面向21世纪高校教材

高等数学习题课教程

（理工类）

主编　汪光先　戴中寅　武震东

6

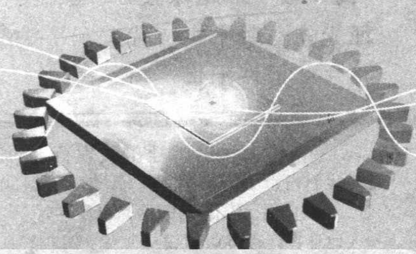
苏州大学出版社

面向21世纪高校教材

高等数学习题课教程

(理工类)

主 编 汪光先 戴中寅 武震东



苏州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学习题课教程：理工类/汪光先，戴中寅，武震东主编. —苏州：苏州大学出版社，2005.8
面向21世纪高校教材
ISBN 7-81090-473-6

Ⅰ. 高…　Ⅱ. ①汪…②戴…③武…　Ⅲ. 高等数学—高等学校—习题　Ⅳ. O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第055150号

高等数学习题课教程(理工类)
汪光先　戴中寅　武震东　主编
责任编辑　谢金海

苏州大学出版社出版发行
(地址：苏州市干将东路200号　邮编：215021)
宜兴文化印刷厂印装
(地址：宜兴市南漕镇　邮编：214217)

开本 720mm×940mm　1/16　印张13　字数246千
2005年8月第1版　2005年8月第1次印刷
ISBN 7-81090-473-6/O·24(课)　定价：18.00元

《高等数学习题课教程(理工类)》

编　委　会

前　　言

《高等数学》课程对于理工类专业学生的重要性已无须赘述，而习题课是学好这门课程的重要环节。习题课是在教师主导下，利用已知的知识解题，从中提高理论知识的理解和运用能力。习题课上，教师不仅要培养学生分析问题、解决问题和检验结论的能力，还要帮助学生总结内容和解题经验、比较解题方法的适用场合和常见错误的性质及原因等。例题分析讲解是习题课的主要手段，通过具体习题，让学生体会一般方法，理解不同方法的联系和理论依据。

有鉴于此，为配合理工类《高等数学》课程教学，我们将几年来探索习题课教学形成的讲义修订编写成这本《高等数学习题课教程》，为《高等数学》的习题课教学提供一个规范。本书也用于帮助学习《高等数学》的学生理清理论脉络、正确理解基本概念、总结解题方法。例题分析更能够帮助学生提高分析问题解决问题的能力。本书也可供参加竞赛或考研的学生复习使用。

本书在章节与内容编排上，与同济大学《高等数学》第五版一致，共分为 12 章。每章包含内容提要、重要结论、例题分析、学习要点、练习题 5 个部分。内容提要是一章的理论体系，重要结论指出了常用和重要的结论和公式，它们对于析题和解题是至关重要的。每个例题配有简短的分析，指出了解题思路的切入点。学习要点提炼本章内容，简明地叙述了新的内容带来的新的概念、问题和方法，以及它与以前内容的联系。练习题分为二个层次，练习题 1 是基本要求，练习题 2 具有提高性质，都给出了完整的解答。

本书的编写出版，得到了苏州大学教务处、数学科学学院的大力支持。苏国荣老师全面参与了本书的策划。文正学院提供了本书初稿的试用资助。刘于人、苏国荣、丰世富参与了试用。大学数学部的许多老师对本书提出了非常好的建议，使其增色不少。编者谨在此一并表示感谢！最后，我们还要感谢推出本书的苏州大学出版社。

编　者

2005 年 8 月 15 日

目录

第1章

函数与极限

1.1 内容提要

1. 函数是微积分研究的对象，定义域、对应法则构成其两要素.

2. 极限分成数列极限与函数极限，是微积分学的基础，以后的内容绝大多数与此紧密相关.

3. 无穷小与无穷大是两个特殊的变量，为了更细致地研究它们之间的关系，必须讨论它们之间比较时产生的阶的关系.

4. 求极限的方法有多种，本章所运用的主要有极限运算法则及两个极限存在法则，并利用后者得到两个重要极限.

5. 利用极限来描述连续这种直观现象是用极限来研究函数的第一次应用，从中得到了初等函数的连续性. 连续函数在闭区间上具有特殊的性质.

