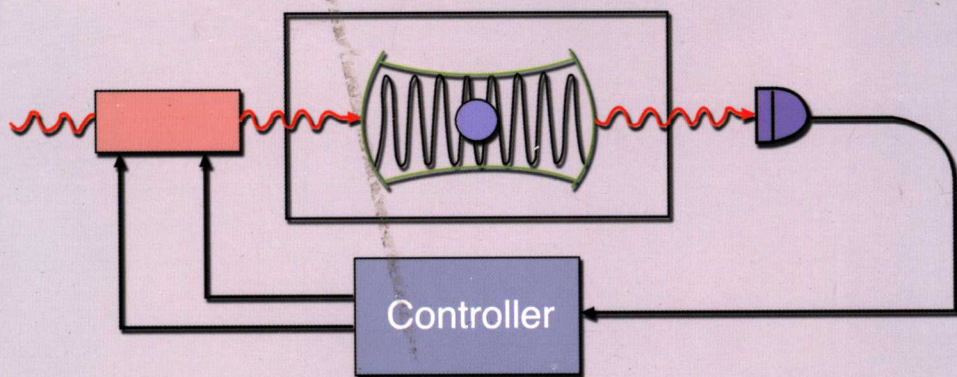


量子力学系统控制导论

Introduction to Quantum
Mechanical System Control

◎ 丛 爽 编著



科学出版社
www.sciencep.com

量子力学系统控制导论

丛 爽 编著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书在具有针对性地介绍量子力学系统的理论以及系统分析所需要用到的李群和李代数的基础上,从系统控制的角度对纯态和相互作用的量子力学系统进行模型的建立,以及物理控制过程的分析;对求解薛定谔方程中的么正演化矩阵的作用及其分解进行了详细的研究;对量子系统的可控性、反馈控制、最优控制等进行了系统深入的探讨,并且对一些具有挑战性的课题如量子测量、相干量子反馈控制以及量子系统的一些应用进行了介绍。本书尽可能以浅显和自成体系的方式叙述主要理论思路,在细节的处理上尽量兼顾严谨性和易读性,以适应不同专业的读者。

本书可供自动控制、计算机、系统工程以及物理专业的研究生作为专业基础教材,也可供相关领域的科研人员参考。

图书在版编目(CIP) 数据

量子力学系统控制导论/丛爽编著. —北京:科学出版社, 2006

ISBN 7-03-016474-1

I. 量… II. 丛… III. 量子力学-系统理论 IV. O413.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 134748 号

责任编辑:鄢德平 张 静/责任校对:鲁 素

责任印制:钱玉芬/封面设计:王 浩

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新 蕾 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006年1月第 一 版 开本:B5 (720×1000)

2006年1月第一次印刷 印张:22 1/4

印数:1—3 000 字数:414 000

定价:46.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

序

20 世纪 80 年代初,当我和我的同事有关量子力学控制理论的第一篇研究论文刚刚面世的时候,学术界反应寥寥。仅仅过了几年,量子控制在实验和理论上已经取得了激动人心的进展,通过系统地引入最优控制理论,科学家能够设计超短激光脉冲来更有效地控制分子化学键。之后,随着量子计算理论的兴起,量子控制得到了空前的关注,有关研究日益丰富起来。时至今日,量子控制作为交叉学科已经渗入到如纳米材料、玻色-爱因斯坦凝聚态物理等更多的前沿学科分支中。

量子控制理论的物理基础是上世纪初发展起来的量子力学理论。基于薛定谔方程、海森伯方程、刘维尔方程以及在此基础上发展起来的描述各种环境下的量子力学系统的数学模型,可以展开有关系统可控性、可逆性等各种基本结构性质的研究,它们在量子计算以及分子系统的相干控制中已经得到广泛应用;最近,关于散射量子系统的研究也开始取得重要进展。

量子控制系统有别于经典控制系统的最大特征在于其反馈控制的特殊性,因为反馈所需的量子测量即使在理论物理和实验物理领域至今也没有得到完全解决。对量子系统的反馈控制的研究虽然还很不充分,但是已经引起了来自各个领域的众多学者的关注,也成为量子系统控制理论最吸引人的魅力所在之一。在量子系统的控制设计中,最优控制最先取得成功,而且至今仍是主要的研究方向,并且通过引入学习控制等技术使得最优控制不仅在理论上,而且在实验上取得了突破。理论和实验相互促进,产生出更多新的成果和新的问题,为最终量子控制走向实用的技术打下坚实的基础。

