

中国数学史 论文集 (四)

吴文俊 主编



山东教育出版社

中国数学史论文集

(四)

吴文俊 主编

山东教育出版社

1996年·济南

中国数学史论文集

(四)

吴文俊 主编

*

山东教育出版社出版发行

(济南经九路胜利大街)

山东人民印刷厂印刷

*

787 毫米×1092 毫米 16 开本 11.25 印张 248 千字

1996 年 12 月第 1 版 1996 年 12 月第 1 次印刷

印数: 1—1000

ISBN 7-5328-2450-0/G·2272

定价 10.80 元

如印装质量有问题, 请与印刷厂联系调换。

前 言

本集共收入学术论文 17 篇及纪念文章 1 篇，其中有的是向 1987 年 5 月 21~25 日在北京师范大学举办的“秦九韶《数书九章》成书 740 周年纪念暨学术研讨国际会议”提交的论文，有的是 1988 年 8 月 5~10 日在美国加利福尼亚大学圣地牙哥分校召开的“中国科学史第五届国际学术会议”上宣读的论文，有的是 1988 年 11 月 1~5 日在安徽举行的“纪念梅文鼎国际学术讨论会暨第三次全国数学史年会”上宣读的论文。这些论文中，有的是新的研究成果，有的是综合性报道，有的是评述性文章，有的则是辩论性的文章。

本集较集中地发表了有关秦九韶及其著作的研究论文，藉以阐明最近对秦九韶的研究概况。其中“秦九韶及其著作研究项目组”的作者由吴文俊、白尚恕、沈康身、李迪和李继闵五人组成。此外，本集还发表了一篇英文文章。

编 者

1988 年 12 月

目 录

纪念秦九韶《数书九章》成书七百四十周年	秦九韶及其著作研究项目组 (1)
关于秦九韶与《数书九章》的研究史	李 迪 (8)
秦九韶关于上元积年推算的论述	李继闵 (22)
秦九韶“大衍总数术”造术之探讨	李继闵 (37)
秦九韶求定数算法“约‘奇’弗约‘偶’”辨析	李继闵 (54)
通过《数书九章》探讨“缀术”	李 迪 (68)
高次方程数值解的秦九韶程序	罗见今 (73)
《数书九章》中的测量方法研究	冯立升 (81)
近年来中国学者对中国数学史研究的概况与展望	白尚恕 (89)
“剔而消之”浅析	胡明杰 (97)
《视学》透视量点法作图题选析	沈康身 (104)
朱载堉数学工作述评	李兆华 (114)
增订汪莱年谱	汪宜楷 (123)
博启的逻辑推理方法	那日苏 (133)
《宣城游学记》追踪记	白尚恕 (142)
The Chinese Indigenous Tradition of Mathematics and the Conceptual Foundation to Adopt Modern Mathematics in the 19th Century	李文林 (146)
论比较数学史的原则	刘洁民 (157)
比较数学史中的范例分析	刘洁民 (163)
后记	(172)

纪念秦九韶《数书九章》 成书七百四十周年^①

秦九韶及其著作研究项目组

《数书九章》是南宋著名数学家秦九韶的精心杰作，广为学术界所知。《数书九章》成书于南宋淳祐七年（1247）农历九月。今（1987年）适逢《数书九章》成书七百四十周年，本项目组特发此文，以资纪念。

一、秦九韶小传

秦九韶，字道古。其生卒年，一说生于嘉泰二年（1202），卒于景定二年（1261），终年六十岁^②；一说生于嘉定二年（1209），卒于景定二年以后^③。其籍贯，秦氏自称“鲁郡”，一说“秦凤间人”，^④一说“秦、凤间人”^⑤，一说“秦凤人”^⑥，一说“山东滋阳、曲阜一带人”^⑦，一说“蜀、普州安岳人”^⑧。我们以为秦九韶出生地尚需进一步考证，但鲁郡是其祖籍当无疑问。

据宝庆二年（1226）正月十二日涪州石鱼题称“郡守李瑀公玉，新潼川守秦季樵宏父，郡纠曹椽何昌宗季文，季樵之子九韶道古，瑀之子泽民志可同来游。石鱼阅八年不出，今方瞭然，大为丰年之祥。此不可不书。宝庆二年正月十二日。涪州太守”^⑨。由此可知，秦九韶之父是秦季樵。

秦季樵，字宏父，与陈亮（1143—1194）、程秘（1164—1242）是同榜进士，后任巴

① 国家自然科学基金资助项目。

本文曾于1987年5月在“秦九韶《数书九章》成书740周年纪念暨学术研讨国际会议”上报告。发表时略作修改。

② 钱宝琮：《秦九韶〈数书九章〉研究》，载《宋元数学史论文集》，科学出版社，1966年。

③ 李迪：《秦九韶传略》，载《秦九韶与〈数书九章〉》，北京师范大学出版社，1987年。

④ 周密：《癸辛杂识续集》，卷下。

⑤ 钱宝琮：《秦九韶〈数书九章〉研究》，《分析周密癸辛杂识续集之说》。

⑥ 胡玉缙：《四库提要补正》，引钱大昕：《十驾斋养新录之说》。

⑦ 梁宗巨：《世界数学史简编》，辽宁人民出版社，1980年。

⑧ 严敦杰：《秦九韶年谱初稿》，载《秦九韶与〈数书九章〉》，北京师范大学出版社，1987年。

⑨ 严敦杰于《秦九韶年谱初稿》中引用归安姚觐元、海昌钱保塘同撰之《涪州石鱼文字所见录》，有一语为“石鱼阅八年不出”。今据1987年石鱼拓片校正为“石鱼阅八年不出”。并参见杨齐《秦九韶涪州观石鱼小考》一文（未发表）。

