

理 論 力 学

上 册

B. Г. 涅符兹格利亚多夫著

黄 念 宁 译

人 民 教 育 出 版 社

理 論 力 学

上 册

B. Γ. 涅符兹格利亚多夫著

黄 念 宁 译

人 民 教 育 出 版 社

本书是根据苏联国家物理数学书籍出版社 (Физматгиз) 出版的涅符兹格利亚多夫 (В. Г. Невзглядов) 所著的“理论力学” (Теоретическая механика) 一书 1959 年版译出的。本书可作为综合性大学物理系的教学参考书。

本书共有二十四章, 分两册出版。上册包括前面的十三章, 叙述质点、质点系和刚体的力学。

上册由黄念宁同志译出, 由薛间西同志校订。

理 論 力 学

上 册

В. Г. 涅符兹格利亚多夫著

黄 念 宁 译

北京市书刊出版业营业许可证出字第2号

人民教育出版社出版(北京景山东街)

人 民 教 育 印 刷 厂 印 装

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

统一书号 K13010 · 1133 开本 850×1168¹/₃₂ 印张 10¹¹/₁₆

字数 240,000 印数 0,001—8,500 定价 (5) ¥1.00

1964 年 8 月第 1 版 1964 年 8 月北京第 1 次印刷

•

序 言

本书是供大学物理系学生用的。它是以作者自 1948 年以来在列宁格勒大学物理系所讲力学课程为基础的。本书是理论物理教程的第一部分,它所包含的材料是学习热力学、统计物理和量子力学所必需的。

作者假定,学生在学习理论力学的同时还在听分析课程。因此,在开始时叙述完全以简易的方式进行,只要熟悉微分、积分和矢量代数就够了;以后的篇章将用到变分和偏微分方程的某些知识。

B. П. 涅符兹格利亚多夫

目 录

序言	vii
緒論	1

第一部 质点力学, 质点系力学和刚体力学

第一篇 质点力学

第一章 质点运动学	5
§ 1. 质点	5
§ 2. 坐标系	6
§ 3. 矢量函数。矢量曲线	10
§ 4. 矢量对标宗量的微商	11
§ 5. 质点的轨道和速度。扇形速度	14
§ 6. 质点的加速度	18
§ 7. 加速度在柱坐标轴上的投影	20
§ 8. 加速度在自然三面体轴上的投影	22
§ 9. 曲线坐标。速度和加速度在曲线坐标轴上的投影	26
第二章 质点动力学的普遍定律	35
§ 10. 力。引力质量	35
§ 11. 牛顿定律。惯性质量	40
§ 12. 运动方程的投影。动力学的正问题和逆问题	43
§ 13. 初条件。力学决定论。运动积分	44
§ 14. 力的特殊形式	49
§ 15. 力的冲量。功。功率	53
§ 16. 动能和它的变化定律	55
§ 17. 有势力	56
§ 18. 能量积分。势能	61
§ 19. 动量矩	63
第三章 场力场	68
§ 20. 场力场中的运动。六个运动积分	68
§ 21. 在与距离平方成反比的力作用下的运动	73

§ 22. 来自无限远的粒子被力心的偏轉·····	78
§ 23. 有效散射直径。卢瑟福公式·····	80
第四章 微振动 ·····	86
§ 24. 在稳定平衡位置附近的振动。振动的类型·····	86
§ 25. 无摩擦的线性自由振动·····	91
§ 26. 存在有媒质阻力时的线性自由振动·····	95
§ 27. 受迫振动。共振·····	99
§ 28. 非諧振动·····	104
§ 29. 有干摩擦时的自由振动·····	109
§ 30. 自振动系统的例子·····	112
§ 31. 建立积分曲綫的作图法·····	117
§ 32. 自振动的基本性质·····	122
第五章 当有約束存在时的运动 ·····	124
§ 33. 約束。反作用力·····	124
§ 34. 沿粗糙曲面的运动·····	126
§ 35. 沿光滑曲面的运动·····	128
§ 36. 球面摆·····	129
§ 37. 沿光滑曲綫的运动。圆滚摆·····	136
第二篇 质点系动力学	
第六章 普遍定理 ·····	140
§ 38. 质点系。内力和外力·····	140
§ 39. 慣性中心。系統的总动量·····	142
§ 40. 总动量矩·····	145
§ 41. 系統的动能和总能量·····	147
§ 42. 将动能分解为平动能量和相对于系統慣性中心运动的能量·····	152
§ 43. 动量矩在以慣性中心为原点的坐标系中的变化定律·····	153
§ 44. 維里定理·····	156
§ 45. 两体問題。折合质量·····	158
§ 46. 碰撞·····	162
第七章 在約束作用下的运动 ·····	169
§ 47. 約束的施加。完整約束和非完整約束·····	169
§ 48. 虛位移·····	170
§ 49. 理想約束·····	172
§ 50. 动力学虛位移原理·····	174
§ 51. 静力学虛位移原理。达朗伯慣性力·····	175