丛爽教授是国内最早从事量子力学控制研究的学者之一。她以及她在中国科学技术大学的合作者通过多年的努力,已经具备了深厚的基础,并且在国内率先做出了多项研究成果。在此基础上,丛爽教授积多年研究心得编写了国内第一本有关量子力学系统控制研究的专著。本书内容基本涵盖了当前量子控制的主要研究方向,为正在从事以及将来可能从事这方面研究的老师和学生提供了良好的研究参考。希望这本书能够吸引来自各个领域的更多的研究人员,带动国内相关研究的蓬勃发展。

维纳在他著名的《控制论》中指出:控制论是包含控制、通信与统计力学的综合学科。回顾量子控制的发展,我们可以将它看作是包含控制理论、量子通信和量子统计力学的综合学科,其中每个因素都对其之前的经典理论产生了概念性的革新。几乎所有经典控制中的问题都可以在这里找到量子对应,但是具有独特量子特性

的新问题则引起学者们的更多兴趣,它们是潜在的量子技术革命的基础。我期待在 21 世纪,量子控制的理论和技术得到突飞猛进的发展,国内能有更多的学者和学生能够进入这个领域并做出自己的贡献。

谈自忠

于圣路易斯华盛顿大学

2005 年 4 月 26 日

前 言

量子力学系统控制的动因起源于量子计算机的设想。仿照经典的计算机(冯·诺依曼计算机),最简单的量子系统就是一个量子位(即量子比特)的两个态(0 或 1)的控制及其物理实现,所以量子系统控制早在 20 世纪 70 年代就有物理学者在做大量的理论以及物理操作实现的有关量子逻辑门操作的研究,直至今日,已在实验室中可以进行 7 位的量子比特的操作。所以可以说直到 1998 年前后,在进行量子系统控制的研究中,物理和化学专业的研究人员占绝大多数,在那些领域,他们对量子状态的变换一般使用“操纵”而不用“控制”这个词。1998 年以后,从事计算机、系统工程、数学等一系列交叉学科的学者开始介入量子系统控制的研究中,开始从系统的角度去审视量子系统(哪怕只是一个量子位的量子系统)的控制问题。以前人们的研究主要是对个案的研究,即对某个专门挑选的微观粒子的某一点进行研究。当关注一般量子系统控制问题时,人们选择了一个典型的自旋 $1/2$ 粒子量子系统作为被控对象,集中注意力来对其进行不同情况下的系统建模、可控性分析以及最优控制等方面的研究。

为什么挑选自旋 $1/2$ 粒子作为被控系统? 如何选择被控对象是一件非常重要的事情。由于自旋 $1/2$ 粒子系统的数学模型是双线性的系统模型,它与宏观系统中的双线性系统在数学模型结构上具有完全一样的形式。另外,自旋 $1/2$ 粒子系统在 x 、 y 和 z 轴上的自旋与宏观世界中的刚体绕 x 、 y 和 z 轴的旋转是一致的,并且存在的相互之间的关系式满足李群中组成李代数的条件。正是由于自旋 $1/2$ 粒子系统的数学模型与宏观世界中人们已研究过的一些系统有相同的模型形式,所以从数学的角度上来说,它们应当具有相同的特性,完全可以借用宏观世界的研究方式和结果来针对具体情况加以分析和应用。这些正是可以对量子系统进行研究的方法和可能性。

有关量子力学系统控制中的研究问题主要集中在以下几个方面。

一、量子位的制备与操控

从理论上研究一个系统,就是从它的数学模型入手,通过理论分析和推导来达到某个期望的结果。对量子系统控制的研究也不例外。量子系统的普适关系式就是薛定谔方程,即波函数 ψ 与哈密顿量 H 之间的微分关系式: $i\hbar\dot{\psi} = H\psi$ 。这是一个齐次方程。对此方程,当已知波函数的初始值 $\psi(0)$,则方程的通解为: $\psi(t) =$

$U(t)\psi(0)$, 其中, $U(t)$ 在系统控制中称为转移矩阵, 在量子力学中称为状态演化矩阵, 所以从控制理论角度上说, 只要求出状态演化矩阵 $U(t)$, 就可以获得任何时刻 t 的波函数 $\psi(t)$ 。