1.2 重要结论

1. $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$ 的定义为

$$\forall\varepsilon>0,\exists N>0,\forall n>N,\text{满足}|a_n-a|<\varepsilon.$$

2. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$ 的定义为

$$\forall\varepsilon>0,\exists\delta>0,\forall x\in\mathring{U}(x_0,\delta),\text{满足}|f(x)-A|<\varepsilon;$$

$\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=A$ 的定义为

$$\forall\varepsilon>0,\exists\delta>0,\forall x\in(x_0,x_0+\delta),\text{满足}|f(x)-A|<\varepsilon;$$

$\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=A$ 的定义为

$$\forall\varepsilon>0,\exists\delta>0,\forall x\in(x_0-\delta,x_0),\text{满足}|f(x)-A|<\varepsilon;$$

$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A$ 的定义为

$$\forall\varepsilon>0,\exists X>0,\forall x\text{ 满足}|x|>X\text{ 时，成立}|f(x)-A|<\varepsilon;$$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=A$ 的定义为

$$\forall \varepsilon>0, \exists X>0, \forall x \text{ 满足 } x>X \text{ 时,成立} |f(x)-A|<\varepsilon;$$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=A$ 的定义为

$$\forall \varepsilon>0, \exists X>0, \forall x \text{ 满足 } x<-X \text{ 时,成立} |f(x)-A|<\varepsilon.$$

3. 数列极限或函数极限若存在则必惟一.

4. 收敛数列必为有界数列. 函数极限存在局部有界性.

5. 函数极限若存在,则有局部保号性.

6. 设 $\lim f(x)=A$. 若 $n\to\infty$时,x_n 与此极限中的 x 有相同的变化趋势,则 $\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n)=A$.

7. $\lim f(x)=A \Leftrightarrow f(x)=A+o(1)$.

8. 若自变量的同一变化过程中,$\lim f(x)=A$,$\lim g(x)=B$,相除时分母不为 0,则

$$\lim(f(x)+g(x))=A+B, \lim f(x)g(x)=AB, \lim\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{A}{B}.$$

9. 若自变量的同一变化过程中,$\alpha\sim\alpha'$,$\beta\sim\beta'$,且 $\lim\frac{\alpha'}{\beta'}$存在,则

$$\lim\frac{\alpha}{\beta}=\lim\frac{\alpha'}{\beta'}.$$

10. 夹逼准则,且由此得$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\frac{1}{x}=1$;单调有界数列必收敛,且由此得$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=\lim\limits_{x\to0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=\mathrm{e}$.

11. 函数在某点连续的定义为$\lim\limits_{\Delta x\to0}(f(x_0+\Delta x)-f(x_0))=0$,其等价条件是 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$,在定义域端点处以单侧极限的方式给出. 不满足上式的点称为间断点,分为两类:第一类间断点是指左、右极限都存在的间断点,其余是第二类的.

12. 闭区间上的连续函数有最大、最小值,是有界的,且能取得介于最大、最小值之间的任意值. 当两端点函数值异号时,区间内部必有零点存在.

1.3 例题分析

例 1 设 $f(x)=\begin{cases}1, & |x|<1,\\ 0, & |x|=1,\\ -1, & |x|>1,\end{cases}$ $g(x)=\mathrm{e}^x$,求 $f(g(x))$与 $g(f(x))$.

分析　初等函数之间的复合一般比较常见，而本题中有一个是分段函数，这就需要弄清两个函数的定义域与值域的关系.

解　首先容易求 $g(f(x))$：

$$g(f(x))=\mathrm{e}^{f(x)}=\begin{cases}\mathrm{e}, & |x|<1,\\ 1, & |x|=1,\\ \mathrm{e}^{-1}, & |x|>1.\end{cases}$$

求 $f(g(x))$时，首先要考虑在什么范围内有 $|g(x)|=\mathrm{e}^x<1,>1$ 或 $=1$.

由于 $|g(x)|=\mathrm{e}^x\begin{cases}<1, x<0,\\ >1, x>0,\\ =1, x=0,\end{cases}$ 所以 $f(g(x))=\begin{cases}1, & x<0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x>0.\end{cases}$

例 2　设 $f(x)=\begin{cases}1-2^x, & x<-1,\\ x^3, & x\geqslant -1,\end{cases}$ 求 $f(x)$的反函数 $g(x)$的表达式.

分析　分段函数 $f(x)$在$(-\infty,-1)$及$[-1,+\infty)$上是分别单调增加的，因为在 -1 处是连续的，所以其在$(-\infty,+\infty)$上单调增加，从而反函数的存在性没有问题，其表达式须在各分段上分别求得.