§ 52. 未定乘法。第一类拉格朗日方程	179
§ 53. 广义坐标法。第二类拉格朗日方程	183
§ 54. 拉格朗日函数	190
§ 55. 化为一阶方程的变换。正则方程	197
§ 56. 哈密顿函数	202
§ 57. 可逆运动和不可逆运动	205
§ 58. 循环坐标。罗斯函数	209

第三篇 刚体运动学质点的相对运动

第八章 刚体运动学 214

§ 59. 刚体的坐标。欧勒角	214
§ 60. 将刚体的任意位移分解为平动和转动	217
§ 61. 无限小转动; 它的矢量表示	220
§ 62. 具有不动点的刚体内各点的速度。角速度矢量	222
§ 63. 刚体作一般运动时各点的速度	223
§ 64. 角速度矢量与欧勒角的关系	225
§ 65. 刚体内各点的加速度。将它分解为平动加速度, 转动加速度和向轴 加速度	228

第九章 质点相对运动的运动学 231

§ 66. 将质点的速度分解为牵连速度和相对速度	231
§ 67. 矢量对时间的相对微分	232
§ 68. 将加速度分解为相对加速度, 牵连加速度和科里奥利加速度	234

第十章 质点相对运动的动力学 237

§ 69. 伽利略变换。古典力学的相对性原理。惯性参考系	237
§ 70. 质点在非惯性参考系中的运动方程。相对运动的惯性力	240
§ 71. 相对运动动能的变化。能量积分	243
§ 72. 在地面附近的质点的运动方程	245
§ 73. 自由落体。落体偏东	248
§ 74. 傅科摆	249

第四篇 刚体动力学和变质量体动力学

第十一章 刚体动力学 254

§ 75. 作为质点系的刚体。运动方程	254
§ 76. 用滑动矢量系表示作用在刚体上的力的模型	255
§ 77. 滑动矢量系的不变量。力偶。螺旋力系。中心轴	258
§ 78. 刚体的动量及其变化定律	260

§ 79. 刚体的动量矩及其变化定律	261
§ 80. 惯量张量、惯量椭球和惯量主轴	264
§ 81. 中心惯量椭球。对平行轴的惯量矩	271
§ 82. 刚体的动能	273
§ 83. 拉格朗日型的刚体运动方程	275
§ 84. 物理摆	277
§ 85. 刚体的欧勒运动方程	280
§ 86. 稳恒惯性转动。转动的稳定性	282
§ 87. 对称陀螺的惯性转动。规则进动	284
§ 88. 惯性转动的一般情形	287
§ 89. 重对称陀螺	293
§ 90. 陀螺力矩。迴轉現象的初等描述	304
§ 91. 静力学。支点反力	307
第十二章 瞬时力。碰撞	309
§ 92. 质点的碰撞	309
§ 93. 质点系的碰撞	310
第十三章 变质量体的运动	318
§ 94. 作为质点系的变质量体	318
§ 95. 火箭在地面附近的运动	323
§ 96. 行星际空间中火箭的运动	330