那么, $U(t)$ 该怎么求? 由波函数 ψ 与哈密顿量 H 所表示出的薛定谔方程可知, 如果 H 与时间无关, 则有: $U(t) = e^{-iHt/\hbar}$ 。由此可见, 只要 H 已知, 则可求出 $U(t)$ 。现在的问题是, 数学公式容易写, 但在具体的物理实验中如何去实现数学表达式成为关键, 因为要想实现量子计算机以及要验证所做的理论研究的正确性, 全都要依赖于物理实验的结果。更何况量子力学中的绝大多数的理论都是假设, 也都是通过做出的实验验证了其中的正确性。所以任何有关量子控制系统理论的正确性, 都应当建立在能够通过设计实验来实现的基础之上。这也正是我们每个系统控制研究人员必须努力的地方。

由一个复杂的高维的 H 所获得的 $U(t)$ 是无法直接在实验室里进行操纵和实现的, 所以在实验物理领域里很早就开始了有关一比特及两比特的简单量子逻辑门操纵的研究, 并已证明任何逻辑门都可以用两比特逻辑门来实现。这告诉我们可以把复杂的高维的 $U(t)$ 分解为由一比特或两比特通用逻辑门的组合来实现高维转移矩阵的物理实现问题。所以对转移矩阵 $U(t)$ 的分解成为目前量子系统控制中的一个重要研究方向, 采用最多的是 Cartan 分解、Schmidt 分解、Weinman 分解, 涉及的主要是数学问题。对转移矩阵 $U(t)$ 分解的控制问题的描述为: 当给定初始态 $\psi(0)$ 及终态 $\psi(t_f)$ 值时, 求可实现的状态演化矩阵 $U(t)$ 。因为由 $\psi(t_f) = U(t)\psi(0)$, 则立刻可以得到 $U(t) = \psi(t_f)\psi^{-1}(0)$ 。但如果希望能够在实验室里实现, 则还需要对所获得的 $U(t)$ 的表达式做进一步的分解工作。解决的方式就是将 $U(t)$ 分解为低维(通常是直到 2 维)的可实现的量子逻辑门。如何分解以及怎样分解则涉及被控系统的具体参数。对于自旋 1/2 粒量子系统, 可将哈密顿量 H 分成两部分: 系统内部哈密顿量 H_0 以及外部控制哈密顿量 H_1 。通过一定的整理, 系统的薛定谔方程可以写成如下的形式: $\dot{X} = (A + \sum B u)X = Ax + \sum B X u$ 。这是一个双线性系统, 与经典双线性系统不同之处仅在于该系统中的 A 和 B 是由系统自旋算符组成, 而自旋算符在一定的条件下等价于著名的泡利(Pauli)矩阵, 泡利矩阵之间满足一定的对易关系, 这个对易关系式正好组成李群中李代数的元素, 所以对 $U(t)$ 的分解在一定程度上就转化为对李群的分解。根据泡利矩阵的对易关系式, 以及 x, y, z 轴的旋转方式, 可以将原薛定谔方程式写成 2 维、3 维或 4 维矩阵方程形式。所以由此可以进行对特殊李群 $SU(2)$ 、 $SU(3)$ 、 $SU(4)$ 等的分解工作。另外, 再加上可以选择是对系统的一个量子位的两个状态(即 0 或 1 态)的控制、还是对系统的一个量子位的 n 个态控制、 n 个量子位 n 态控制等而出现大量的有关这方面的状态演化矩阵构造及其分解的研究。

有关这方面的内容,将在第 9 章中作详细的介绍。

二、量子系统的可控性

量子系统控制的理论问题中研究最早并吸引众多数学家研究的、最引人瞩目的是量子系统的可控性问题。的确,许多量子系统的可控性问题已经被解决,如连续光谱量子系统的可控性,双线性量子系统波函数的可控性,分子系统的可控性,分布式系统的可控性,旋转系统的可控性,NMR 分光器量子演化的可控性,紧致李群量子系统的可控性问题等。在解决这些问题中,引入了许多量子可控性的新观点和新概念。

通过对量子系统可控性的对比分析,我们发现量子系统的许多可控性的判定定理是相似的,不同的只是在定义时所考虑的量子系统的物理特性不同。量子系统的可控性通过右不变系统的可控性分析最直观,而且右不变系统可控性与双线性系统的可控性的联系与量子系统的一些可控性定理的联系是一致的。利用李群、李代数的知识,并结合特殊情况下量子系统特有的物理特性,又可获得量子系统的其他一些可控性的判定定理,但这些定理都是在以上所分析由李代数判定可控性的基础上推导出的。

