數學簡史

D. J. 斯特洛伊克

科學出版社

數 學 簡 史

D. J. 斯特洛伊克 著
關 娴 譯

科 學 出 版 社
1 9 5 6

A CONCISE HISTORY OF MATHEMATICS

Dirk J. Struik

Dover Publications, Inc.

New York, 1948

內 容 提 要

這是一本關於數學發展史的小書。這本書是著者嘗試着以馬克思主義的觀點來寫出的，雖然在這方面不夠徹底。它正確地指出了數學的產生是起源於人類生產實踐的需要，並注意分析重要數學思潮、各時代對數學的看法，與當時哲學思想的關聯，並指出其社會根源。這本書並注意到數學發展的繼承性，積累性。

數 學 簡 史

原著者	D. J. 斯特洛伊克
翻譯者	關　嫻
出版者	科學出版社 北京朝陽門大街117號 北京市書刊出版業營業許可證出字第061號
印刷者	北京新華印刷廠
總經售	新華書店

1956年12月第一版　　　　書號：0632　字數：146,000

1956年12月第一次印刷　　開本：850×1168 1/32

(京) 0001—11,176　　　　印張：6 1/8　插頁：17

定價：(7) 0.95 元

漢 譯 本 序[1]

一部科學的數學史應當對於數學的基本概念和方法的發生與發展給予總的描述；要說明在數學發展史，和在任何一門科學史中一樣，人類生產實踐所起的基本性作用，要說明數學發展與社會生產力，與技術和其他自然科學發展之間的密切關係；要說明在數學中反映出來的不同世界觀的鬥爭及其階級根源．爲了達到這樣的目的，不但作者應當根據可靠而儘可能全面的史料，而且要掌握正確的科學方法，卽辯證唯物論與歷史唯物論的立場、觀點、方法，來分析這些材料，並從而對數學的發展作出忠實正確的刻劃來．

目前，合乎上述要求的書還是很難找到的．當然，蘇聯學者三十餘年來在正確的觀點指導下進行了很多有價值的工作[2]．但直到現在，還未曾出版過一部滿意的、系統的世界數學史．其他國家在這方面的工作則更少了．在這樣情況下，斯特洛伊克寫出一部"希望……能把歷代數學發展的主要流派以及各當時的社會文化背景作一相當忠實的描述"的數學簡史，是很値得歡迎的事．

首先，讓我們看一看這部書的優點．

一．本書正確地指出了數學發生之起源於人類生產實踐的需要．例如書中指出："直到從僅僅採集食物到眞正生產的轉化時期，從打獵和打漁到農業，才對於了解數量和空間的關係有些進步"，"手工藝和貿易的發展刺激了數的觀念的結晶化"；講直角和直線等名詞中"直"這個字在某些語言中是與"伸展"有關係的，"指出用繩子的動作"；"線(Line)"字和"細麻布(Linen)"字指出"編織的手藝和幾何學萌芽之間的關係"，而"陶器的燒煉和着色，燈心草的編織，籃子

1) 這原是關於本書的一篇書評，曾在"數學進展" 1956 年第 2 卷第 2 期中發表，爲了使讀者知道本書的優點與缺點，特重新發表在這裏，作爲漢譯本的序言。

2) 見"三十年來的蘇聯數學 (1917—1947)，數學史"．又請見本書後面譯者所添加的"蘇聯數學史方面的一些專書目錄"．

和衣料的編織，並且後來金屬的製造引導到對於平面和空間的關係的研究.”

