的维生素 C 含量及购买价格如下表:

| 原 料           | 甲种原料 | 乙种原料 |
|---------------|------|------|
| 维生素 C 含量及购买价格 |      |      |
| 维生素 C/(单位/kg) | 600  | 400  |
| 原料价格/(元/kg)   | 8    | 4    |

(1) 现配制这种饮料 10kg, 要求至少含有 4200 单位的维生素 C, 试写出所需甲种原料的质量  $x$ (kg) 应满足的不等式;

(2) 现配制这种饮料 10kg, 要求购买甲、乙两种原料的费用不超过 72 元, 试写出所需甲种原料的质量  $x$ (kg) 应满足的不等式;

(3)若同时满足(1)、(2)两个条件,试写出  $x(\text{kg})$  应满足的不等式.

**解题指导:** 解这道题的关键是(1)首先读懂表中给出的已知条件,即分别是每千克甲、乙两种原料所含维生素 C 的量及购买价格;(2)找出配制 10kg 这种饮料所需甲、乙两种原料的质量分别为  $x\text{kg}$  和  $(10-x)\text{kg}$ ;(3)表示出甲、乙两种原料所提维生素 C 的量分别为  $600x$  单位和  $400(10-x)$  单位;(4)表示出甲、乙两种原料的总费用,分别为  $8x$  和  $4(10-x)$  元.从而根据题意写出不等式.

解: (1)  $600x + 400(10-x) \geq 4200$  (2)  $8x + 4(10-x) \leq 72$

$$(3) \begin{cases} 600x + 400(10-x) \geq 4200, \\ 8x + 4(10-x) \leq 72 \end{cases}$$

**例 3** 已知关于  $x, y$  的方程组  $\begin{cases} x + 2y = 5m + 1, \\ x - y = -m + 1, \end{cases}$  试列出使  $x \leq y$  成立的含有  $m$  的不等式.

**解题指导:** 要列出使  $x \leq y$  成立的不等式;需要用含有  $m$  的代数式表示出  $x$  和  $y$ , 解关于  $x$  和  $y$  的方程组便可以达到这一目的.

解: 解方程组  $\begin{cases} x + 2y = 5m + 1, & \textcircled{1} \\ x - y = -m + 1 & \textcircled{2} \end{cases}$  得  $\begin{cases} x = m + 1, \\ y = 2m. \end{cases}$  因为  $x \leq y$ , 所以可以得  $m + 1 \leq 2m$ .

### 【探究能力提升】

**例** 比较下列各题中两个式子的大小.

(1)  $-\frac{3}{4}m - 4$  与  $-\frac{3}{4}m - 5$ ;

(2)  $x + y$  与  $x - y$ ;

(3)  $\frac{a^2 - b^2 + 2}{2}$  与  $\frac{a^2 - 2b^2 + 1}{3}$ .

**解题指导:** 当  $a - b > 0$  时,  $a > b$ ; 当  $a - b = 0$  时,  $a = b$ ; 当  $a - b < 0$  时,  $a < b$ . 这种比较大小的方法称为“作差比较法”.

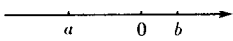
解: (1) 因为  $\left(-\frac{3}{4}m - 4\right) - \left(-\frac{3}{4}m - 5\right) = 1 > 0$ , 所以  $-\frac{3}{4}m - 4 > -\frac{3}{4}m - 5$ .

(2) 因为  $(x + y) - (x - y) = 2y$ , 当  $y > 0$  时,  $2y > 0$ , 所以  $x + y > x - y$ ; 当  $y = 0$  时,  $2y = 0$ , 所以  $x + y = x - y$ ; 当  $y < 0$  时,  $2y < 0$ , 所以  $x + y < x - y$ .

(3)  $\frac{a^2 - b^2 + 2}{2} - \frac{a^2 - 2b^2 + 1}{3} = \frac{a^2 + b^2 + 4}{6}$ , 因为  $a^2 \geq 0$ ,  $b^2 \geq 0$ , 所以  $a^2 + b^2 + 4 > 0$ , 所以  $\frac{a^2 + b^2 + 4}{6} > 0$ , 所以  $\frac{a^2 - b^2 + 2}{2} > \frac{a^2 - 2b^2 + 1}{3}$ .