量子系统的可控性完全是在对系统参数 A 和 B 进行李群或李代数的构造基础上进行的。同样也可分为在 $SU(2)$ 、 $SU(3)$ 、 $SU(4)$ 或更高维上的可控性矩阵的构造,不过目前人们主要还是针对有限维系统可控性进行研究的,少数对无限维系统的研究也只是概念性的。本书将在第 8 章对双线性系统可控性进行介绍,然后在第 10 章里着重讨论量子系统的可控性及其与双线性系统可控性之间的关系。

三、量子系统最优控制

量子系统的重要应用之一是量子计算,它是基于量子态的转换,因为任何有效的 k 位量子门可以用特殊么正李群 $SU(2k)$ 上的一个矩阵来实现,所以有效的量子门的实施是任何量子计算应用的必要条件。么正算符的时间演化由 $SU(2k)$ 上右张积矢量来确定。这样量子门的产生就变成了一个通过控制理论所获得的可控性、进而根据期望的某一性能指标来执行么阵变换的控制能量或时间的最优化问题。利用几何控制理论推导出最优控制输入,引导量子系统的么正算符到目标的演化是目前量子系统最优控制的主要研究内容。具体为在限制控制量最小(但控制形式无限制,或只要求有界),以及时间最优(短)的条件下的量子态转换的控制策略地设计。有关这方面的内容将在第 14 章详细讨论。

四、反馈控制及测量的研究

与经典控制一样,量子系统控制也分为开环和闭环控制。通过激光产生电磁场来时变地控制化学反应是一个众所周知的开环量子控制问题。在利用频率来进行控制的方法中,开发出不同的量子的路径干涉控制方法;在对时间进行的控制中,采用超速光脉冲产生的波包动力学来进行控制。对于化学过程的某些特殊控制,可以通过最优化光脉冲的温度和光谱结构来实现控制。

由于反馈控制涉及到状态变量的测量,而对量子态的测量必然导致塌缩,所以目前所能够在实验室里实现的绝大多数的量子系统的控制都是开环控制。而真正具有无破坏测量的状态估计与反馈控制,研究的较少也较浅。目前人们主要试图通过定义状态之间的距离,构造一个适当的状态反馈,以保证闭环控制系统的渐近稳定性,通过使实际和最终状态之间的距离减少的途径来达到反馈控制的目的。

实际上量子理论本身并没有解决测量问题,因为量子理论没有描述理论与经验的连接纽带——测量过程。在目前的量子理论中,测量过程被简单地当作是一种瞬时的、非连续的波函数的投影过程,然而对于这一过程为何发生及如何发生却说不清楚,因此,目前的量子理论对实在过程的描述是不完备的。本书在不同的章节里对反馈控制及测量问题都进行了深度不同的探讨和研究。

五、混合态及纠缠态的控制

目前几乎所有的有关量子系统状态的控制(即对由波函数所表示的态矢的控制)都是对本征态的控制。虽然也有一些文章是对密度矩阵进行分析与设计的,但也没有强调是对混合态的研究。真正对混合态及纠缠态进行控制的研究还是相当少的,也不深入,而在物理实验室中却已经完成了混合态的制备工作。所以在这一点上,实验是超前控制理论的。本书将在第 13 章里采用几何代数的方法对量子系统的状态进行分析。

六、量子系统仿真实验

有关量子系统仿真的工作,物理化学等方面的学者在进行理论和实验研究的同时,就一直在做这方面的工作。所以要想对量子系统进行合理可实现的控制,必须首先对量子系统所具有的特性掌握清楚,才能够根据这些特性去设计出状态演化矩阵 $U(t)$,然后将其分解为矩阵指数的乘积,构造出具有阵迹为零的斜厄米矩阵的系统参数,以便组成一个李代数的集合,并由此判断系统的可控性,再通过选

择合适的控制策略对状态演化矩阵 $U(t)$ 进行适当的分解达到可实现的量子逻辑门操纵的目的。

本书在相关的章节里,通过对量子系统进行仿真实验来阐明所提出方法的正确性;通过对比来揭示量子力学系统中不同参数之间的关系;从控制的角度对量子力学系统进行理论分析、系统建模、综合、控制器的设计和仿真实验的验证及其性能的对比研究。力求对量子力学系统的控制给出一个较全面的导论,引导有志从事量子控制之士,从本书进入量子力学系统控制的领域,开始进行 21 世纪的伟大研究。

要想进行量子系统控制的研究,需要涉及三个方面知识的灵活运用:1)量子力学系统理论;2)李群、李代数及其在量子力学系统中的应用;3)几何控制理论。当然还少不了经典控制理论及其应用的基础。有关量子系统控制的理论与实现的研究任重道远,需要我们大家的共同努力。