州守,嘉定十二年(1219)闰三月“兴元军士张福、莫简等作乱,以红巾为号。”^①“嘉定十二年三月乙亥,兴元军士权兴等作乱,犯巴州,守臣秦季樞弃城去。”^②不久转至临安,任工部郎中、秘书少监等职。“宝庆元年(1225)正月,以秘书少监兼国史院编修官、实录院检讨官。六月除直显谟阁知潼川府。”^③

秦九韶在临安期间,由于其父季樞任秘书少监等职,所以他得以与当时的天文历法家、数学家、建筑家等进行接触,从而学习了不少有关天文、历算、数学、建筑等方面的科学知识。正如他在《数书九章》序言中所说:“九韶愚陋,不闲于艺。然早岁侍亲中都,因得访习于太史。又尝从隐君子受数学。”他通过在临安的刻苦学习,为以后的研究工作奠定了坚实的基础。

当时,秦九韶除学习了许多科学技术知识以外,又向著名词人李刘学习骈俪诗词,并与之成为至友。如周密于《癸辛杂识续集》下卷称:秦九韶“性极机巧,星象、音律、算术,以至营造等事,无不精究。迺尝从李梅亭(李刘,号梅亭)学骈俪诗词,游戏、球马、弓箭,莫不能知。”据此可知,秦九韶从自然科学到社会科学,从技术到文学,从游戏到武术无不通晓,实为我国当时的通才、全才。

秦九韶随父回蜀后,曾为乡里义兵首,后任县尉。因与李刘友善,李刘便推荐秦九韶任校正官,而秦未赴任仍留于蜀。

端平元年(1234)金亡,端平三年(1236)蒙古军南下,攻入四川,秦九韶不得不离乡避难,后定居湖州。从端平三年(1236)至淳祐七年(1247)十年间,秦九韶饱受兵灾之苦。正如他说:“际时狄患,历岁遥塞,不自意全于矢石间,尝险罹忧,荏苒十祀。”^④

淳祐四年(1244),秦九韶以通直郎为建康府通判,是年八月到任,十一月丁母忧解官离任,回湖州守孝。守孝期间,主要从事数学研究和著述工作。淳祐七年(1247)农历九月完成《数书九章》一书。

周密称:“以历学荐于朝,得对。有奏稿及所述《数学大略》。”^⑤既然“有奏稿及所述《数学大略》”,故知必在淳祐七年(1247)之后始“荐于朝”。按《宋史》称:“淳祐八年(1248)……,请召四方通历算者至都,使历官学焉。”^⑥可能在淳祐八年(1248)秦九韶被荐于朝。

根据陈振孙所著《直斋书录题解》在论及《崇天历》、《纪元历》时称:“此二历近得之蜀人秦九韶道古。”^⑦秦九韶《数书九章》成书后,在社会上产生了一定的影响,尤其“以历学荐于朝”,结识了一些权贵人士,“与吴履斋交尤稔”^⑧。除与吴潜交往外,还奔走

①② 《宋史》,卷四十,宁宗本纪四。

③ 《南宋馆阁续录》,卷九。

④ 秦九韶:《数书九章·序》。

⑤ 周密:《癸辛杂识续集》,下卷。

⑥ 《宋史》,卷八十二,《律历志》。

⑦ 陈振孙:《直斋书录题解》,卷十二。

⑧ 周密:《癸辛杂识续集》,下卷。

于贾似道、李曾伯之间。所谓“既出东南，多交豪富”。^①

由于秦九韶的努力，宝祐二年（1254）被任命为建康沿江制置司参议官，不久又离职家居。宝祐五年（1257），秦去扬州谒贾似道，宝祐六年（1258）正月，由贾似道推荐给潭州守李曾伯，李派其为琼州守，由于郡人“厌其贪暴，作卒歌以快其去”，^②数月即罢归。宝祐六年末或开庆元年（1259）初，“吴履斋在鄞”，^③秦“亟往投之”。^④吴推荐任司农寺丞，有人建议任为知临江军，因屡遭反对，两次都未果任。未几，景定元年（1260），吴罢相，被谪潮州。

周密称：“吴旋得谪，贾当国，徐摭秦事，窜之梅州。在梅治政不辍，竟殁于梅。”^⑤

总之，秦九韶的一生，虽然他的仕迹和人品遭到一些抨击，但他在学术上，尤其在数学、历算上的造诣是极其深厚的。他的成就不仅使中国传统数学达到登峰造极的程度，也使得世界数学向前迈进了一步。正如美国科学史家萨顿（G. Sarton）所说：秦九韶是“他那个民族、他那个时代、并且确实也是所有时代最伟大的数学家之一。”^⑥他的天赋才智、师承有自、勤奋钻研和丰富阅历是他写成《数书九章》的重要因素。

