

现

代

数学

教

育

XIANDAI SHUXUE JIAOYU
XIANDAI SHUXUE JIAOYU
XIANDAI SHUXUE JIAOYU

主编 齐建华
副主编 李明振 王春莲 王红蔚



大象出版社

XIANDAI SHUXUE JIAOYU



现

代

数学

教

育

主编 齐建华
副主编 李朔振 王春莲 王红蔚
大象出版社

图书在版编目(CIP)数据

现代数学教育/齐建华等著. — 郑州:大象出版社,
2001.3

高等师范院校教材

ISBN 7-5347-2564-X

I. 现… II. 齐… III. 数学-教育学-高等学校:
师范学校-教材 IV. 01-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 04731 号

责任编辑 侯耀宗

责任校对 魏巧英 吴春霞

书籍设计 王翠云

出版 大象出版社(郑州市经五路 66 号 邮政编码 450002)

发行 大象出版社发行部 电话 0371-5726194

印刷 河南第二新华印刷厂

版次 2001 年 3 月第 1 版 2001 年 3 月第 1 次印刷

开本 850×1168 毫米 1/32

印张 14.875

字数 341 千字

印数 1—8 000 册

定价 23.00 元

前 言

两年前,我们承担了河南省教育厅科研规划项目“中学数学教师素质培养”.两年期间,我们开展了一些研究活动,撰写发表了一系列研究论文,本书则是这一课题的最终成果.我们当初申报这个课题的指导思想很明确,就是要向数学教师以及未来的数学教师提供一本读物,希冀对中小学数学教育具有现实的理论指导意义,对中小学开展数学素质教育有一定的启发,书中提供的方法使教师可以借鉴、操作等.

鉴于上述目的,本书首先尝试着给出了数学素质教育的界定和解说.我们认为,解说数学素质教育是当代数学教育理论工作者义不容辞的责任,现代数学教育不能漠视社会的需求,应努力构建以发展性、开放性为特征的数学教育基础理论.其次,我们视现代数学教育学是解决数学教育现实课题的实践探讨,因此,书中不乏数学学习和教学中的实

际问题的分析.再次,本书力图反映数学教育的新发展,积极探讨了数学应用、数学建模的教学与学习机理,并涉足了数学教育的情感领域——德育,以及非智力学习因素等研究.本书本着实用目的,还侧重介绍了现代中学数学方法与教学、中学数学教育评价,以及中学数学教育研究等内容,其中的阐述都重在帮助数学教师理解概念实质,并能尽快掌握其具体方法.

本书的框架来自我们 1997 年以来的教学讲义以及对中学数学骨干教师培训的讲稿,并在此期间的教学与研究实践中有所增减与发展.我们对本书的撰写提出了四点自我要求:①超前意识.理论观点、案例选取都要反映数学教育未来的发展.②通俗化.以朴素的语言解释抽象的理论,便于读者阅读理解.③实用性.要有一定数量的、具有可操作性的实例剖析,以有利于读者的“建构”.④启发性.引导读者批判、反思、吸纳,配置适度的思考与练习题.然而,本书能否达到上述目的,须经读者定论.当然,任何一个理论体系都是开放的、发展的,今后我们还要用更新的观点和例证来补充它、完善它.譬如,对于“现代技术与数学教育”部分,我们就打算另写册

子,专门讨论其理论与实践问题.

本书由齐建华撰写绪论、第一章和第三章,李明振撰写第二章和第四章,王红蔚撰写第五章,王春莲撰写第六章.全书由齐建华策划,对初稿提出修改建议并为全书统稿.书中有我们自己的研究心得体会,也借鉴了不少别人的研究成果,我们感谢创造这些成果的同仁.由于水平和时间所限,书中难免有不妥之处,敬祈赐教.