### 【初级成果测评】

- (1) 无论  $x$  取什么数时, 下列不等式总成立的是( ).  
 A.  $x+5>0$     B.  $x+5<0$     C.  $-(x+5)^2<0$     D.  $(x-5)^2\geq 0$
- (2) 若  $0<a<1$ , 则  $a, a^2, \frac{1}{a}$  三者的大小关系满足( ).  
 A.  $a^2>a>\frac{1}{a}$     B.  $\frac{1}{a}>a>a^2$     C.  $a>a^2>\frac{1}{a}$     D.  $a^2>\frac{1}{a}>a$
2. 下面给出了 6 个式子: ①  $-3<0$ ; ②  $3x-y=0$ ; ③  $y>1$ ; ④  $y+2$ ; ⑤  $x-3\geq 0$ ; ⑥  $2y-x\leq 0$ . 其中不等式有( ) 个.  
 A. 2    B. 3    C. 4    D. 5
3. 有理数  $a$  与  $b$  在数轴上的位置如图 1-1-1 所示, 请用适当的符号填空.  
 (1)  $a$  \_\_\_\_\_ 0; (2)  $a$  \_\_\_\_\_  $b$ ;  
 (3)  $a+b$  \_\_\_\_\_ 0; (4)  $a-b$  \_\_\_\_\_ 0;  
 (5)  $a+b$  \_\_\_\_\_  $-a$ ; (6)  $\frac{a}{b}$  \_\_\_\_\_  $-1$ .  
  
 图 1-1-1
4. 请你选用喜欢的字母并用适当的符号表示下列关系.  
 (1) 爷爷的年龄比小明的 4 倍还大;  
 (2) 著名篮球运动员姚明的身高比小军身高的 1.6 倍还多;  
 (3) 志成中学八年级(1)班女生不少于 30 人;  
 (4) 小永的年龄大于 15 岁.
5. 用数学式子表示下列数量关系.  
 (1)  $a$  的一半比  $a$  与 3 的差小;  
 (2)  $x$  的  $\frac{2}{3}$  与 5 的差小于 1;  
 (3)  $x$  与 6 的和大于  $-7$ ;  
 (4) 8 与  $y$  的 2 倍的和是正数;  
 (5) 2 与  $x$  的 5 倍的差是非负数.

### 【高级成果测评】

若  $a+b<0, ab<0$ , 试比较  $a, -a, b, -b$  的大小.

## 2. 不等式的基本性质



### 学习要点梳理

#### 【要点 不等式的基本性质】

(1)不等式的基本性质 1:不等式的两边都加上(或减去)同一个整式,不等号的方向不变,即如果  $a > b$ ,那么  $a + c > b + c$ ,  $a - c > b - c$ ;

(2)不等式的基本性质 2:不等式的两边都乘以(或除以)同一个正数,不等号的方向不变,即如果  $a > b$ ,且  $c > 0$ ,那么  $ac > bc$ ,  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ ;

(3)不等式的基本性质 3:不等式的两边都乘以(或除以)同一个负数,不等号的方向改变,即如果  $a > b$ ,且  $c < 0$ ,那么  $ac < bc$ ,  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ .

注:(1)探究不等式的三个基本性质,可以借助天平实验的方法(如基本性质 1),也可以采用特殊数值归纳的方法.

(2)不等式的三个基本性质是对不等式进行变形的的重要依据,也是后面解一元一次不等式的理论依据.性质 3 是难点.不等式的基本性质与等式的基本性质既有联系又有区别,要比较掌握.

(3)运用不等式的三个基本性质对不等式进行变形时,要特别注意性质 1、性质 2 与性质 3 的区别,不等式的两边都乘以(或除以)同一个负数时,不等号的方向要改变,但不等式的两边都加上(或减去)同一个负数时,不等号的方向不变.

(4)后面所学习的解不等式,也就是根据不等式的基本性质,将不等式变形为  $x > a$  或  $x < a$  的形式.

**问题** 利用不等式的基本性质,将下列关于  $x$  的不等式化为  $x > a$  或  $x < a$  的形式.

$$(1) \frac{1}{3}x > 5; (2) -2x > 6; (3) mx - 2 < 3x (m \neq 3).$$

**解题指导:** 根据题意,只需利用不等式的性质,把所给不等式一步步变形,化成所需要的形式.

**解:** (1)根据不等式的基本性质 2,在不等式的两边都乘以 3,不等号的方向不变,所以  $\frac{1}{3}x \times 3 > 5 \times 3$ ,所以  $x > 15$ .

(2)根据不等式的基本性质 3,在不等式的两边都除以  $-2$ ,不等号改变方向,所以  $\frac{-2x}{-2} < \frac{6}{-2}$ ,所以  $x < -3$ .

(3)根据不等式的基本性质1,在不等式的两边都加上 $(2-3x)$ ,不等号的方向不变,所以 $(m-3)x < 2$ .当 $m > 3$ 时,根据不等式的基本性质2,得 $x < \frac{2}{m-3}$ ;当 $m < 3$ 时,根据不等式的基本性质3,得 $x > \frac{2}{m-3}$ .