本書也注意說明社會生產力，人類生產實踐的需要決定性地影響技術和自然科學的發展，並直接地或通過其他自然科學來影響數學的發展，也指出代表新的生產方式的新興階級如何重視和鼓勵數學的發展. 例如書中正確地指出在數學發展的很早階段上，農業和貿易的發展使得初步的天文學具有了科學的性質，並提到天文以及灌溉、商業、度量等對數學的影響. 書中也講到古代羅馬奴隸主們對於技術發明不感興趣，也害怕任何足以加強奴隸智力的工具交給奴隸之手，因而那時數學的發展停滯不前. 講 16 世紀時，說明“工程師和算術家在新的商業國家中，特別是在法蘭西、英格蘭以及荷蘭，是特別需要的”. 這就是說，在資本主義誕生時期，由於生產和技術上的需要如何刺激着數學的發展. 在講 17 世紀時，正確指出數學在文藝復興時代的迅速發展“是由於機器的使用於生產和進一步的改善”，並且把這和奴隸社會作了對比，那時阿基米德雖然也注意了機械，但是並沒有發展起來的物質基礎，因而在阿基米德的著作中“機械只是爲了用作娛樂和哄騙的目的而敍述的”. 這正說明著者正確地依據了馬克思的指示:“但 17 世紀機械間或的應用，仍有極重要的意義. 因爲，當時的大數學家，就以這種應用爲實際的支點和刺激以創造近世的力學”[1]. 書中也談到法國資產階級革命爲數學的進一步生長創造了極度有利的條件，因爲工業革命刺激了物理科學的研究，而新興的資產階級爲了自己利潤，當時很關心科學技術教育. 又書中提及畫法幾何學的發展起源於蒙日修築防禦工事方面的工作；而波瓦松、傅利葉、勾犀等人都是由於對力學、物理學的應用而被引導到純數學的重要發現。

二. 本書也比較注意分析重要數學思潮、各時代對數學的看法與當時哲學思想的關聯，並從而指出其社會根源. 例如論季諾詭論

1) 資本論，第一卷第四篇，第十二章，Ⅲ“製造業的兩個基本形態混成的製造業與有機的製造業”一節。

所引起的"數學危機"與當時社會制度的危機的關係,因爲當時正是在以雅典陷落爲結局的伯羅奔尼撒戰爭的後期,即雅典的奴隸社會文化已趨沒落的時候. 古代希臘寧願使用"嚴格但相對地貧瘠"的窮竭法而不採用根基鬆懈但遠較有效的"原子法",其原因可能是"數學業已成爲依賴於奴隸制、對發明不在乎並對想像有興趣的一個有閒階級的嗜好了",書中也提到這也可能是"柏拉圖唯心主義在數學的哲學的領域中對於德謨克利圖唯物主義的勝利的一種反映". 在論 17 世紀笛卡爾的科學方法時,根據恩格斯的論點說明由於當時唯一達成一定發展程度的自然科學是力學,而瞭解力學的鎖鑰是數學,所以"數學變成對於宇宙的瞭解的最重要方法",於是產生了"數學是科學之王"的想法. 在論主觀唯心主義哲學家伯克雷神父利用微積分誕生時理論上的困難而作反動的叫囂時,書中正確指出"一種科學中的一個危機性困難被用來加強唯心論哲學,這卻並不是唯一的情形." 論法國資產階級革命時期,新興階級對生活有新的看法,在思想上反對一切古老方式,產生了爲科學本身而去研究它的態度,於是"純粹數學"與"應用數學"逐漸分開了. 論勾犀提出對數學嚴謹性的新主張時,把工業發展時期的勾犀和奴隸民主衰落時期的歐多克斯作了對比,說明歐多克斯使得數學生產日趨貧乏,而勾犀時代則結果正相反,說明了社會不同產生的不同影響,也就是當時社會生產方式的影響. 在論非歐幾里得幾何學時,這一偉大發現之所以不能立即爲人接受,而且如高斯等大數學家也不敢發表其新看法,正是由於康德哲學的影響;因爲這種哲學錯誤地認爲幾何學本身是先驗的知識,出自純粹理性,與經驗無關,因而幾何學只能有一種. 非歐幾里得幾何學的發現正是用科學事實駁倒了這種見解.