二、《九章算术》等经典著作对 秦九韶《数书九章》的影响^⑦

秦九韶《数书九章》也是以问题集的形式成书，显然是受到《九章算术》等经典著作的传统影响。

《九章算术》集246问，按问题性质及解题方法分为九类，每类立为一章。每问列有题文、答文、术文，有的术文则冠以术名。《数书九章》集81问，按问题性质分为九类，每问之前冠诸四字组成的题名，由题文、答文、术文组成，有的术文之后附有草文，有的则配以筹算图示，为《九章算术》所无，对于术文起到曲尽无遗的作用。《九章算术》与《数书九章》两书分类标准不同，问题的模式有异，若就其编排体例而论，前者对后者有较大的影响，而后者对前者既有继承，又有发展和革新。

《九章算术》九类为方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈不足、方程、勾股，而《数书九章》九类为大衍、天时、田域、测望、赋役、钱谷、营建、军旅、市物，除“大衍法不载《九章》”外，其余八类大多是在《九章算术》、《海岛算经》的基础上发展、综合起来的。

至于题目类型，《数书九章》中有些题设问单一，算法单一，可看作是基本类型题，这类题显然源于《九章算术》。《数书九章》中还有些题较《九章算术》庞大，其数字繁

①② 刘克庄：《后村先生大全集》，卷八十一，《缴秦九韶知临江军奏状》。

③④ 周密：《癸辛杂识续集》，下卷。

⑤ 周密：《癸辛杂识续集》，下卷。

⑥ G. Sarton: *Introduction to the History of Science*, Baltimore, 1927—1947.

⑦ 参阅白尚恕、李兆华：《〈数书九章〉对〈九章算术〉的继承和发展》，载《秦九韶与〈数书九章〉》，北京师范大学出版社，1987年。

杂,设问烦多,计算烦仍,这类题可称之为复杂型题。通过分析,不难发现这些复杂型题都是由基本型题并列或更迭而成的。因此,可以说《数书九章》的题是这样形成的,一方面受《九章算术》的影响,继承其规范性题形成基本型题;一方面发展了《九章算术》的题,以并列综合或更迭综合其规范性题,使之形成复杂型题。

《数书九章》对问题的解法,一如在术文中所述,即“以粟米互易求之”,“以粟米求之,互换入之”,“以粟米互乘易求之”,“以方田及粟米求之”,“以粟米衰分求之”,“以方田及圆率求之”,“以少广求之,连枝入之”,“以商功求之,招法入之”,“以商功求之,均输入之”,“以均输求之,大衍入之”,“以商功求之,率变入之”,“以盈朒变法求之”,“以方程法求之”,“以勾股求之,重差入之”,“以勾股夕桀求之”,“以勾股变法兼少广求之”,“以历法求之,大衍入之”等。由术文、草文所述,通过逐步计算,其中所谓“方田”、“粟米”、“衰分”、“少广”、“商功”、“均输”、“盈朒”、“方程”、“勾股”以及“重差”诸术,显系源于《九章算术》,而“互换”、“率变”、“变法”、“夕桀”、“招法”、“连枝”、“翻法”、“堆积”等可能另有一番来历和原委。

《九章算术》称四项比例算法为今有术,如果使用两次四项比例,则称为重今有术,杨辉称今有术为互换术或互换乘法,称重今有术为重互换术。可见,今有术一名到宋元时代,已改为新名。《数书九章》中所谓“互易”、“互换”、“换易”、“互乘法”,实际上是继承了《九章算术》的今有术,并把重今有术推广到多次,发展成为“雁翅法”。

《九章算术》的勾股术,一般指勾股原理;《九章算术刘徽原序》及《海岛算经》的重差术,一般指两勾差与两股差的比例算法。《数书九章》所谓勾股术,有时指勾股原理,有时指勾股比率;所谓重差术,有时指两数差的勾股比率,有时指两个勾股比率之差;所谓勾股夕桀术,是指勾股比率的乘方运算等。《数书九章》所列勾股诸术不但渊源于《九章算术》及刘徽之说,而且包含并发展了勾股原理、勾股比率及重差术。

《九章算术》所列盈朒问题,计有一盈一朒、两盈、两朒、一盈一足、一朒一足五种,而《数书九章》所列虽不足五种,但在《九章算术》的基础上,使之发展成为所谓“双套盈朒”问题,并把《九章算术》盈朒问题的模式“人出 b_1 ,盈 c_1 ;人出 b_2 ,不足 c_2 ”推广为“ a_1 人出 b ,盈 c_1 ; a_2 人出 b_2 ,不是 c_2 ”。

《九章算术》的“方程术”,主要解法是直除法,刘徽给出“互乘相消法”、“方程新术”等。在此基础上,秦九韶不但推广了刘徽的互乘相消法,并明确了代入法,还在解“方程”之前,先以等数约简各行,再进行互乘相消,使得“方程术”向前推进了一步。秦九韶还给出了解法的图示,借以明确其算法步骤。秦九韶的“方程术”相当于现今线性方程组的解法,也相当于现今增广矩阵的初等变换。这在中国数学发展史上是值得称道的。