解　当 $x\in(-\infty,-1)$时，$y=1-2x^2$，值域为 $y<-1$，解得 $x=-\sqrt{\dfrac{1-y}{2}}$；

当 $x\in[-1,+\infty)$时，$y=x^3$，值域为 $y\geqslant -1$，解得 $x=\sqrt[3]{y}$.

因此有 $g(x)=\begin{cases}-\sqrt{\dfrac{1-x}{2}}, & x<-1,\\ \sqrt[3]{x}, & x\geqslant -1.\end{cases}$

例 3　证明：$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1$.

分析　此命题是一个常用的结论，且由此可知$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n^k}=1$，$k$ 是一常数. 证明该命题的方法较多，在此用夹逼定理.

解　显然 $1<\sqrt[n]{n}$，令$\sqrt[n]{n}=1+\alpha_n$，故有 $\alpha_n>0$，

$$n=(1+\alpha_n)^n=1+n\alpha_n+\frac{n(n-1)}{2}\alpha_n^2+\cdots+\alpha_n^n>\frac{n(n-1)}{2}\alpha_n^2,$$

所以 $0<\alpha_n^2<\dfrac{2}{n-1}$，而$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n-1}=0$，故$\lim\limits_{n\to\infty}\alpha_n^2=0$，所以$\lim\limits_{n\to\infty}\alpha_n=0$，即$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}=1$.

例 4　设 $x_1=10$，$x_{n+1}=\sqrt{6+x_n}\,(n=1,2,\cdots)$，试证数列$\{x_n\}$极限存在，并求此极限.

分析　此题为考研真题，这种以迭代形式给出的数列极限的存在性，常常用

“单调有界必收敛”这一性质来证明，首先认定极限存在，求出极限值，然后依此再作单调有界的证明.

证明　$x_1=10>3$，设 $n=k$ 时 $x_k>3$，则当 $n=k+1$ 时，

$$x_{k+1}-3=\sqrt{6+x_k}-3=\frac{6+x_k-9}{\sqrt{6+x_k}+3}=\frac{x_k-3}{\sqrt{6+x_k}+3}>0,$$

故 $\{x_n\}$ 有下界，而

$$x_{n+1}-x_n=\sqrt{6+x_n}-x_n=\frac{6+x_n-x_n^2}{\sqrt{6+x_n}+x_n},$$

所以 $x_{n+1}-x_n=\dfrac{(3-x_n)(2+x_n)}{\sqrt{6+x_n}+x_n}<0$，这意味着 $\{x_n\}$ 为单调有界数列，从而必收敛.

设 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=A$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}x_{n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{6+x_n}$，$A=\sqrt{6+A}$，解得 $A=3$.

例 5　求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2\sin\dfrac{1}{x}+3\sin 2x}{2x}$.

分析　本题主要涉及重要极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$，初学者往往只注意极限号后的表达式，而忽视自变量的趋向；另外，$\lim\limits_{x\to 0}x\sin\dfrac{1}{x}=0$ 是用“有界与无穷小之积为无穷小”，因而不能将其写成 $\lim\limits_{x\to 0}x\sin\dfrac{1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}x\cdot\lim\limits_{x\to 0}\sin\dfrac{1}{x}=0$，后者极限是不存在的，容易造成错误.

解　$$原式=\lim_{x\to\infty}\left(2x\sin\frac{1}{x}+\frac{3\sin 2x}{2x}\right)=\lim_{x\to\infty}2\cdot\frac{\sin\dfrac{1}{x}}{\dfrac{1}{x}}+\lim_{x\to\infty}\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{x}\sin 2x$$
$$=2+0=2.$$

例 6　求下列极限：

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}(1+n)^{\frac{1}{n}}$；(2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+1}$；(3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+3x)^{\frac{2}{\sin x}}$.

分析　这几道题似乎均与重要极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=\mathrm{e}$ 有关，其实只要认真观察自变量的趋向，就知道第一个与重要极限无关. 对第二、第三个及与其类似的题目，一般做法是凑出与公式一样的形式，然后再用公式.