三. 本書正確地注意到數學發展的繼承性、積累性,一方面任何偉大發現都在其以前很久就蘊釀着,很多前人的工作成爲其先驅,這些量的積累準備着以後的質的飛躍;同時,另一方面也說明一些大數學家的重要貢獻與前人的工作本質上不同的地方. 例如,論維葉特時說:"如果說維葉特這類人只是"改進了符號,是不正確的. 這樣

的說法棄置了內容與形式之間的深刻關係. 新的結果時常僅僅因爲一種新的書寫方式才成爲可能…… . 一種滿足需要的符號要比一種不良的更能反映眞理.”這樣也就正確地估計了維葉特在數學史上的地位. 又如論微積分學的誕生時,正確地指出了開普勒、卡瓦列利和托里拆利的工作如何引導到微積分的發現,也根據了恩格斯的指示說明微積分的逐漸形成受了笛卡爾學說的巨大刺激. 著者說:“微積分只能被一個掌握了希臘人和卡瓦列利的幾何方法以及笛卡爾和瓦利斯的代數方法的人發現.”

四. 本書能批判地使用傳說,不爲那些在資本主義國家中盛行的傳奇式說法所蔽. 最突出的一個例,乃是關於資產階級學者所樂道的關於歐拉困窘狄德羅的那個“軼事”(見本書第七章),駁斥了那毫無根據並歪曲了唯物論哲學家狄德羅和大數學家歐拉的形象的說法.

上述的優點中,也還未能發揮很够,未能貫穿在全書中. 同時,本書也還有不少缺點,其中有些是非常嚴重的.

一. 作者在序中說:“有時不能求教於一切直接的來源,而往往不免利用間接而又間接的來源”,這原本是難免的,因爲我們很難要求一位數學家能精通古今東西各族的語言,處處徵引直接的史料. 問題在於作者自囿於資產階級數學史家們的材料,未加足够的批判和選擇. 雖然由上面本書優點分析可以看出著者的確引用了馬克思主義經典——例如馬克思的數學手稿和恩格斯的自然辯證法等——有關自然科學一般以及特別是數學的指示,但他——可能是由於文字的隔閡?——毫未依靠蘇聯學者們在辯證唯物論和歷史唯物論的指導下所寫的一些著作. 因此,在對過去數學家的貢獻的評價方面,往往由於材料的不掌握而顯得很不公允. 我們在下面再詳細說明.

首先,由於所使用的材料的限制,著者對封建時代中國數學家們的成就未予足够的估計. 例如,他只談到算經十書,並錯誤地認爲中國數學由於科舉考試制度而停滯不變,如說“這種考試是主要根據背誦著作的能力的”,這是與事實不符的. 在李儼先生著“中國算學

史"中曾介紹了歷代數學教育和考試制度，例如講唐代考試制度時，李先生說："凡算學錄大義本條爲問答，明數造術，詳明數理，無註者合數造術，不失義理，然後爲通".[1] 由此可見當時考試不是單純背誦的，與明清八股考試不同. 由這些關於古代算學教育制度的材料，可以看出，事實並不像斯特洛伊克所說那樣："在這一種遲緩的文化氣氛中，新發現成爲特殊的例外". 例如，李儼先生徵引[2]宋鮑澣之九章序稱："本朝崇寧亦立於學宮，故前世算數之學，相望有人". 說明當時國家對數學的重視是有利於數學的發展的. 事實上，我國數學在宋代有了不少出色的工作，例如，代數方程數值解法、大衍求一術等方面. 斯特洛伊克又說中國人"在希臘和巴比倫人所定限度之外沒有表現出任何本質的進步"也是不確的，因爲孫子算經中所載"今有物不知其數"題(即解聯立一次等餘式的正則算法)；以及隋代劉焯的招差術就都是希臘人巴比倫人所考慮的範圍的東西[3]. 斯特洛伊克對中國過去一些大數學家如祖冲之、秦九韶等，雖提到，但介紹得很少，而對另外一些人，如王孝通、楊輝、朱世傑等，則根本未提. 本書著者又說："中國人和埃及人的閉塞是成爲'成語'的了"，這也是非常荒謬的. 因爲絕不應當把中國封建社會趨於沒落時期那種閉塞和過去中國封建時代文化燦爛時期的情況混爲一談. 事實上，我國漢唐等時期與印度之間文化上有着密切關聯，數學上也有很多相互影響，而唐代與中央亞細亞和近東伊斯蘭國家的文化交流也是很多的[4]. 斯特洛伊克由於對於中國歷史了解很差，因而對於一

1) 李儼，中國算學史(商務 1955 年修訂重版)，42 頁.