《数书九章》另一杰出成就是正负开方术。秦九韶在《九章算术》开方术、贾宪增乘开方术的基础上,推广到任意高次方程的数值解法,并改善了贾宪的原有计算程序,达到了精深的境界。

综上所述,不难发现,《数书九章》不仅有许多遥遥领先于世界的丰硕成果,而且对《九章算术》等经典著作作出了重要的继承和发展。

三、宋代社会经济、科学技术 与《数书九章》的关系^①

《数书九章》共 81 问，基本上都是应用问题，这些问题都与当时的社会经济、科学技术有密切的联系。动荡多变的南宋社会经济实况给秦九韶提供了丰富的素材，秦九韶对农田水利、土木建筑、天文历法、田赋税收等生产、生活问题都十分通晓，因而使《数书九章》成为一部与社会经济密切相关的数学巨著。

南宋政局内忧外侮，经济倨促不安，以滥发会子弥补中央政权的巨额支付。绍兴三十年（1159）以后，所发新旧会子逐渐未能兑现，以致相继贬值，“折解轻賒”、“课余贵贱”、“推知余数”等问都反映了当时钱币与会子之间的混乱情况。

南宋初年，隐田逃税者增多，人民田赋负担难以公平。秦九韶依据朱熹设想计算出各乡各等田每亩赋税量的模式，编成“复邑修赋”长达一卷的一题，借以表示公允。另外，南宋政权为了加重剥削，采用了大斛、小斛进行赋税和聚粮，如“课余贵贱”、“分巢推原”、“囤积量容”等问题都是对这一事实的写照。

“推求典本”、“推求本息”、“累收库本”等问都反映了官库贷款利率高于私人贷款利率的事实。

南宋时期江南户口增长较快，扩展耕地面积成为当时的急务。如“三斜求积”是求大块沙田的面积，“计地容民”是求一段沙田能容纳的户口数量，“漂田推积”是推算原有田地地被水冲去一隅的损失。所有这些问题，都记述了秦九韶在当时可允许的情况下尽量改善农民可耕田地的愿望。

《数书九章》中的“围田先计”、“天池测雨”、“圆罍测雨”、“峻积验雪”和“竹器验雪”等都是推算农田水利的设计与计算问题。

此外，有关城建、军工、水利、海外贸易、天文历算等项在《数书九章》中有多处反映，这些记载说明秦九韶在这些领域内是一名高才能手。

任何一个事物的形成与发展，都与当时的社会背景有着极其密切的关系。《数书九章》的形成也不例外，它不但反映了南宋社会经济、科学技术的客观事实，而且也反映了秦九韶对当时社会现象的认识与理解。

四、《数书九章》的杰出贡献

《数书九章》涉及面很广，但其杰出的贡献应以代数、计算为主。

1. 解一次同余式（组）^②。

《数书九章》中“蓍卦发微”、“古历会积”、“推计土功”、“推库额钱”、“分巢推原”、“程行计地”、“程行相及”、“积尺寻源”、“余米推数”及“治历演纪”等十问都是一次同

^① 参阅李迪：《〈数书九章〉与南宋社会经济》，载《秦九韶与〈数书九章〉》，北京师范大学出版社，1987年。

^② 参阅李继闵：《秦九韶大衍总术造术之探讨》，本文集。

余式组问题,秦九韶以大衍总数术为纲,对这十问提出具体解法,并记录了演算过程。大衍总数术全文 855 个字,言简意赅。这十问之术文、草文、图示文从字顺,清晰明了,共包含十五组数学命题,其最重要成果可概括为:

(1) 在实际问题中,计算中的模数往往出现非两两互素的情况。在中国古代没有素数概念的条件下,这种问题难予处理,但秦九韶的大衍总数术却给出了化模数为两两互素而与原式同解的计算方法与程序。

(2) 大衍总数术对一般一次同余式组问题提出了正确而完整的解题程序。

(3) 秦九韶对同余式

$$ax \equiv 1 \pmod{b}, \text{ 其中 } (a, b) = 1 \quad (*)$$

提出一般解法,并称之为大衍求一术。

秦九韶所发明的大衍术具有划时代的意义。与印度同类成果相比,阿耶波多(Aryabhata)在其《文集》(499 年)对一次同余式解法有过议论,但只有四句押韵诗,含义隐晦,经后人一再补充注释,人们才理解其含义;而秦九韶之大衍术,虽较阿耶波多为晚,但其论述系统、明确,仅就上述各项而论,秦氏工作遥遥领先于印度。与日本相比,和算向以中算为师,秦九韶的各项工作成果直至 17 世纪后期才在日本关孝和《括要算法》(1683 年)中有所记载。与西欧相比,西欧在一次同余理论上具有与秦九韶同等水平的论述是经过欧拉(Euler)、高斯(Gauss)、拉格朗日(Lagrange)三位大师六十多年的探索才获得的。先是欧拉在俄罗斯彼得堡科学院(1734—1735 年)发表了借助于辗转相除法求得一次同余式(*)的解法。三十三年后,拉格朗日在德意志柏林普鲁士科学院发表了用连分数理论讨论同一问题(*)的解法,从而得到与秦九韶相同的结果。高斯于 1801 年出版其名著《算术研究》,其中第二章讨论同余式组,命题 34 与上述大衍术第(1)项成果一致,命题 36 则与上述大衍术第(2)项成果相同,但已晚于秦氏大衍术 554 年。