齐建华

2000年12月

目 录

绪论	(1)
第一章 数学素质教育	(16)
第一节 数学教育面临的挑战	(16)
第二节 现代数学观	(25)
第三节 数学素质教育	(41)
第四节 数学创新教育	(53)
第五节 现代数学教育的特征	(72)
第二章 数学学习论	(77)
第一节 数学学习论的研究对象、方法与策略	(77)
第二节 数学概念的获得	(84)
第三节 数学技能的学习	(97)
第四节 数学问题解决的学习	(104)
第五节 数学应用与建模的学习	(122)
第六节 影响数学学习的非智力因素	(130)
第三章 数学教学论	(148)
第一节 数学教学原则	(148)
第二节 数学教学方法	(171)
第三节 数学知识的教学	(200)
第四节 数学教育的德育功能	(240)
第四章 现代中学数学方法与教学	(260)

第一节	数学论证方法	(260)
第二节	数学探索发现方法	(273)
第三节	中学数学中的现代数学方法	(296)
第四节	数学模型方法	(336)
第五章	数学教育评价	(358)
第一节	数学学习信息的收集与整理	(359)
第二节	数学学习的评价方法	(369)
第三节	数学教育评价举例	(383)
第四节	数学教育评价中常用的统计方法	(392)
第六章	中学数学教育研究	(420)
第一节	中学数学教师与数学教育研究	(420)
第二节	数学教育研究的基本方法	(428)
第三节	数学教育研究的步骤	(448)
主要参考文献		(468)

绪 论

在科学技术飞速发展、知识经济初见端倪的当今时代,对数学教师的要求已远远突破了传统模式.社会政治经济生活结构和对数学教育功能的深层认识都要求数学教师不仅应当掌握足够的数学知识,具备较高的教育教学素养,而且还应当具备较强的应变能力,能够及时适应变化了的时代对数学教育的新需求.这就需要数学教师树立发展的观念,对当今时代特征有较高的敏感和及时的了解,对所从事的数学教育职业有准确的定位和透彻的把握.数学教育的发展进步历来是靠社会需求牵引的.对数学教师的新的要求,已使培养数学教师职业能力的课程“数学教材教法”演变为“现代数学教育学”.现代数学教育学是研究当今数学教育规律的一门学科,它的任务是指导数学教师尽快调整自身的角色和教学方式,培养他们的教学改革和创造能力,把数学素质教育贯穿于数学教学过程中.按照国家教育部的要求,“现代数学教育学”是高等师范院校数学教育专业的一门必修课程,也是在职数学教师职业发展的必要内容.然而,本学科发育历史的相对短暂,使人们没有足够的实践素材用以概括提炼,本学科理性研究的相对孱弱,亦使人们鲜有可资借鉴的理论精萃.这也是迄今为止出版的数学教育学不能反映时代需要的客观原因.本书试图追踪时代前沿,尽量以最近时期以来国内外最新的观念和有限的实践尝试来组织学科框架和理论要素.首先让我们了解一些数学教育的现代发展情况,明

确现代数学教育研究的主要内容、研究方法和学习目标。

一、数学教育的现代发展

教哪些数学知识,以及怎样教这些知识,最终是由社会的发展来决定的。尽管传统的制约力很强,但也只能在历史进程中短暂地维持原状,而原有形式和内容终究会被改良或改造。发展是现代数学教育的必然。

1. 现代数学教育发展的背景

我们可以从三个方面来把握现代数学教育发展的背景。第一, 21 世纪的社会发展、现代教育的特点以及信息时代对人的数学素质要求。21 世纪是在高科技力量推动下,人类生产更加自动化、信息化和智能化的后工业时代,是思想解放、民主宏扬和道德发展的时代,此中人与人、人与社会、国家与国家的交往更加开放,人类的道德理念将上升到更高水平。因此,21 世纪的现代教育所提倡和造就的是一种面向大多数人的民主教育、能力培养的教育以及以人为中心的教育。后工业时代对人的数学素质的要求大大提高。一方面数学的应用大为增强,另一方面由于信息处理的需要,使得数学形式化的思想和方法成为必要的工作手段。大多数职业都要求从业人员具有分析能力而不单纯具有机械操作技能,绝大多数学生需要更高更强的数学能力作为职业准备。同时生活中也需要越来越多的数学语言,各种统计表、数学符号向各行各业的劳动者传送着大量信息。为了更好地参加社会生活,不能不要求普通公民具有较高标准的数量意识。市场经济需要人们掌握更多的数学知识。无论城市还是农村,生产者也是经营者,成本、利润、投入、产出、货款、效益、股份、市场预测、风险评估等概念的了解和运作直接影响他们的切身利益。生产者几乎每天都要与买进、卖出、存款、保险、股票、债券打交道,这些经济活动的基础都是数学。科学技术的发

展要求人们具有更高的数学修养,许多现代技术越来越表现为一种数学技术,辐射到人们日常生活的各个领域.数学的运用领域也有很大扩展,除传统的工程和物理领域以外,生物领域正在大量运用数学模型,在数学工具的帮助下,生物学研究走到了科学的前沿——了解生命和了解智力.同时,数学方法越来越多地被用于环境科学、经济学、社会学以及心理学和认知科学.在这些领域中,数学提供了理解.总之,现代社会需要人具有较强的分析能力,工作中善于将复杂的事物运作程序化、明确化,处理问题时使其结构明朗、条理清晰,这就是现代社会对人的数学素质的要求.