2) 上引書 93 頁.

3) 聯立一次等餘式雖並非很獨特的問題，但孫子算經中的解法，是與後世拉格朗日補插公式具有相類性質的正則算法，因而值得注意. 招差術即補插法，隋劉焯在公元 6 世紀發明了等間距內插法，唐僧一行於公元 7 世紀發明了不等間距的內插法公式，見嚴敦傑，中算家的招差術，數學通報 1955 年第 1 期. 歐洲之有招差術實始於 17 世紀，見李儼中算史論叢第一集，329 頁.

4) 見李儼著，中國古代數學史料，中國算學史，中算史論叢等書. 又錢寶琮先生在"中國古代數學的偉大成就"(科學通報 1951 年第 10 期)中也提出一些有關這方面的看法.

些事實的理解不正確． 如他說秦始皇帝"曾命令把一切學術的書都燒燬了",這樣對秦代"焚書"的了解太簡單化了．

著者對於中央亞細亞和近東諸國在數學上的創作性貢獻，雖較一般資產階級數學史家們所作估計較爲正確，即那些國家的數學家不僅是希臘數學的保存者和傳播者，而且他們在數學的不少方面作了對後世有重要影響的創造性工作，但在這方面作者並未通過更多的史料而加以足够的強調[1]． 著者和很多西歐學者一樣，籠統地把中古時代使用阿剌伯文字寫作的學者都稱爲阿剌伯人，而並未分辨他們之中很多並非阿剌伯人，例如，有塔吉克人(阿部-勒-瓦法、奥瑪爾·海牙姆)，有烏玆別克人(穆罕默德-阿勒·花剌子米)，有阿捷爾拜疆人(如納速剌丁)． 書中所舉的這些民族的數學家的名字也是很不完全的[2]，而對他們的貢獻介紹也離全面差得很遠．

尤其嚴重的，是論19世紀時對俄羅斯幾位大數學家重視得太不够了． 書中唯一專門提出的只有羅巴契夫斯基一人，而對於這位在數學史上起革命作用的偉大學者只不過用原書的短短九行文字介紹一下就過去了，並且只簡略地提到他創立非歐幾里得幾何學的經過；對於他之與波約和高斯的不同，即他的敢於大胆公開發表他的新學說並堅持對它作了系統的發展，並未強調，對於他在數學其他領域中的貢獻未置一辭． 對於另外幾位19世紀俄羅斯大數學家，如奥斯特洛格拉玆基(1801—1862)、切比謝夫(1821—1894)、科瓦列夫斯卡雅(1850—1891)、以及較晚的馬爾科夫(1856—1922)、列普諾夫(1857—1918)等人都隻字未提，更不必說另外一些影響沒有那末大的人——布涅科夫斯基(1804—1889)、左羅塔遼夫(1847—1878)、闞爾金(1837—1908)、渥龍諾伊(1868—1908)及19世紀至20世紀之交的一些人了。這樣對19世紀數學史就不能給出較全面的估價，例如，由於對和上述那些數學家名字相關聯着的俄羅斯數論學派、概

1) 見 Юшкевич, А. П. Математика народов Средней Азии в IX—XV вв. Историко-математические исследования, вып. IV. 1951.