2. 数值解多项式方程。^①

秦九韶在贾宪的基础上,把增乘开方法推广为正负开方术,就是给出多项式方程的一般数值解法,这也是秦九韶的一项重要创作。

正负开方术就是多项式方程

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_{n-1}x + a_n = 0 \quad (**)$$

的一般数值解法。秦九韶的主要贡献为:

(1) 在(**)中除规定 $a_0 \neq 0$, $a_n < 0$ 以外,其他各项系数不限于正数。

(2) 扩大了方程的次数 n 。

(3) 具有扩根、缩根、估根、减根的完整算法和计算程序。可以求得到所需精度的根。

(4) 经扩根等变换后,秦九韶给出了新方程的求根公式。

在数值解多项式方程方面,秦九韶的贡献仍然遥遥领先于世界。在亚洲,中亚学者阿尔喀西(Al-Kashi)在其《算术之钥》(1427)中所论开任意次方的步骤与增乘开方法

^① 参阅沈康身:《增乘开方法源流》,载《秦九韶与〈数书九章〉》,北京师范大学出版社,1987 年。

程序相同，在时间上晚于贾宪近四百年，晚于秦九韶近二百年。日本学者关孝和著其《开方算式》时，使用我国正负开方法解方程，其穷商术实即秦九韶的第(3)项成果，关孝和还在秦九韶第(4)项成果上提高了近似根的精度。

在欧洲，数值解多项式方程的系统研究始于19世纪初期，其中最负盛名者当为英国学者霍纳(W. G. Horner)，他于1819年在英国皇家学会发表论文《连续近似解任意次数字方程的新方法》。霍纳所谓新方法与秦九韶正负开方术完全一致。1801~1830年间，英国皇家学会刊登数学论文共有44篇，霍纳上述论文是其中较有创见的论文之一，虽然能经受历史考验而流传后世，但其中所示算例在算法程序及数据处理上却较为紊乱，远不及在霍纳五百多年前秦九韶正负开方术井然有序。可见，秦九韶正负开方术不仅时间较早，在算法上也是十分成熟的。

3. 非凡的计算能力。

在当时仅有算筹作为计算工具的条件下，《数书九章》所设计的数据多而繁杂，秦氏的非凡计算能力令人惊奇。如“累收库本”答案有效数字竟达二十一位之多，而“复邑修赋”答案竟有一百八十条，实在令人赞叹无已。

关于秦九韶与《数书九章》的研究史^①

李 迪

《数书九章》成书于1247年，在很长一段时间里，只有极少的抄本流传，真正下功夫研究的人可以说没有，这种情况继续了五百年。从18世纪80年代起情况发生了转折性的变化，研究的人日渐增多，直至现在已二百余年，仍有许多人从事《数书九章》及其作者秦九韶的研究。关于《数书九章》的流传情况已有专文考证，^{〔1〕}这里不再赘述。本文将系统地讲述由18世纪80年代到20世纪70年代国内外学者对秦九韶和《数书九章》的研究历史，至于最近十几年的研究工作不在本文范围之内。

在这一百八、九十年中，研究工作呈波浪式前进，一起一伏，而水平逐渐提高。大体上有四次高峰，高峰期持续的时间越来越短，第一次高峰期长达七十年，而第四次高峰期还不到十年。以下我们将按四次高峰期依次进行讨论。

一、第一个时期

这一时期的开始是由于《四库全书》的编纂，该工作起于乾隆三十八年（公元1772年），第二年正式开始编修，到四十六年（公元1781年）冬完成了第一部，其中收《永乐大典》本《数书九章》十八卷。从此引起人们对《数书九章》的极大注意，一时学者纷纷进行研究，到道光二十二年（公元1842年）该书出了刻印本达到高潮，前后有六十三年。在这段时间内的研究可以分为四个方面。

1. 对于秦九韶的研究。在这方面至少有四篇文章，第一篇是乾隆五十二年（公元1787年）《四库全书》总纂官纪昀等写的《提要》，^{〔2〕}第二篇是钱大昕于嘉庆四年（公元1799年）写的短文，^{〔3〕}第三篇是焦循写的评传，^{〔4〕}第四篇是王萱龄写的“考证”。^{〔5〕}在这四篇文章中，对秦九韶的事迹和《数书九章》的评价等做了一些研究，尤其事迹的研究比较深入。《提要》中涉及的秦九韶事迹资料最少，说“九韶始末未详，惟据原序自称其籍曰鲁郡，然序题淳祐七年，鲁郡已久入于元，概署其祖贯。未详实为何许人也。”又说：“宋代诸儒惟沈括究心是事，而自《梦溪笔谈》以外，未有成书。九韶当宋末道独崛起，而明绝学。”评价是较高的，但对书中某些问题也提出了批评。钱大昕是当时著名的考据学家，对古文献熟悉，因此他发掘出不少新的史料，如陈振孙《直斋书录解題》、周密《癸辛杂识续集》、《李梅亭集》和《景定建康志》等，在事迹方面增加了较多的内容。后来广为人们引用的《癸辛杂识续集》中有关秦九韶的传记资料实为第一次发现。钱大昕还曾猜