緒 論

1. 力学的对象

力学是关于物质运动的科学；場(例如电磁場)的能量运动不包括在內。本书讲述古典力学，它描述宏观物体形式的物质的运动，所謂宏观物体即由大量分子組成的物体。

古典力学的适用范围是有限制的。若物质为单个原子、电子和其他組成原子的粒子的形式，則它的运动应由原子力学(所謂量子力学)来描写，原子力学比古典力学更普遍，它把古典力学作为某种极限情况包含在內。只有在某些特殊的运动条件下，古典力学才能近似地描写单个分子、原子和基本粒子的运动；这些运动条件的特征在量子力学教程中将列举出来。

划分古典力学与量子力学的适用范围的界限，并不是决定古典力学适用范围的唯一界限。古典力学还限于速度远小于真空中光速 $c = 3 \times 10^{10}$ 厘米/秒的宏观物体的运动。要描写具有与光速可比拟的速度的物体运动，需要修改和推广古典力学的概念。这样的推广是由相对論作出的。

2. 力学的各个分支。狭义的力学理論

組成古典力学的主要分支是：质点力学、质点系力学、剛体力学、彈性体力学、理想流体力学和粘滯流体力学。后三部分合称柔体力学或連續媒质力学。

每个分支都是狭义的力学理論，它們各只适于描写一定类型的物体运动。

客觀世界的每一現象，都与同时发生的和先后发生的其他現象有联系。为了有可能科学地研究現象間的这种相互联系，必須选出最主要的特征，撇开次要的联系和細節。这种抽象化的方法导致狭义的力学理論的建立，它簡化了实际物体和它們的相互作用的图象。狭义的力学理論是实际物体和运动状况——一物体与其他物体的关系——的理想化。

在进行这种理想化时，始終应当注意到研究运动的实际目的。在一系列問題中可以作的簡化，当研究目的改变后，就会成为不可容許的了。因此，在确定力学理論的适用范围时，实践具有很大的意义。

在建立力学理論时(任何物理理論也一样)，表征現象的各种物理量的引入起着重大的作用。这时，具有根本意义的是給出測量它們的方法，为此，首先需要选取測量的单位(标准)，其次要指出欲測的量与标准互相比較的方法(創制仪器)。有了标准和物理仪器才能将物理量与数字对比起来，即測量物理量。指出測量方法，簡短地說，給出量的物理定义，还未給出关于該量詳尽无遺的知識，即不可能单由邏輯討論說明它的全部其他性质。物理定义(好像是賦予物理量以专有名称)使在不同情况中的某物理量可以等同起来，从而来研究它在与其他物理量的相互关系中所表現出的性质。

在作了必要的簡化和引入了表征給定現象的全部物理量后，就可以給出一力学系統的邏輯定义作为狭义力学理論的研究对象；这样就能够以数学方式来表述力学理論了。

3. 方法和問題的性质

1788年，拉格朗日在他的“分析力学”的序言中写道：“所有喜爱分析的人，必将滿意地深信，力学已成为分析的新分支，并将感

謝我用这种方法扩大了分析的应用范围……”。科学的发展表明，成为分析分支的只是力学的一些个别分支，这些分支所研究的是已得到邏輯定义的一定的力学系統。要使力学的某一支数学化，即使之成为分析的一个分支，必要条件是要能給出力学系統的邏輯定义。而全部力学当然在任何时候也不能化为“分析”。因此，一切力学問題可以很明确地分成物理問題和数学問題。

选取力学系統作为研究对象所必需的理想化和随后的力学理論的建立，并不是由作为分析分支的力学作出的，而是由研究物体运动的物理部分的力学作出的。

影响物体运动的有各种不同的因素，在估計这些因素的作用时所产生的問題，属于力学的物理問題。这种依据实验的初步工作将以封閉微分方程組的建立而告終。以这些方程組表述的力学問題在数学上是完全确定的。

而力学的数学問題归結为寻求解此微分方程組的精确的或近似的方法，或在不可能找出它們的解时，作一般的定性研究。

4. 空間, 時間, 参考系

說到物体的运动，我們是指物体在空間随時間而发生的位移。因此，空間和時間是力学的基本概念。这些概念是客观实在的反映。

辯证唯物主义认为空間和時間是物质存在的客观形式。它們的性质可以直接通过感官或借助于仪器和实验为人們所認識。在这种認識过程中，形成了近似地反映客观实在的观念、概念。关于空間的最简单的科学观念是所謂欧几里得空間，它的性质由初等（欧几里得）几何来描述。在古典力学中，沒有提出更精确的空間概念的必要性。（应当指出，在相对論力学中需要更精确的空間和時間观念以更符合客观实在。）