2) 同上．

率論學派以及俄羅斯數學家在數理方程方面的工作毫未介紹，就對這些數學部門的發展情況不能給讀者以較全面的表象． 尤其應當注意的，是當在西歐，在 19 世紀中開始了“純粹數學”與“應用數學”的逐漸分開的時候，俄國大數學家切比謝夫却強調理論與實際的聯繫：“理論與實踐相接近產生最有益的結果，而不僅是實踐一方面獲益；科學本身就在它的影響下發展實踐爲科學揭示研究的新對象，或者早已經知道的對象的新方面． 雖然數學科學由於已經三百年的偉大數學家們的工作而達到那樣高的發展階段，實踐明顯地顯示出來它在很多方面的不完備；它向科學提出本質上新的問題，這樣就刺激了對完全新的方法的探求．如果理論由老方法的新使用或由老方法的新發展而獲益良多，那末它由新方法的發現收穫更多，而在這種情形下科學在實踐的身上找到了自己的眞正指導者”.[1] 這種聯繫實際的優良傳統，數學和其他自然科學——特別是與力學和物理學——互相緊密聯繫的傳統，是貫穿着整個 19 世紀以來的俄羅斯數學的，並在蘇維埃時代得到了繼承和發揚． 切比謝夫在機構學方面的工作、列普諾夫在運動的穩定性及旋轉流體平衡形狀的理論、儒科夫斯基（1847—1921）在空氣動力學方面的工作、 A. H. 克雷洛夫（1863—1945）的數學在製船方面的應用、查普雷金（1869—1942）繼承儒科夫斯基的工作等，都體現了這種精神． 因而在這方面的忽視是本書的一個最嚴重的缺點．

二．雖然本書比較注意介紹數學思潮，但對於數學史上很多有影響的看法、哲學觀點沒有作足够的分析．例如，在古代各族數學方面的貢獻之中，希臘在着重發展邏輯體系（以歐幾里得幾何原本爲代表）是非常突出的，而且古代希臘的數學研究已經與一些以數學家而著名的學者的名字分不開了，這也是與同時代的東方各族很不相同的． 這與希臘當時社會的特點以及其一般文化的特點的關聯如何，似乎應作深入分析． 本書對於數學史上一些唯心論觀點的產生根

1) 切比謝夫：地圖的繪製．

源及其對數學發展的危害也分析得不够，例如，對於畢達哥拉和唯心論哲學家柏拉圖在數學史上的地位估計過高，而對其數學的哲學觀點的壞影響則未加討論.[1] 又如對於18世紀法國學派之能把光輝的技術與寬廣的一般觀點結合起來，其與啓蒙學者唯物論者的哲學運動之間的關係也未加闡明. 對於19世紀克隆尼克的算術化傾向、對於"致力於確立邏輯與數學的統一"的錯誤傾向，都未加絲毫批判，也未分析這些傾向產生的根源及其害處. 對於18世紀末數學家們認爲數學已經窮竭的原因也沒有分析. 19世紀在17—18兩世紀大量具體材料積累的基礎上產生了把過去結果加以理論嚴謹化，以及由數學本身內部的需要而提出新理論的特點，數學開始進一步抽象化的傾向，都値得着重指出並加以分析研究的.

三. 對於數學史上一些重要革命貢獻未予足够的估計. 例如17世紀變量的數學的創立在數學史上的重大意義及其對以後的影響，其所以在17世紀實現，這在本書中都未受到足够的強調. 事實上，由於在變量的數學的基礎上產生的微積分的創立，在古代要求像阿基米德那樣天才的人物未解決的問題，任何人都可以用一定的算法來解決了，也可以說，微積分終於打開了"通往數學的王者道路". 這在資本主義初期由於社會生產的需要及生產方式所引起的新數學工具又反過來爲解決自然科學和技術服務，於是發生了18世紀數學蓬勃發展的時期. 又19世紀非歐幾里得幾何學不僅是幾何學上的偉大革命，而且對於人類對空間的觀念起了重大影響，爲後來相對論理論準備了數學的工具，同時又奠定了近代數學中公理方法的初步，因而這一偉大的貢獻應當加以足够重視，而對其產生的時代背景及其對後來數學發展的巨大影響也應加以詳細的分析.