解　(1) 因 $n^{\frac{1}{n}}\leqslant(1+n)^{\frac{1}{n}}\leqslant(n+n)^{\frac{1}{n}}$，而 $\lim\limits_{n\to\infty}n^{\frac{1}{n}}=\lim\limits_{n\to\infty}(2n)^{\frac{1}{n}}=1$，由夹逼准则知

$$\lim_{n\to\infty}(1+n)^{\frac{1}{n}}=1.$$

(2) 原式 $=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{2x+1}\right)^{x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x+\frac{1}{2}}\right)^{x+\frac{1}{2}}\left(1+\dfrac{1}{x+\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}=\mathrm{e}.$

(3) 原式 $=\lim\limits_{x\to 0}\left[(1+3x)^{\frac{1}{3x}}\right]^{\frac{2}{\sin x}\cdot x}=\mathrm{e}^6.$

例 7　已知 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\sqrt{x^2+x+1}-(ax+b)\right]=0$，求常数 a,b.

分析　有关开方的极限问题，往往要用有理化的方法. 本题还要特别注意"$x\to+\infty$"中的符号，有关开方提取时的正负的选取.

解　因为 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-(ax+b)\right)=0$，所以

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-ax\right)=b,$$

即　$\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-a\right)=b,$

所以　$x\left(\sqrt{1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-a\right)=b+o(1),x\to+\infty,$

$$\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-a=\frac{b}{x}+\frac{1}{x}o(1),x\to+\infty,$$

即　$a=\sqrt{1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-\dfrac{b}{x}+\dfrac{1}{x}o(1),x\to+\infty.$

所以　$a=1,$

$$b=\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+x+1}+x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+1}=\frac{1}{2}.$$

例 8　求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(\mathrm{e}^{x^2}-1)(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-2)}{[\ln(1-x)+\ln(1+x)]\sin\dfrac{x^2}{1+x^2}\cos\dfrac{x}{1+x}}$.

分析　此题表面上看着有些眼花缭乱，而实际上其中较多部分的无穷小的相乘可用等价无穷小来代替. 这就需要读者记住常用的等价无穷小公式.

解　原式 $=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(\mathrm{e}^{x^2}-1)(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-2)}{\ln(1-x^2)\sin\dfrac{x^2}{1+x^2}\cos\dfrac{x}{1+x}}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x^2(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-2)}{(-x^2)\dfrac{x^2}{1+x^2}}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{1}{\cos\dfrac{x}{1+x}}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}-2}{-x^2}\cdot 1$$

$$=-\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})^2-4}{x^2(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+2)}=-\lim_{x\to 0}\frac{2\sqrt{1-x^2}-2}{x^2\cdot 4}$$

$$=-\frac{1}{2}\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-x^2}-1}{x^2}$$

$$=-\frac{1}{2}\lim_{x\to 0}\frac{-\dfrac{1}{2}x^2}{x^2}=\frac{1}{4}.$$

例 9 求常数 a,b,使 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1-ax}-1}{x}, & x<0,\\ ax+b, & 0\leqslant x\leqslant 1,\\ \arctan\dfrac{1}{x-1}, & x>1\end{cases}$ 在所定义的区间上连续.

分析 函数连续的定义是基本的而往往又是较难把握的,本题就是考察连续的基本概念.

解 此函数在 $x\neq 0,1$ 处的连续性可由初等函数的连续性得到.

当 $x=0$ 时,

$$\lim_{x\to 0^-}f(x)=\lim_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{1-ax}-1}{x}=\lim_{x\to 0^-}\frac{\dfrac{1}{2}(-ax)}{x}=-\frac{a}{2};$$

$$\lim_{x\to 0^+}f(x)=\lim_{x\to 0^+}(ax+b)=b.$$

在 $x=0$ 处连续,须有 $\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=f(0)=b$,即

$$-\frac{a}{2}=b. \tag{1}$$

当 $x=1$ 时, $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(ax+b)=a+b;$

$$\lim_{x\to 1^+}f(x)=\lim_{x\to 1^+}\arctan\frac{1}{x-1}=\frac{\pi}{2}.$$

在 $x=1$ 处连续,须有 $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=f(1)=a+b$,即

$$a+b=\frac{\pi}{2}. \tag{2}$$

联立(1)、(2)得 $a=\pi, b=-\frac{\pi}{2}$.

例 10 讨论 $f(x)=\dfrac{1}{1-\mathrm{e}^{\frac{x}{1-x}}}$的连续性.若有间断点,指出其间断类型.

分析 间断点就是破坏了函数连续性的点.关于间断的类型,一般来讲,除了第一类间断点中特殊的可去间断点需要声明外,其余情况只需指出其属于哪一类的即可.

解 在 $x=1$ 及 $x=0$ 处函数无定义,因此是间断点,其余均是初等函数定义区间内的点,是连续点.