物体的位移，即物体在空間中位置的一連串变化，只有相对于别的物体才可以确定，这类物体在此起着参考系的作用。我們也可以选取某些物体的集合作为参考系。为确定物体的位置引入了长度的单位。常用的单位是厘米，它等于标准米（长度标准）的0.01。

为了决定物体的形状和位置，或更一般地说，为了以三个实数（坐标）与空間各点对应，而需要进行的长度测量，在古典力学範圍內，沒有特別研究的必要。长度和距离可以直接用尺来量。当利用以剛杆为底座并装有光学仪器的測距仪时，可以认为光的傳播速度为无限大，但是这在相对論力学中就成为不正确的了。

我們假想参考系附有“時計”，以确定与物体在空間一定位置相对应的时刻。通常取平均（按年）太阳日的 $1/86400$ 为時間单位，称之为秒。

在利用某一参考系标出的空間两点上，設发生了任意两起事件，它們用固定于此参考系的時計若記錄为同时的，則从相对于前述参考系以任意方式运动的另一参考系来观察，它們也将是同时的。这一經驗原理只在古典力学范疇內成立，古典力学假定，光速比起不同参考系的相对速度来是无限大的。在此限度內，在不同参考系中测量的時間是相同的。因此它称为絕對時間。絕對時間的概念只在古典力学範圍內有意义，在相对論力学中就沒有意义了。

我們选出一个与太阳系相联的参考系。將它的坐标原点放在太阳系的慣性中心上，使它的三个軸指向三个所謂的恒星（其一可取北极星）。这参考系称为日心系。在日心参考系中所表述的力学定律具有特別簡單的形式，所以我們將用它来研究这些定律。但是，为了直观的目的，以后我們也将考察物体相对于与地球相联的参考系（所謂實驗室系）的运动。这时，将会造成某些誤差，但这誤差不大，而且可以算出来（見第十章）。

第一部 质点力学, 质点系力学和刚体力学

第一篇 质点力学

第一章 质点运动学

§ 1. 质点

质点即具有有限质量的几何点, 是用来描写物体平动的概念。平动是指这样一种运动: 物体的所有微小部分(简言之, 它的所有质点)的运动速度, 不论在数值上或者在方向上都是相同的。

正如緒論中所指出的, 一切物理概念都是实际的简化。在“质点”概念中, 简化不在于为考察方便而划分出某些特殊的物体, 而在于划分出任何物体的一些特定的运动状况, 或最好說是局部的运动状况。质点的概念可用来描写任何大小、任何几何形状、以及处于任何聚集态(固态、液态或气态)的物体的平动。但是, 这一概念同样也可用于物体的某些非严格平动的情形, 即与平动的差别不重要的情形(在 § 79 再回来討論这一問題)。可以先說一下, 如果物体的轉动不影响它的慣性中心的运动, 則物体可看作一质点。

被称为运动学的那部分力学, 研究关于物体在空間中位置的确定和这些位置随時間发生变化的問題, 而不管引起变化的原因; 这些原因总是物体的相互作用。动力学研究物体的相互作用和这些相互作用所引起的物体在空間的位移。质点运动学是几何点的运动学。

§ 2. 坐标系

1. 笛卡儿坐标系。空间点与三个实数(坐标)的对应, 在笛卡儿(直角)坐标系中和曲线坐标系中采用不同的方式; 在曲线坐标系中最重要的是柱坐标系和球坐标系。

笛卡儿坐标系可分为右手系和左手系(图 1 和图 2)。用任何位移也不能使这两种坐标系彼此重合——它们互为镜像。在右手系中, 取作计算角度(转动)的正方向的是逆时针方向, 在左手系中则是顺时针方向。