四. 本書對於一些歷史上的專門用語使用得不够嚴格. 例如在論古代的東方時，說:"社會階級是堅固地建立起來了. 有酋長、自由農和佃農、手工業者、'先知'和官吏、農奴和奴隸". 這裏名詞

---

1) 見"三十年來的蘇聯數學(1917—1947)，數學史".

用得很籠統，因爲這一章裏講的，既有奴隸社會的埃及，也有封建社會的中國．又在講古代希臘時，說："在那裏舊時的封建地主必須對一個獨立的、政治覺悟的商人階級作一次必敗的戰鬥． 在紀元前 7 世紀和 6 世紀，這一商人階級佔了上風而必須與小商人和手工業者，即庶民來作他們自己的戰鬥了． 其結果就是希臘城市國家的興起……"． 實際上，那時的希臘並沒有所謂"封建地主"，在紀元前 7 世紀前，應當指的是氏族的解體和奴隸國家的誕生，而這種由於貿易而發了財的"商人階級"實在就是那些擁有奴隸的貴族．

五．一部科學的數學史應當刻劃出來數學上重要概念形成和發展的過程，數學方法的發生和發展的過程． 應當通過具體的歷史材料，描述出來一些最重要的概念——如數、函數、曲線、極限、空間、概率等等——如何"由生動的直觀到抽象的思維，從思維再到實踐"而逐漸發展、逐漸更深刻地反映自然界的現象．例如，函數概念在古代本來不過是在考察幾何軌跡時所感覺到的一種模糊觀念，後來則由於實際需要是與代數方程相關聯的． 到了 18 世紀，則被看成是用以由主變量的值求出因變量的值的"解析式子"(達朗貝爾)，或在幾何上"能用曲線表示"這一屬性(歐拉)． 由於 18，19 兩世紀中自然科學的發展，由於數學家們對於力學、理論物理學等方面的研究，更多的具體材料積累起來，而自從 18 世紀數學家在弦索振動和後來熱傳導的研究中提出了函數用三角級數表示的可能問題(D. 貝爾努意 1753，與傅里葉 1807)之後，產生了把函數概念更進一步明確的必要． 這樣，勾犀才把歐拉時代混在一起的連續性、可微分性、展成泰樂級數的可能性等概念從函數的一般概念中分辨出來(1821)，但他仍沒有得出函數概念的現代定義． 黎曼才得出現代平常數學分析教科書中的定義，即作爲一種規律，依照它由主變數的值確定因變數的值． 到了 1870 年左右，非爾斯特拉斯和達爾布證明了連續性之確實不依存於可微分性，舉出了第一個在任何點無導數的連續函數之例． 在 19 世紀末隨着數理自然科學的發展，又產生了"曲線的函數"(fonctions de lignes)或"函數的函數"，即"汎函數"的概念，

卽主變數不是平常的變量，而是一種曲線，或一種函數，如在變分法中所遇到者． 最後，在坎托爾所創造的集合論的基礎上，弗雷協提出了“以任意性質的變元”做主變量的函數，於是黎曼的定義獲得了更深刻的理解．假如我們再往下看下去，卽超出了本書的範圍，而論及本世紀時，在 20 世紀 40 年代，由於物理學的需要，需要考察一種“函數”叫做狄拉克 δ- 函數，它只在一點處不爲零，而它在數直線上的積分却等於 1，這在原來的函數和積分的定義之下本來是不可思議的． 但蘇聯數學家索伯列夫和法國數學家洛朗・史瓦慈引入了廣義函數的概念，把函數、測度及以上所述狄拉克 δ- 函數等概念統一起來． 通過這一串事實，我們可以很清楚地看到函數概念如何由人類實踐的需要產生，最初由於感性認識而形成初步的表象，後來通過人類“思考作用，將豐富的感覺材料加以去粗取精、去僞存眞、由此及彼、由表及裏的改造製作工夫，造成概念和理論系統”(毛澤東選集 209 頁)． 這樣得出的函數概念是非常抽象了，“我們把一系列的表徵當作偶然的東西而拋棄了(例如“解析式”、連續性等)，我們把本質的東西從現象的東西分開，”[1] 但卻“更深刻、更正確、更完全地反映着自然．”[2]