### 学习能力提升

#### 【综合能力提升】

**例1** 判断下列说法是否正确.

(1)若 $a > b$ ,则 $ac^2 > bc^2$ ; ( )

(2)若 $ac^2 > bc^2$ ,则 $a > b$ ; ( )

(3)若 $ab > c$ ,则 $a > \frac{c}{b}$ ; ( )

(4)若 $a - b > a$ ,则 $b > 0$ ; ( )

(5)若 $ab > 0$ ,则 $a > 0, b > 0$ . ( )

**解题指导:** 解这类题时要分清不等式两边同乘以(或除以)的数或式的正负.

**解:** (1)×. 当 $c = 0$ 时, $ac^2 = bc^2$ . (2)√. 此题 $c \neq 0$ . (3)×.  $b < 0$ 时, $a < \frac{c}{b}$ . (4)×. 根据不等式的基本性质1,不等式两边都减去 $a$ ,不等号方向不改变,所以 $a - b - a > a - a$ ,即 $-b > 0$ ;再根据不等式的基本性质3,不等式的两边都乘以 $-1$ ,不等号方向改变,即 $b < 0$ . (5)×.  $ab > 0$ ,则 $a > 0, b > 0$ 或 $a < 0, b < 0$ .

**例2** 若关于 $x$ 的不等式 $(1-a)x > 2$ 可化为 $x < \frac{2}{1-a}$ ,试确定 $a$ 的取值范围.

**解题指导:** 本题考查不等式的基本性质,要特别注意不等号的方向发生了变化,说明 $x$ 的系数 $1-a < 0$ .

**解:** 因为关于 $x$ 的不等式 $(1-a)x > 2$ 可化为 $x < \frac{2}{1-a}$ ,不等号的方向发生了改变,所以 $1-a < 0$ ,即 $a > 1$ .

**例3** 已知 $-3 < y < 2$ ,化简 $|y-2| + |y+3| - |3y+9| - |2y-4|$ .

**解题指导:** 由 $y > -3$ ,两边同时加3,得 $y+3 > 0$ ,由 $y < 2$ ,两边同时减去2,得 $y-2 < 0$ ,再代入原式化简.

**解:** 由 $-3 < y < 2$ 得 $y-2 < 0, y+3 > 0$ ,故 $|y-2| = -(y-2), |y+3| = y+3$ ,原式 $= |y-2| + |y+3| - |3y+9| - |2y-4| = -|y-2| - 2|y+3| = -[-(y-2)] - 2(y+3) = -y-8$ .

**例4** 有一个长方体形状的容器长5cm,宽3cm,高10cm.容器内原有水 $60\text{cm}^3$ ,现准备向它继续注水,用 $V\text{cm}^3$ 表示新注入水的体积,写出 $V$ 的取值范围.

**解题指导：**利用长方体的体积公式列出相应的关系式，再利用容器的容积限制列出不等式，从而求解. 注意水的体积不能为负.

**解：**因为新注入水的体积  $V\text{cm}^3$  与原有水的体积的和不能超过容器的容积，即  $V+60 \leq 3 \times 5 \times 10$ ,  $V+60 \leq 150$ ,  $V \leq 90$ . 又因为新注入水的体积不能是负数，所以， $V$  的取值范围是  $0 \leq V \leq 90$ .



### 【初级成果测评】

1. 已知  $a < -1$ ，则下列不等式中错误的是( ).

- A.  $4a < -4$       B.  $-4a < -4$       C.  $a+2 < 1$       D.  $2-a > 3$

2. 用“ $>$ ”或“ $<$ ”填空.

(1) 如果  $a-b < c-b$ ，那么  $a$  \_\_\_\_\_  $c$ ;

(2) 如果  $3a > 3b$ ，那么  $a$  \_\_\_\_\_  $b$ ;

(3) 如果  $-a < -b$ ，那么  $a$  \_\_\_\_\_  $b$ ;

(4)  $2a+1 < 2b+1$ ，那么  $a$  \_\_\_\_\_  $b$ .

3. 分析下列各式分别在什么条件下成立.

(1)  $a > -a$ ; (2)  $a^2 > a$ ; (3)  $|a| > a$ .

4. 将下列不等式化成“ $x > a$ ”或“ $x < a$ ”的形式.

(1)  $4x-5 > -x$ ; (2)  $4x+6 < -9$ ; (3)  $-x-2 > 3x$ ; (4)  $-3x > 6-x$ .