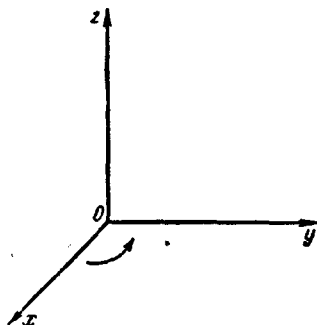


图 1

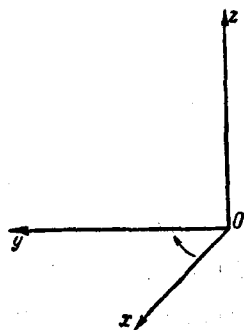


图 2

以后我们采用右手系。垂直于轴 Ox , Oy , Oz 的平面称为坐标面, 它们构成三个彼此垂直的平面族; 空间每一点可由它们的交点来决定。以 r 表示确定点在空间的位置的矢径, 以 x, y, z 表示它的分量, 即点的笛卡儿坐标。沿 Ox, Oy, Oz 轴分别引入单位矢量 e_x, e_y, e_z , 可将 r 表为形式

$$r = xe_x + ye_y + ze_z. \quad (2.1)$$

r 是以 x, y, z 为棱的平行六面体的对角线: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ 。点的元位移 dr 总可表为沿轴的元位移 dx, dy, dz 之和:

$$dr = e_x dx + e_y dy + e_z dz. \quad (2.2)$$

空間曲線的元弧长 ds , 在二級小量的准确度內等于它所張的弦长:

$$ds^2 = (dr, dr) = dx^2 + dy^2 + dz^2. \quad (2.3)$$

2. 柱坐标系。点在空間的位置可以由三个量 ρ, φ, z 来决定, 这里 ρ 是点离軸 z 的距离: $\rho = \overline{OP}$ (图 3), φ 是以反时針方向由軸 Ox 算到 $\overline{OP}$ 的角度, 而 z 是点离平面 Oxy 的距离 (笛卡儿坐标 z)。所以, 点的柱坐标 ρ, φ, z 在下列区間变动:

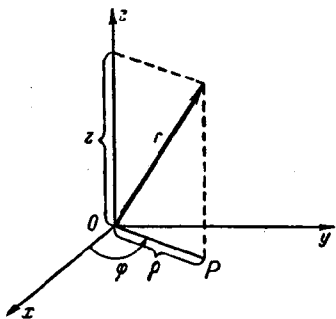


图 3

$$0 \leq \rho < \infty; \quad 0 \leq \varphi < 2\pi; \quad -\infty < z < +\infty.$$

由图 3 可見笛卡儿坐标与柱坐标的联系为:

$$\left. \begin{aligned} x &= \rho \cos \varphi; & y &= \rho \sin \varphi; & z &= z; \\ \rho &= \sqrt{x^2 + y^2}; & \varphi &= \arcsin \frac{y}{\rho}. \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

在柱坐标系中, 坐标面是: 以 Oz 为軸, ρ 为半径的一族圓柱面

$$\rho = c_1; \quad (2.5)$$

由軸 Oz 出发的, 使矢徑 r 和軸 Oz 位于其上的一族半平面

$$\varphi = c_2; \quad (2.6)$$

垂直于軸 Oz 的一族平面 (与笛卡儿坐标面的第三族相合)

$$z = c_3. \quad (2.7)$$

不同族的任意两坐标面的交綫称为坐标綫。沿每一坐标綫, 只有一个坐标可以变动, 因此, 宜于以相应的坐标来称呼坐标綫。

面 (2.5) 与面 (2.7) 的交綫給出一族同心圓——坐标綫 φ , 而 (2.6) 与 (2.7) 的交綫給出由原点 O 出发的一族半直綫 (射綫)——坐标綫 ρ (图 4)。

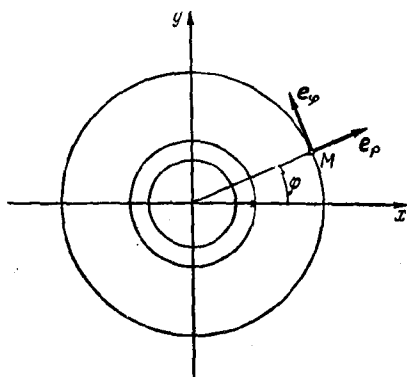


图 4

坐标线 z 是平行于轴 Oz 的直线 (笛卡儿坐标线); 它们由族 (2.5) 与 (2.6) 的交线得出。坐标线 ρ 和 z 是直线, 而坐标线 φ 是圆, 所以柱坐标是属于曲线坐标的。容易看出, 决定空间点的三条坐标线 ρ, φ, z 是彼此成直角相交的; 所以柱坐标是正交坐标。