第二,现代数学和现代技术对数学教育的冲击.20 世纪的数学急骤发展,特别是二次世界大战之后,数学的发展更加迅速.在纯数学方面,数学上升到一个更高层次的抽象,数学的各个分支都建立了新的结构,曾经不同的观念得到了一定程度的统一.应用数学大规模向前推进,信息论、控制论、规划论、系统论、博弈论、运筹学等新学科的不断涌现,使得数学同科技发展和经济进步更加密切相关.随机数学蓬勃兴起,统计数学更是渗透到几乎全部的科学分支.电子计算机促使计算数学、离散数学乃至整个数学发生深刻变革.鉴于数学的现代发展,发达国家已纷纷进行中小学数学课程改革,把经过认知处理的现代数学的内容列入数学教学大纲.

随着社会的发展,计算机应用在各行各业逐步蔓延.在各级各类学校中,伴随着幻灯、投影仪、计算器的频繁使用,配置甚至普及计算机已成为发展趋势,越来越多的学校热衷于开展现代技术辅助的数学教学.这些活动对传统数学教育构成巨大挑战.从学习动机和兴趣上,各种技术教学手段将会改变沉闷的“演练”式学习方式,学生更加易于发生兴趣,有利于激发学生的求知欲望;从学习形式上,由于现代技术具有直观的视觉功能、强大的计算功能,直

观地学习数学成为可能,学生可以通过“做”来学习数学,使学习过程更加符合客观规律;从认知结构的形式上,现代技术的多角度、多层次的信息提供,可使学生通过不同感官来认识数学;现代技术的“高超组织”作用,也可以使学生的认知过程更加符合心理发展规律,使数学学习成为一种自然行为;从个性品质培养上,现代技术教学是一种组织化的学习,学生与他人合作与交流意识的加强,有利于创新能力和批判思维能力的发展.从教育发展的趋势来看,现代技术进入数学课堂,只是时间早晚的问题,谁先把技术应用于数学教育,谁就能抢占数学教育之先机.在科教兴国、素质先行的今天,数学教育天然倾向于接纳现代技术,希望学生能以与时代发展同步的方式学习现代数学,而不再是用古老的方法学习传统数学.

第三,对外开放、国际交流与文化碰撞对我国数学教育的影响.二十年来,我国逐步进入国际文化教育交流圈,得以在国际背景下探索数学教育发展问题.我们看到,我国数学教育具有一定优势,表现在学生基础知识掌握得较牢,历次国际数学奥林匹克竞赛中荣获可观奖项,国际数学成绩测验中基本知识成绩不凡等.但同时也发现,其中的问题大量存在,主要表现在学生的数学思维品质不高,缺乏灵活性、深刻性以及批判性等;数学知识面窄,不能了解或掌握现代社会需要的多方面知识;数学应用和实际操作能力也较低,缺乏数据处理、信息加工、图表绘制、操作运算等方面的技能;数学学习方式单一、被动,数学学习的情感体验比较消极等.与发达国家“高标准的数学教育、挑战性的学习目标、现代化手段的数学学习、主体性的数学教学”相比,我们的数学教育差距还很大.造成问题的原因是多方面的,有教育观念、教育管理体制、考试制度和社会用人制度等方面的原因,也有数学教育自身的原因.面对

21 世纪国际间的竞争,需要我们在保持优势的同时,尽快改革现行数学教育与时代要求不相适应的地方。

2. 迈向现代数学教育,是一场科学意义上的范式革命

简单地说,范式是在一定历史时期内,人们对某一领域事物的共有的基本见解、思维方式和行为操作的总称。范式革命则通常指较为彻底的革命。范式革命源于旧范式的危机,贯穿于新旧范式的竞争及以新范式取代旧范式的过程之中。