① 国家自然科学基金资助项目。

秦九韶《数书九章》成书740周年纪念暨学术研讨国际会议报告。

测秦九韶也许是北宋秦少游的后人,焦循的评传基本上是根据《癸辛杂识续集》写的,可是他把秦九韶与北方李冶进行了详细比较,肯定秦、李二人之间不存在任何关系。他对秦九韶评价很高,并且不同意周密在《癸辛杂识续集》所引陈圣观关于秦九韶人品方面的坏话,他认为“秦之为人亦瑰奇有用之才也”,周密所引的一些话不过是“影响之音”,“密自标闻于陈圣观,又恶知圣观之非谤耶?乃九韶之履历颇赖此以传,则谤之正所以著之耳。”王萱龄的“考证”完全是照抄钱大昕的短文,没有增加新资料。不过,到这时对秦九韶事迹的研究已暂告一段落,主要的资料大部分被发现。

2. 对《数书九章》的校勘。由于在清代中期流传的《数书九章》本子至少有两个系统,且又互相传抄,因此各种本子误文夺字、衍文大都存在。有的正误分不清,不同本子同一处用字不同,还有原书本身存在的错误,特别是计算方面的错误更是屡见不鲜。这样,研究者遇到的第一个问题就是对书进行校勘。在此期间,究竟有多少学者对《数书九章》做过校勘工作,目前还难给出确切的回答。《四库全书》馆馆员、张敦仁、李锐、顾千里、秦恩复、沈钦裴、毛岳生、宋景昌等都是主要的校勘者,北大藏本也有许多校勘,不知是谁所作。下面分几个系统来讨论。

第一,《四库全书》本上的校勘。《四库全书提要》中有一段话说:《数学九章》“即今《永乐大典》所载,于其误者正之,疏者辩之,颠倒者次第之,各加案语于下,得失不掩,俾算有所稽考焉。”四库馆员所加的案语有两种写法:一种是和原文同样大小的楷书字,比原文低三个字书写,开头都加一“案”字;一种是在原文中以双行小字夹注形式书写。前一种案语全书有106条,后一种案语全书有163条。仔细看一下,这两种形式的案语有严格的区别:前一种每条都较长,有注释性质,而后一种都很短,一般都是几个字,多的十几字,最多的有三、五十字,实际上是校勘,这也是现在见到的对《数书九章》的第一次校勘工作。四库馆员的校勘当然是以《永乐大典》本为底本的,是否参考了其他本子(当然是赵琦美本系统的),找不到根据,推测可能性不大。从163条夹案来看,都没有提到任何一本其他抄本,有些处提到“旧本”,无疑是指《永乐大典》本。校勘包括改正错字,补上脱文,删去衍文等三个方面。改错中绝大部分都是改正数字,可能是进行了计算,还改绘了一些图形,补上了几个脱掉的题目,如卷九上第三题“寄仓知总”,第四题“方圆同积”,卷五下第四题“均定合解”,卷六下第三题“易牒知原”,第四题“粟米交易”、第五题“计米易曲”、第七题“三合均价”下均有“案旧本,此问无题,今增。”都与“赵本”相应题目的名称不同,由此可证当时没有见到“赵本”,否则何必新增呢?四库馆员在这方面下了很大功夫,做出了应有的贡献。

第二,李锐、罗士琳等人的校勘。现传王萱龄“写定本”,有“龚自珍题检”。龚自珍卒于道光二十一年(1841),因此王萱龄临写的时间当在此年之前。在卷下有钱大昕于“戊午二月十日”写的“记”五行,即“此书言淳祐丙午十一月丙辰朔初五日庚申,冬至初九日甲子,此宋朔也。元郝经《纬元行》载丙午岁十一月十五日辛未,则是月当为丁巳朔。相差一日。盖元初承用赵知微术,与宋朔不尽合也。戊午二月十日竹汀居士钱大昕记”。年代相当于公元1798年。由此可初步断定这部抄本的底本是钱大昕所抄。在王抄本的书眉上有批注54条,“锐案”26条,“琳案”14条,“萱龄案”2条,还有12条未加案者。还有夹注或旁注17条,其中“锐案”15条,“琳案”和“萱龄案”各一条。

“锐”、“琳”和“萱龄”无疑分别是李锐、罗士琳和王萱龄。这些批注,显然是加在钱大昕抄本上的。从字体来看,和全书的字体完全一致,即王萱龄抄写时已有了李锐和罗士琳的批注,同时他自己又加了两条,至于那12条案者不清的批注无疑也是这些人所加。其中李锐的眉批都很长,有的多达一百多字以上,除校勘外有注释性质,其余的都是校勘工作。李锐的夹注和旁注15条基本上都是校勘。李锐总共有41条,工作最多,进行的时间大约是在嘉庆十一年(公元1806年)前后,因为这年七月二十五日他给张敦仁“信一封并《数学九章》一部、王寅旭遗书一本”。^[6]书名和王抄本一样。李锐所校为“四库馆本”,而张敦仁又藏有赵本原本,^[7]估计他的校勘参考了几种本子。