在坐标线上某点作的切线称为坐标轴。显然, 若坐标线是直线, 则坐标轴与坐标线相合; 线 ρ 和 z 正是这样。柱坐标的三条轴是彼此垂直的直线。沿这些轴, 在坐标增大的方向上作单位矢量 e_ρ, e_φ, e_z 。在图 4 的点 M 处, 绘出了单位矢 e_ρ, e_φ ; 整个图 4 可属于任何 $z = \text{常数}$ 的平面, 这意味着, 可以将空间任何点, 例如图 3 的矢量 r 的端点取作 M 。因此, 矢径 r 沿柱坐标系的单位矢的分解式具有形式

$$r = \rho e_\rho + z e_z, \quad (2.8)$$

因为矢量 r 沿轴 φ 的分量等于零。

元位移 dr 也可表为沿柱坐标轴的分解形式, 即总可将 dr 了解为沿柱坐标轴的元位移的矢量和, 各元位移等于坐标线弧的元长乘以相应的单位矢。沿射线 ρ 的元位移等于 $d\rho \cdot e_\rho$; 沿轴 φ 的元位移等于 $\rho d\varphi \cdot e_\varphi$, 这里 $\rho d\varphi$ 是沿线 φ 的弧元, 因此

$$dr = d\rho \cdot e_\rho + \rho d\varphi \cdot e_\varphi + dz \cdot e_z. \quad (2.9)$$

由 (2.9) 得弧元的平方

$$ds^2 = d\rho^2 + \rho^2 d\varphi^2 + dz^2. \quad (2.10)$$

3. 球坐标系. 点在空間的位置也可用球坐标 r, θ, φ 来决定, 这里 r 是离坐标原点的距离 (矢量 r 的模), 而 θ, φ 是决定 r 方向的两个角度, 如图 5 所示. 角度 θ 是在通过轴 Oz 和 r 所作的平面中由轴 Oz 到 r 来计算的; φ 与柱坐标系中相应的角度一致. 坐标的变动范围是:

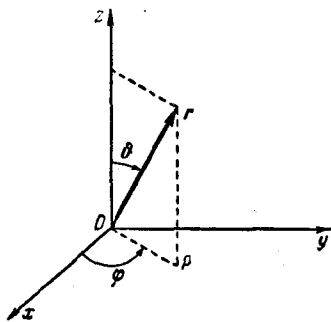


图 5

$$0 \leq \theta \leq \pi; \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi; \quad 0 \leq r < \infty.$$

由图 5 还可以看出笛卡儿坐标与球坐标间的联系. 线段 $\overline{OP} = r \sin \theta$; 将 $\overline{OP}$ 在轴 Ox 上作投影, 得 x , 将 $\overline{OP}$ 在轴 Oy 上作投影, 得 y :

$$\left. \begin{aligned} x &= r \sin \theta \cos \varphi; & y &= r \sin \theta \sin \varphi; \\ z &= r \cos \theta; & r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \\ \theta &= \arccos \frac{z}{r}; & \varphi &= \arcsin \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

三族球坐标面是: 以坐标原点为中心的一族同心球

$$r = c_1; \quad (2.12)$$

以轴 Oz 为轴的一族圆锥面

$$\theta = c_2; \quad (2.13)$$

由轴 Oz 出发的一族半平面

$$\varphi = c_3; \quad (2.14)$$

末一族与柱坐标系中的一样。

不同族的坐标面的交线给出三族坐标线. 族(2.12)与(2.13)的交线给出坐标线 φ , 沿着它变动的是角度 φ : 这是一些圆心在轴 Oz 上、半径为 $r \sin \theta$ 的同心圆(所谓纬圈). 族(2.12)与(2.14)