讓我們再舉曲線概念這個例． 曲線是幾何學研究的基本對象之一． 人類在實踐活動中——製作生產工具、決定地區疆界，觀察物體運動的軌道，繪圖等——首先獲得感性認識、表象． 歐幾里得在其“幾何原本”中把曲線定義成“無寬的長”(原本，定義 2)，或“曲面的界”(定義 6)． 這樣的定義反映了曲線的一些重要屬性，但其中引用了“寬”、“長”、“曲面”等本身尚未加解釋的概念，因而是不嚴謹的，不够明確的． 到了 17 世紀，由於原始積累時期貿易和工業的蓬勃增長引起了技術的迅速發展，從而刺激了自然科學、特別是力學的發展． 力學的發展產生了對於更精確表示其規律的數學工具的需要． 於是笛卡爾的坐標方法產生了，而曲線變成其坐標滿足一個方

1) 引文除括弧內的部分外，見列寧著，“關於辯證法問題”．

2) “黑格爾‘邏輯學’一書摘要”，解放社 1949 年版，134 頁．

程的變點的全體,或變點的"軌跡". 至於方程應當是如何的,也是逐步才明確起來的. 爲了研究運動點的軌道,很自然地引用表示出來點坐標對時間的依從關係的方程——即所謂參數方程:

$$x=\varphi(t),\qquad y=\psi(t).$$

但 φ, ψ 兩函數應當經受如何限制呢? 顯然爲了表示運動的連續性,也應當假定這兩函數是連續的. 這就引導出法國數學家若爾當所下的定義 (19 世紀下半期),即現在所謂若爾當曲線. 但 1890 年意大利數學家丕雅諾發現:若爾當曲線能够充滿一個正方形,即它可以通過一個正方形中的一切點,這顯然與我們對曲線的表象是不符的,即若爾當曲線這一數學概念還不能很好地反映出來曲線這一表象所代表的客觀實在的屬性. 在近世集合論發展的基礎上, G. 坎托爾給出了更精確的定義,即曲線是指平面上一個連續統,其每一點的鄰域中都含有平面上不屬於這連續統的點. 依照這定義,正方形就不會被認作曲線了. 但這樣定義的曲線却未必能用參數方程表示;事實上,坎托爾曲線之能由參數表示的必要充分條件,乃是它是局部聯通的. 坎托爾的定義的缺點在於不能直接搬用到間接中去. 隨着點集拓撲學的發展,蘇聯數學家烏雷孫 (П. С. Урысон) 下了更廣的定義:即曲線是指一維連續統. 可以證明,凡坎托爾的曲線必是烏雷孫曲線,而反之,凡平面烏雷孫曲線必是坎托爾曲線,而且烏雷孫的定義是拓撲不變的,這樣的定義既是足够廣闊,能够包括一切平常數學上的所能看作曲線的東西,也能反映出曲線所表現的客觀實在的本質屬性來. 通過曲線這一概念的發展過程,也可以反映出來我們認識的過程.

對於數學上一些重要方法,也應當通過其具體形成發展過程而描繪出來.

以上是這部書的主要優點和缺點. 總起來說,這部書表現了資本主義國家一些學者用正確觀點寫數學史的一個嘗試,其中雖有嚴重的缺點,或還可能有我所未曾看出來的錯誤,它的翻譯出版至少可以爲我國的數學工作者提供一本簡要的參考書. 如果我們批判地去