在 $x=1$ 处,

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-}\frac{1}{1-\mathrm{e}^{\frac{x}{1-x}}}=0,\ \lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}\frac{1}{1-\mathrm{e}^{\frac{x}{1-x}}}=1,$$

故 $x=1$ 是第一类间断点;

在 $x=0$ 处,

$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{1-\mathrm{e}^{\frac{x}{1-x}}}=+\infty,$$

故 $x=0$ 是第二类间断点.

例 11 若 $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上连续,且$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$存在,求证:$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上有界.

分析 这类题目直观上觉得结论确实正确,但难以用严格的数学语言来描述,对此我们只能首先理解数学语言对相关定义的描述,再逐步模仿,直到真正掌握.

证明 设$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=A$,则有

$$\forall \varepsilon>0, \exists X>0, \forall x \text{ 满足 } |x|>X \text{ 时,成立 } |f(x)-A|<\varepsilon.$$

取 $\varepsilon_0=1$,故$\exists X_0>0$,使得所有 x 满足$|x|>X_0$,即有$|f(x)-A|<1$ 成立,即

$$|f(x)|<|A|+1, \forall x \text{ 满足 } |x|>X_0.$$

而在$[-X_0, X_0]$上,由闭区间上连续函数的性质知

$$\exists B>0, \forall x\in[-X_0, X_0], \text{有 } |f(x)|<B \text{ 成立}.$$

综合以上两步,有$|f(x)|<\max(|A|+1, B)$, $x\in(-\infty,+\infty)$,即 $f(x)$有界.

例 12 设 $f(x)$是$[0,1]$上的非负连续函数,且 $f(0)=f(1)=0$,求证:对任意实数 $p(0<p<1)$,必存在 $x_0\in[0,1]$,使得 $x_0+p\in[0,1]$,且 $f(x_0)=f(x_0+p)$.

分析 这类题目,最好能先从直观上认识到结论的正确性,特别是需要用介值定理和零点存在定理来证明的题目,然后考虑用数学语言描述,而这往往会牵

涉到作辅助函数.

证明　设 $F(x)=f(x)-f(x+p)$, $x\in[0,1-p]$,则 $F(x)$ 在 $[0,1-p]$ 上连续,且

$$F(0)\cdot F(1-p)=[-f(p)]\cdot f(1-p)\leqslant 0.$$

上式若为 0,则必有或者 $f(p)=0$,或者 $f(1-p)=0$,此时有

$$f(0)=f(0+p) \text{或} f(1)=f(1-p+p)=f(1-p),$$

分别是 $x_0=0$ 及 $x_0=1-p$ 的情况.

若不为 0,则由零点存在定理知,存在 $\xi\in(0,1-p)$,使 $F(\xi)=0$,ξ 满足结论中要求的 x_0.

学习要点

本章的内容主要是极限与连续,极限的内容贯穿整个"高等数学",连续只是具体一个函数满足一定的条件.本章的主要考点除了函数的两个要素外,还有如何求极限和闭区间上连续函数的性质.

练习题 1

1. 已知 $f(x)=\frac{1}{2}(x+|x|)$, $g(x)=\begin{cases}e^{-x}, & x<0,\\ x^2, & x\geqslant 0.\end{cases}$ 求 $f(g(x))$, $g(f(x))$.

2. 已知 $f(x)=e^{x^2}$, $f(g(x))=1-x$,且 $g(x)\geqslant 0$,求 $g(x)$ 及其定义域.

3. 设 $f(x)=x\tan x e^{\sin x}$,则 $f(x)$ 是　(　　)

(A) 偶函数　(B) 无界函数　(C) 周期函数　(D) 单调函数

4. 设数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ 满足 $\lim\limits_{n\to\infty}(x_n y_n)=0$,则有　(　　)

(A) 若 $\{x_n\}$ 发散,则 $\{y_n\}$ 必发散

(B) 若 $\{x_n\}$ 无界,则 $\{y_n\}$ 必有界

(C) 若 $\{x_n\}$ 有界,则 $\{y_n\}$ 必为无穷小

(D) 若 $\left\{\frac{1}{x_n}\right\}$ 为无穷小,则 $\{y_n\}$ 必为无穷小

5. 已知 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x=9$,则 a 的值为　(　　)

(A) 2　(B) ln3　(C) 3　(D) ln2

6. 设 $f(x)$, $g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有定义,分别各有惟一的间断点 x_1, x_2,且 $x_1\neq x_2$,则必有间断点的函数是　(　　)

(A) $f(g(x))$　(B) $f(x)g(x)$