5. 在一架天平的右边放  $10\text{g}$  的砝码  $a$  个、 $1\text{g}$  的砝码  $b$  个，同时在左边放  $10\text{g}$  的砝码  $b$  个、 $1\text{g}$  的砝码  $a$  个，则天平向左边倾斜. 你知道  $a$  和  $b$  哪个大吗？列出不等式，并用不等式性质说明.

6. 已知  $13x-121+(5x-y-m)^2=0$ . (1) 当  $y > 0$  时，求  $m$  的取值范围；(2) 当  $y < 0$  时，求  $m$  的取值范围；(3) 当  $y=0$  时，求  $m$  的值.

### 【高级成果测评】

某商店有一架左、右臂长不等的天平，某顾客欲购质量为  $2\text{kg}$  的货物，营业员先在左盘放上  $1\text{kg}$  的砝码，右盘放上适量货物，待天平平衡后把货物倒给顾客；然后改为右盘放砝码  $1\text{kg}$ ，左盘放入货物，待天平平衡后再倒给顾客. 顾客两次共得到的货物是  $2\text{kg}$  吗？请说明理由. (提示：根据物理知识，天平平衡的条件为  $m_{\text{左}} \times L_{\text{左}} = m_{\text{右}} \times L_{\text{右}}$ ，其中  $m$  为托盘中物体的质量， $L$  为天平的臂长)

### 3. 不等式的解集



#### 学习要点梳理

#### 【要点一 解不等式】

(1)不等式的解.

能使不等式成立的未知数的值,叫做不等式的解.

注:不等式的解是一个具体数值.判断一个数是不是不等式的解,就看它能否使不等式成立,一个不等式可以有无数个解.

(2)不等式的解集.

一个含有未知数的不等式的所有解,组成这个不等式的解集.

注:不等式的解集是由使不等式成立的所有未知数的值组成的,不等式的解集包括不等式的每一个解.如大于2的所有实数都是不等式  $x - 2 > 0$  的解,除此之外所有的数都不是  $x - 2 > 0$  的解,所以不等式  $x - 2 > 0$  的解集是  $x > 2$ .

(3)解不等式.

求不等式的解集的过程叫做解不等式.

注:过程的每一步都依据不等式的基本性质和运算法则.

**问题一** 判断下列说法是否正确.

(1)  $-7$  是  $x + 3 < -2$  的解; ( )

(2)  $5$  是  $y - 1 > 6$  的解; ( )

(3) 不等式  $m - 1 > 2$  的解有无数个; ( )

(4) 不等式  $x - 3 < 2$  的解集是  $x < 5$ ; ( )

(5)  $x > 4$  是不等式  $x + 3 > 6$  的解集; ( )

(6)  $x = 4$  是不等式  $x + 3 > 5$  的解集; ( )

(7) 不等式  $x + 1 < 2$  有一个正整数解. ( )

**解题指导:** 不等式一般都由无数个解构成解集,只要能使不等式成立的任意一个数值都是不等式的解.(1)  $-7 + 3 = -4 < -2$ ; (2)  $5 - 1 = 4 < 6$ ,  $y = 5$  时不等式不成立; (3) 每一个大于3的值都是不等式  $m - 1 > 2$  的解; (4) 根据不等式的基本性质1,在不等式两边同加上3,得  $x < 5$ ; (5) 根据不等式的基本性质1可得解集为  $x > 3$ ,  $x > 4$  只是解集的一部分; (6)  $x = 4$  是  $x + 3 > 5$  的一个解; (7) 不论  $x$  取任何正整数,不等式  $x + 1 < 2$  均不成立,不等式  $x + 1 < 2$  无正整数解.

**标准答案:** (1)√ (2)× (3)√ (4)√ (5)× (6)× (7)×

## 【要点二 不等式的解集在数轴上的表示】

在用数轴表示不等式的解集时,要确定界点和方向.

(1)界点:有等号时是实心圆点,无等号时是空心圆圈.

(2)方向:“大于”从界点向右,“小于”从界点向左.

注:在数轴上表示不等式解集时要注意以下几点.

(1)弄清“ $\geq$ ”、“ $\leq$ ”的意义,“ $\geq$ ”读作“大于或等于”,也可以说成“不小于”;“ $\leq$ ”读作“小于或等于”,也可以说成“不大于”.例如, $x > 2$ 与 $x \geq 2$ 的区别在于前者解集中不包括2,后者包括2.

(2)在数轴上的点画成空心圆圈,表示不包括这一点;画成实心圆点,表示包括这一点.

**问题二** 在数轴上表示下列不等式的解集.

(1) $x > -1$ ; (2) $x \geq -1$ ; (3) $x < -1$ ; (4) $x \leq -1$ .