讀它，特別在我國學者正在學習唯物主義反對資產階級唯心主義之際，這部書還是能部分地滿足我國的需要的。

關 肇 直

引　言

甲. 數學是一個廣大的觀念上的探究；它的歷史反映着無數世代的一些最寶貴的思想. 只有嚴格地約制自己,才有可能把這一歷史壓縮在一本二百多頁的書中,也就是只概述少數主要觀念的展露,而儘量少談其他的發展. 有關文獻的細節僅能限於一種勾劃;許多比較重要的著者——洛拜爾瓦、蘭柏特、希瓦慈——都不得不予略去. 最有礙的限制恐怕無過於下面一點,卽不能全面地談談對於某一時期的數學得以成熟——或被摧毀——時的一般文化和社會環境. 農業、工商業,戰爭、工程和哲學,物理學和天文學都曾對數學發生了影響. 雖然只能用幾句話——甚或幾個字——來表示流體力學對於函數論,康德主義及測量對於幾何學,電磁學對於微分方程, 笛卡爾主義對於力學以及煩瑣哲學對於微積分的影響,然而只有在考慮了所有這一切確定因素時,才能了解數學的方向和內容. 我們時常需要只對文獻提一下來代替歷史性的分析. 由於自覺不能勝任對現代人物的工作予以判斷,這本簡史只敍述到 1900 年爲止.

我們希望,雖有這些限制,仍能把歷代上數學發展的主要流派以及各當時的社會文化背景作一相當忠實的描述. 當然,對於資料的選擇不能完全根據客觀因素,而不免受著者之好惡以及其知與不知的影響. 關於著者所不知的,時常不能求教於一切直接的來源,而往往不免利用間接而又間接的來源. 因此,不僅對於本書,而對於一切這類的史籍中的述說,最好對照一下最原始的材料. 這是一個好原則,其理由不祇一個. 我們對於歐幾里得、丟番都、笛卡爾、拉卜拉斯、高斯、或黎曼等作家的知識不能完全根據描述他們工作的史料和史籍. 因爲歐幾里得及高斯本人與莎士比亞本人有同樣充沛的創作精力,而阿基米德、費爾瑪及雅科比的著作中有些地方是同霍雷斯 (Horace) 及易末生 (Emerson) 一樣地美.

著者敍述這些資料時所根據的原則有下列數點：

一．着重各種東方文化間的連續性以及聯繫性，而不把埃及、巴比倫、中國、印度和阿拉伯的文化加以機械的劃分．

二．分辨出業經證明的事實、假設和傳說，尤其是在希臘數學中．

三．把文藝復興時代的兩種數學流派，算術-代數的以及"流數的"各與當時商業利益和工程利益關聯起來．

四．根據個人和學派而不根據科別來談 19 世紀的數學 [F. 克萊茵的史書可以用來作爲根據科別敍述的指針． 根據科別敍述尚可見於卡攸瑞和別勒的書，而包括專門細則的則有"數理科學百科全書"(Encyklopædie der mathematischen Wissenschaften) (Leipzig, 1898—1935, 24 vols.) 以及巴斯嘉的"高等數學索引"(Repertorium der höheren Mathematik) (Leipzig, 1910—1929, 5 vols.).]

乙．我們在此列入一些一般數學史中最重要的書．對於那些可以參考 G. Sarton, *The Study of the History of Mathematics* (Cambridge, 1936, 103 pp.) 的人，此表是多餘的，因爲該書不僅包括關於我們論題的有價值的介紹，並且包括完全的傳記資料．

英文本可參見：

R. A. Archibald, *Outline of the History of Mathematics* (Oberlin, Ohio, 5th ed., 1941).

這本 76 頁的書包括着卓越的摘要及許多傳記的引證．

F. Cajori, *A History of Mathematics* (New York, 2nd ed., 1938).

這是一本 514 頁的標準教科書．

D. E. Smith, *History of Mathematics* (Boston, 1923-1925, 2 vols.).

這本書主要限於初等數學，但是談到了所有的先進數學家． 其中包括了許多插圖．

E. T. Bell, *Men of Mathematics* (New York, 1937).

E. T. Bell, *The Development of Mathematics* (New York-London, 2nd ed., 1945).

這兩本書包括了關於數學家及他們工作的豐富的材料． 第二本書的着重點是現代數學．