第三,沈钦裴、宋景昌等人的校勘。差不多和李锐同时代的沈钦裴则对“赵本”进行过详细的校勘工作,但其校本早已不复存在。后来他的学生宋景昌也进行过这一工作,并把各家校勘集中起来加以比较,实际上是集各家之大成,其中包括四库馆员、李锐、毛岳生、沈钦裴和宋景昌自己的校勘。郁松年叙述此事甚详,现录有关部分如下:

“元和沈广文(钦裴)曾得明人赵琦美钞本于阳城张太守家,订伪补脱,历有所年,以老病未卒业。其弟子江阴宋君景昌,能传其学,余因属毛君(岳生)索其原本,会广文病甚,不可得,得其副于李大史(兆洛)家。毛君又出其家藏元和李茂才(锐)所校四库馆本,并属宋君为之雠校。嗣广文没,宋君又从其家搜得秦书刊误残稿数卷。于是以赵本为主,参以各本,其文字互异,义得两通者,存其旧;其传写错落,无乘算术者,随条改正;其术草纰缪,或误后学者,采众说而折衷之,……”^[7]

因而宋景昌完成《数书九章札记》四卷,其中除他本人的工作外保存了沈钦裴的工作41条,毛岳生的工作4条,很是珍贵。经仔细研究发现:沈氏的工作只到“赵本”第八卷“遥度圆城”题,不及全书的半数。这与“以老病未卒业”的记载完全相符。宋景昌还把四库馆员的大部分案语引入《札记》中。

3. 初步研究。在校勘的同时许多人对《数书九章》进行了初步研究和探讨,这里所谈的研究不包括校勘。四库馆员、李锐、沈钦裴、毛岳生等人给《数书九章》所作的注释对书中的许多问题进行了解释性工作。例如对“遥度圆城”题,“按:凡勾股难题用立天元一法取之,多至多乘方而止。元李冶《测圆海镜》一百七十问,仅一题至五乘方,犹自以为烦,此题非甚难者,乃取至九乘方,盖未得其要也。”然后用“立天元一”法进行计算。比较当然可以,但说秦九韶“未得其要”便离开秦的原意了。研究工作做得比较深入的是沈钦裴和宋景昌,他们补充了不少“新术”,以改正原书的某些错误,有的还有造术的性质。^[8]宋景昌对《数书九章》的研究也存在一些问题,最明显的如“清台”不合题意,可是他没有参照“馆本”予以改正。宋氏又把秦九韶的方程解法用于“周径弧背求矢”问题,与天元术相结合,“以秦氏《数书九章》详演开方之法”^[9]。

这一时期,人们对《数书九章》的研究,主要在“大衍求一术”方面。1842年以前焦循^[10]和张敦仁^[11]都有专著,前者名为《大衍求一术》,内容比较简单,篇幅也不大,又因没出版,所以没有什么影响。后者的著作《求一算术》三卷是当时的一部重要著作,他的工作与李潢有关。张敦仁叙述他的工作时说:“余宦游江右,上文学使李云门先生(李潢),借录所藏秦、李诸书,乃得窥寻立天元一、求一之妙。及来吴门有元和诸生李尚之

锐笃好斯言，因其日夕讨论，研究秘奥。官曹多暇，辄以秦氏所说，略加修饰而衍之，得书一卷曰《求一算术》，以篇帙稍繁，分为上、中、下三卷，以究其原。”^[12]书中突出求一术与更相减损的关系，用更相减损术解释“乘率”求法，在理解和处理上都达到了较高水平。

骆腾凤对大衍求一术也有研究，在其所著《艺游录》（1815）二卷中有两篇关于大衍求一术的研究论文，即《大衍求一法》和《大衍奇定相求法》。前者只说求“定数”等，比较简单，而后者则有新意，把一般一次不定方程化为 $px=qy+1$ 型。他还第一次把大衍求一术用于解百鸡问题，^[13]建立了“大小较求中数法”。

4. 刊刻出版。这一时期的高峰就是《数书九章》的出版。1842年以前的研究者都是互相传抄，在流传上受到很大限制。出版家郁松年看到了这个问题，决定付梓。郁氏对周密的记载表示不满，他说：“秦道古宋史无传，其出处始末，仅载于《癸辛杂志（识）》〔续集〕，而词多诋毁，或失其平。近江都焦孝廉循，力辨其诬，洵足为覆盆之照。”^[7]把《数书九章》和宋景昌的《数书九章札记》收入《宜稼堂丛书》，于“道光壬寅辜月开雕”，这就是现在流传的第一个刊本。《宜稼堂丛书》本《数书九章》属于“赵本”系统，前有赵琦美万历四十四年（1616）所写的“记”，书末有焦循写的评传，《癸辛杂志续集》卷下的秦九韶传，万历四十五年（1617）赵琦美的“记”。后来的研究出版等基本上都以这个本子为底本，郁松年和宋景昌的功绩不可磨灭。当时宋景昌手中集中了许多版本，至今多数本子不知去向，但庆幸的是赵琦美家抄原本仍然保留在北京图书馆。还需要指出的是：北京大学所藏抄本与《宜稼堂丛书》本完全一样，书眉上的批注中所说“元本”很可能就是赵琦美家抄本原本。北大藏抄本是否抄自《宜稼堂丛书》本呢？下面还要提到。