中国的数学教育经历了三次范式革命。第一次是辛亥革命和五四运动时期,其典型特征是中小学普及西方数学,与国际通用的数学语言接轨。第二次是 1949 年建立中华人民共和国之后,在学习苏联的基础上,建立了完整的数学教育体系,体现出培养三种能力(基本运算、逻辑思维、空间想像)、打好双基(基本知识、基本技能)、形成严密的逻辑演绎课程结构的特征。第三次革命就是 20 世纪 90 年代以来,以素质教育为目标的数学教育演变和发展。

新世纪的数学教育发展既是深刻的教育思想和教育观念的改革,又是涉及数学课程、教学方式以及教学手段的全面转变:数学观——以辩证唯物主义的态度,汲取数学哲学的现代成果,从数学定律观转向数学过程观;教育观——从“以教师为中心”转向“以学生发展为主体”,从“学知”转向“求知与发展”;数学课程观——从学科中心的局部型转向适合时代的扩展型,这是计算机出现、新内容增加的必然趋势;教学观——强调分析问题和解决问题的能力培养,从追求固定的教学方式转向形成科学的民主教学风格,汇集一切有利于创造性思维培养的优异手法;教学手段——从纸笔演算转向以现代技术、信息工具为辅助的多种方式的训练。

3. 现代数学教育发展的目标

数学教育目标的确定很大程度上依据社会标准,由社会需要

什么样的数学素质人才来决定.现代数学教育发展的目标必然高出传统数学教育的目标,两者相比将在以下诸方面显示出根本的不同:第一,新目标追求主动适应社会变革,而旧目标则倾向于被动调节;第二,新目标强调多样性,而旧目标强调单一性和统一性;第三,新目标在数学教育功能和数学教育自身建设上具有超前意识,而旧目标则注重眼前,较少注重发展性;第四,新目标强调个性化,而旧目标则重视标准化.

现代数学教育的核心是数学素质教育,突出强调创新的数学教育.现代数学教育是在良好的背景下,培养学生获取知识、应用知识的能力,进而激发其创造能力的教育.通过前面的讨论可以认为,现代数学教育的发展目标是实现下列诸点:第一,确立以提高学生的数学素质为目标,以学生发展为本的数学教育观,形成适应社会发展、推动社会发展的数学教育.第二,形成具有中国特色的现代数学教育模式,既发扬严谨扎实的教学传统,又展示探索创新的现代追求.发展与我国社会相适应的多元化数学教育,体现民主精神和探索精神,形成主动性、合作性和创造性的数学教育风气.第三,学生树立积极向上的数学价值观,重视数学在现代社会中的作用,坚信认识问题、解决问题的数学力量,尽可能多地掌握现代数学知识,在此基础上普遍提高学生的数学基础能力,重视从抽象、表示到符号变换再到检验、应用这一全过程的数学经验.第四,扩大传统教法范围,增强活动性教学,在传统数学的基础上加强观察、尝试、演练、建模、试验交流等数学活动,形成完整的现代数学教学体系.第五,现代技术成为开展数学教育的重要手段,现代技术教学法成为流行的一种教学法,教师利用计算机丰富和激活数学情境,学生获得直观的学习信息,提高学习效率.

二、现代数学教育研究的内容

数学教育研究已经经历了两个阶段,20世纪90年代以来,由于改革与发展的需要,数学教育研究进入了第三个阶段.第一阶段的研究目标是帮助数学教师适应数学教学,其特点为以阐述数学教材中的具体内容为主的“数学教材教法”.从我国中小学引入西方数学开始到五六十年代学习苏联经验,这一时期我国的数学教育研究的重点放在对数学知识和数学教学的理解上,研究人员及第一线教师深入钻研,呕心沥血,比较彻底地弄懂吃透了教材并摸索出一些传授知识的方法和技巧.“数学教材教法”对提高教师的专业知识水平,从容地向学生传授数学知识产生了积极作用.第二阶段的研究目标是探索数学教学规律,其研究的代表形式为“数学课程论、数学教学论以及数学学习论”(通称三论).20世纪60年代至80年代,数学教育研究开始走向探讨数学教学的规律.在当时的教育体制下,数学教育主要研究统一数学大纲的制定原则,数学课程内容的组织协调;数学学习的一般规律,主要包括概念、命题的学习,数学知识获取与迁移;数学教学的目的和任务,数学教学原则等.这些研究成果的传播,使我国数学教师的理论水平和教学能力得到进一步提高.