**解题指导:** 在数轴上表示不等式的解集时,要注意以下几点:(1)“ $\geq$ ”的意思是“大于或等于”或“不小于”,“ $\leq$ ”的意思是“小于或等于”或“不大于”;(2)数轴上实心圆点与空心圆圈的区别是,空心圆圈表示解集不包括这一点,实心圆点表示解集包括这一点;(3)要注意数轴上的数,右边的始终比左边的大,所以“大于”向右,“小于”向左.

**标准答案:** 如图 1-3-1 所示.

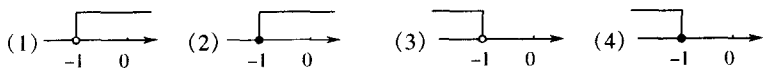


图 1-3-1



## 【综合能力提升】

**例 1** 如图 1-3-2 所示,写出下列数轴所表示的不等式的解集.

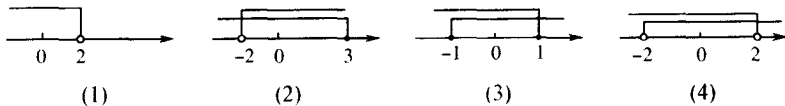


图 1-3-2

**解题指导:** 解这类题关键在于读懂图形,再根据点所在位置、空心点或实心点、方向来确定解集.

**标准答案:** (1) $x < 2$  (2) $-2 < x < 3$  (3) $-1 \leq x \leq 1$  (4) $-2 < x < 2$

**例 2** 已知  $mx - m + 2 < 0$  的解集为  $x < -1$ ,求不等式  $(m+1)x + 4 \geq 0$  的非正整数解.

**解题指导:** 解这道题的关键是首先用字母表示出不等式  $mx - m + 2 < 0$  的解, 然后求出  $m$  的值, 再将其代入  $(m+1)x + 4 \geq 0$  中求出不等式的解, 从而在解集范围内找出符合条件的数.

**解:** 因为  $mx - m + 2 < 0$  的解集为  $x < -1$ , 所以解不等式  $mx - m + 2 < 0$ , 得  $x < \frac{m-2}{m}$ , 所以  $\frac{m-2}{m} = -1$ , 得  $m = 1$ , 将  $m = 1$  代入不等式  $(m+1)x + 4 \geq 0$  中, 解得  $x \geq -2$ . 故  $x$  的非正整数解为  $-2, -1, 0$ .

**例3** 设  $x < y$ , 试比较  $7-3x$  与  $7-3y$  的大小, 如果较小的代数式为正数, 那么其中最大的正整数  $x$  或  $y$  的值是多少?

**解题指导:** 比较两个代数式的大小的方法有两种, 一是作差比较法; 二是用不等式的基本性质比较.

**解:** 因为  $x < y$ , 根据不等式的基本性质 3, 有  $-3x > -3y$ . 再根据不等式的基本性质 1, 两边都加上 7, 得  $7-3x > 7-3y$ . 根据题意, 得  $7-3y > 0$ . 根据不等式的基本性质 1, 两边都减去 7, 得  $-3y > -7$ . 再根据不等式的基本性质 3, 两边都除以  $-3$ , 得  $y < \frac{7}{3}$ . 所以  $y$  的最大正整数是 2.

### 【探究能力提升】

**例** 已知不等式  $2x - a \leq 0$  的非负整数解是  $0, 1, 2$ , 求  $a$  的取值范围.

**解题指导:** 由题中条件可知, 不等式  $2x - a \leq 0$  的解集中的非负整数只有  $0, 1, 2$ . 若它的解集为  $x \leq m$ , 则  $2 \leq m < 3$ .

**解:** 根据不等式的基本性质, 不等式  $2x - a \leq 0$  可化为  $x \leq \frac{a}{2}$ . 因为不等式  $2x - a \leq 0$  的非负整数解为  $0, 1, 2$ , 所以  $2 \leq \frac{a}{2} < 3$ , 根据不等式的基本性质变形为  $4 \leq a < 6$ .

因此, 满足条件的  $a$  的取值范围是  $4 \leq a < 6$ .



### 学习成果测评

#### 【初级成果测评】

1. 如图 1-3-3 所示的数轴上所注明的数的范围是( ).

- A.  $-2 < x < 4$     B.  $-2 < x \leq 4$     C.  $-2 \leq x < 4$     D.  $-2 \leq x \leq 4$

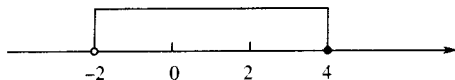


图 1-3-3