二、第二个时期

从1843年起到1900年左右的这段时间里，对《数书九章》的研究，大体包括三个主要方面。这一时期的高潮约在1850年到1900年的半个世纪里。

1. 继续校勘。对《数书九章》的校勘工作，在这一时期内至少有两个人做过，其一是无名氏所做，其一是邹安邕所做。在北大藏抄本书眉上有313条批注，大都是校勘，但没有写名字，也无前后记。笔者开始时推测可能是焦循所加，但经过仔细查找，发现内有一条批为“札记作北，须查新刻”，书中“北”字处为“此”，^[14]查《宜稼堂丛书》《数书九章》相应处确是“北”字^[14]。由此可证，此条批注在《宜稼堂丛书》本之后。从笔体看，与其他批注完全一样，但与书中字体有别，因此批注者是一个人，而且不是抄书者。邹安邕的校勘工作人们多不熟悉，但有他的《数书九章》校勘本行世。^[15]关于邹本人的情况，现所知较少，仅华世芳的《近代畴人著述记》^[16]中有一段记载说：“无锡邹敬甫安邕，精究琴理，著《琴律细草》一卷。笃好天元一术，校读算术，每有所得，辄题于眉上，尝以郁（松年）秦道古《数书九章》，谬讹错出，演算不易，故用力尤勤，而辨正为多，有沈（钦裴）、李（锐）、毛（岳生）、宋（景昌）诸家所未及者，窃拟编次其说，为《数书校议》一册，庶几乡先哲之学术可以不没云。”《数书校议》一书是否完成已成

一桩疑案,至于说邹的工作是“沈、李、毛、宋诸家所未及”则有些过分。

2. 对大衍求一术的研究。此期对《数书九章》的研究基本上集中于大衍求一术这个问题上,主要研究者有时曰醇、黄宗宪。时曰醇有《求一术指》一卷,^[17]对大衍求一术算法有一定简化,编了求一歌诀很有特色,现录于下:

“列全数为泛母,约泛母得定母,定母连乘为衍母,定母各除得衍数。衍数满定母去之为奇数,奇数除定母,定余除奇数。奇余,互余毕;凡几除数终奇一。天元除数用连乘,递加前数为乘率。乘率乘衍数,所得为用数。用数乘剩数,所得为总数。各总并之为总数。满定母去得求数。”

他的另一项研究是把大衍求一术用于解“百鸡”问题,完成《百鸡术衍》二卷(1861),在骆腾凤的基础上增补“中小较求大数一法及大中较、大小较互求得中数、小数二法”。^[18]

这一时期最主要的研究者是黄宗宪,他的《求一术通解》二卷(1874)是研究的高峰。他由于看到左潜将分母分子“析为数根,任以多项式通分顷刻可得”受到启发,把析数根(分解为素因数)用于大衍求一术研究,“析各泛母以求定母,形迹显露,术理朗然,较之旧术,简而愈详”^[19]。黄宗宪把秦氏的求乘率时不“立天元一”,而直接进行辗转相减,以求奇数,至衍数余一乃止,则左上角奇数就是乘率,另外还删去了“借用数之法”。为了补充原来的不足,黄宗宪在书中还增加了一些新的内容,如所求数多于衍母时的解法,增补了求乘率法等。他在书中用了改进的方法求解同余式组问题,的确显示出了优越性,这在大衍求一术研究方面是一次重大的进步。

龚杰有《求一捷术》一卷(1897),^[20]书中设四例,以自己的“捷法”代替大衍求一术解同余问题。劳乃宣也对大衍求术进行过一些初步讨论。^[21]

这一时期对《数书九章》中其他内容的研究极少,顾观光研究过“方变锐陈”、“计步圆陈”二题,以“垛积术”求解。^[22]

3. 在国外的流传与研究。《数书九章》是什么时候流传到国外的目前尚不清楚,李俨曾说在关孝和时代“若《数书九章》、《四元玉鉴》、《测圆海镜》,亦有传入日本的形迹。”^[23]是否真的传入,没有可靠的证据。从1842年出版《宜稼堂丛书》本之后,由于复本大量增加和中国学者的研究,《数书九章》逐渐为国外数学史家和数学家所注意,开始流传和研究,朝鲜数学家南秉吉在所著《算学正义》(1867)中包括了我国宋元数学的精华,高次方程解法和大衍求一术都在其内,该书下编有“大衍”一项。^[24]

《数书九章》向西方的传播首先是通过在华的西方人进行的,《宜稼堂丛书》本《数书九章》大约是由威妥玛(Sir Francis Wade)带到了英国,因在其藏书目中有这部书^[25]。与他同时代的另一英国人伟列亚力(Alexander Wylie)于1852年曾经用英文对大衍求一术进行了介绍,^[24]又通过德国毕尔纳茨基(K. L. Biernatzky)于1856年的德文翻译而在西方得到流传。^[27]由于有了德文的介绍,所以一些德国人首先进行了较多的研究,其中最主要的是马蒂森(L. Matthiessen),他于1874年把秦九韶的大衍求一术与印度数学进行了比较研究,认为与印度的库塔卡(Kutaka)相似。两年后又发表一篇有关论文,详细解说大衍求一术,并与高斯(Gauss)的工作比较,认为两者是一致的。^[28]康托尔(M. Cantor)和其他一些西方人也在著作中提到了秦九韶的工作。