20世纪90年代以来,我国着手建设适合中国国情的、科学的数学教育新体系,“面向世界、面向未来、面向现代化”是这一建设的指导思想.现阶段数学教育的研究目标是数学教育的改革与发展.这就首先涉及改革的研究.对

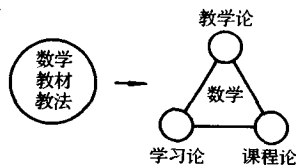


图1 传统数学教育研究

于数学素质教育的界定和解说,是数学教育工作者首要关注的问题,其中涉及数学观和人才观.从数学应试教育向数学素质教育转

变是一场波及社会文化、教育观、数学观等观念性的变革.因此现代数学教育研究既是哲学层面的深层理论研究,又是解决一系列数学教育现实课题的实践探讨.

迄今为止,数学教学仍然是数学教育中的重要环节.虽然传统的数学教学模式基本上是成功的,但是那种带有“自我封闭”式的教学模式于今看来并不十分完美.数学教学中如何加强学生的主体参与,如何把握现代数学知识(从内容到形式)的教学,如何体现创造性思维培养,如何消除消极的学习情感等,都是需要引起充分关注并切实解决好的教学论中的重要课题.同时,教学论还要关注由于教育环境改善,数学教学模式朝着多样化、开放化、信息化方面发展的趋势.需要注意的是对于数学学习的研究.认知理论正在上升为当今学习理论的主流,数学思维、数学概念学习的认知分析,数学知识结构从形成到稳固的过程等诸多问题均需要纳入数学学习论的研究领域,并做出理论的确定.数学教育评价也需要研究新的方法和建立新的标准.传统单一的测试方式须向多样测试方式发展,检测学生知识掌握的同时,也须检测学生的思维过程和创造能力.可以说,数学教育哲学、数学教学论、数学课程论、数学学习论以及数学教育评价等构成现代数学教育学的基本内核和学科框架.当然,欲全面揭示数学教育演变与发展的规律,还须从社会经济、文化、历史、科技以及国际趋势等方面展开研究.因此,学校范围以外的很多领域,如数学教育史、数学教育的国际比较、信息技术与数学教学、数学教师队伍的发展以及文化影响,差生、性别差异等专题也都属于现代数学教育的研究范围.总之,现代数学教育研究是一个多元复合体,是一个呈现开放、发展的模式.

综上所述,现代数学教育是一门以哲学、教育学、社会学等为基础,与数学、科学方法论、心理学等相关联的综合性学科.这种综

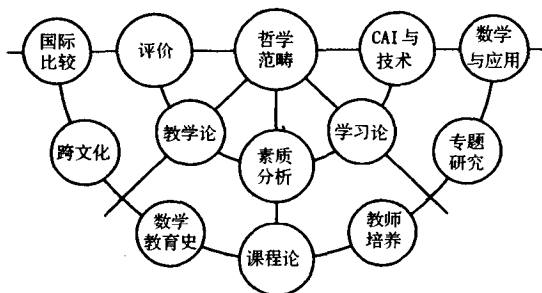


图2 现代数学教育研究

合决不是将中学数学教学与这些学科中相关结论拼凑与组合，而是在独立地研究数学教育现象、探索数学教育规律时，借鉴各相关学科的原理、思想、观点和方法，来确立数学教育本身的立场和观点，解决数学教育本身的问题。考虑到与中学数学教师相关的直接内容主要来自数学教育研究领域中的内核问题，而且作为一门课程，本书不便容纳现代数学教育学的全部内容。因此，本书基本选取现代数学教育的基本内核为框架，仍定名为“现代数学教育”。

三、现代数学教育研究的基本原则及方法

任何科学性的活动都是根据一定的原则和方法来进行的，正确的原则和科学的方法是学习、研究成功的保证，数学教育研究的原则和方法亦是一个不容忽视的问题。

1. 以解决数学教育中现实矛盾为目的的理论分析

数学教育研究的理论构成对象来自于数学教育实践中的矛盾之中，而不是来自于预先制定的框架之内。我国数学教育研究注重理论与实践的结合，20世纪80年代以前，为了解决那个时期数学教学中的矛盾，历经长期的实践和探索，形成了以数学课程论、数学学习论以及数学教学论为中心的学科框架，这个学科的研究成