量子力学系统控制是一个交叉学科的研究方向,其中充满着极具挑战性的研究课题。本书在写作上定位为教材,考虑到不同读者在背景知识上的差异,尽可能以浅显和自成体系的方式叙述主要理论思路,力图深入浅出;在细节的处理上尽力兼顾严谨性、启发性和易读性,可供自动控制、计算机、系统工程以及物理专业的高年级本科生和研究生使用。本书要求读者具有大学物理和高等数学的基础,但不要求具有相对论、量子力学、量子电动力学以及计算机方面的专门知识。在需要用到这些专门知识的地方,本书力图做到必要的过渡。如果阅读中发现有不太清楚的地方,不妨跳过。有些地方我们不得不用到少量后面的内容才会完整解释的技术术语,这些术语可以暂时简单地接受下来,等深入理解了全部术语后,读者可再返回来阅读。

本书具有多种用途:可作为相关课程的基础教材,从用于教授量子系统控制的短期专题讲座到涉及整个领域的一学期的正式课程。只想对量子系统控制稍了解的读者可以自学;想进入研究前沿的读者也可以选用本书。本书的目的之一还在于作为该领域的一本参考书,特别希望它对初次接触这个领域的研究人员有价值。

在量子力学理论及其应用迅猛发展的今天,有关量子力学系统的控制还是刚刚起步,国内外有关量子力学系统控制的书籍、教材和参考书都非常少。作者在广泛阅读和研究量子力学系统各方面的理论与实验、加上中国科学技术大学自动化系量子系统控制研究小组人员几年来的勤奋努力,在国内率先做出的多项研究成果的基础上写出的国内第一本有关量子力学系统控制研究的专著。本书共分为 18 章,分别为:概论,量子力学系统理论基础,量子态的操控,量子力学系统模型的建立,限制温度下的量子动力学,薛定谔方程的解,李群和李代数及其应用,双线性系统及其控制,么正演化算符的分解及其实施,量子系统的可控性与可达性,量子

系统反馈控制,混合态和纠缠态及其分析,量子系统的几何代数分析,量子系统的最优控制,量子测量,量子系统的反馈相干控制,量子系统的应用。希望通过本书,能够带动国内有关量子力学系统控制研究进一步深入的展开。在此,要特别感谢曾在研究小组做过研究并为本书做出贡献的郑毅松、郑捷、郑祺星和钱辉环;还要感谢研究小组的研究生东宁、匡森、戴谊和姬北辰。没有他们的努力,这本书是不可能这么快就面世的。

本书的出版得到了中国科学技术大学研究生院的资助,在此表示衷心的感谢。

由于作者水平有限,书中不当之处在所难免,敬请读者批评指教。

丛 爽

于中国科学技术大学

2005年4月26日

目 录

序

前言

第1章 概论	1
1.1 从经典力学系统到量子力学系统	1
1.2 量子系统控制的提出及发展	5
1.2.1 量子系统控制的提出及其理论的研究	6
1.2.2 量子系统开环控制	7
1.2.3 量子系统闭环学习控制	8
1.2.4 量子反馈控制与量子估算及克隆理论	9
1.2.5 量子反馈控制法	10
1.2.6 量子控制最新进展	11
1.3 量子系统控制的关键性问题	12
1.3.1 量子系统控制方法	12
1.3.2 量子控制系统建立过程	12
1.3.3 量子系统控制面临的几个关键性问题	13
第2章 量子力学系统理论基础	15
2.1 量子态的描述	15
2.1.1 希尔伯特空间	15
2.1.2 狄拉克表示法	16
2.2 量子力学系统中的力学量	18
2.3 量子力学的假设	22
2.3.1 量子态的描述	23
2.3.2 量子态叠加原理	25
2.3.3 力学量的厄米算符表示以及测量力学量算符的取值	27
2.3.4 量子态的演化	28
2.3.5 么正变换及其特性	30
2.4 量子位和量子门	33
2.4.1 量子逻辑门	35
2.4.2 可实现的量子位旋转操作	39
2.5 矩阵指数的性质	42
第3章 量子态的操控	45
3.1 两能级量子系统的控制场的设计	46

3.1.1 系统模型的建立	48
3.1.2 控制磁场的设计	50
3.1.3 控制场的操纵	52
3.2 量子系统的控制与么正演化矩阵之间的关系	54
3.3 相互作用量子系统的物理控制过程	58
3.4 非共振 π 脉冲的作用	61
第 4 章 量子力学系统模型的建立	67
4.1 量子系统控制中状态模型的建立	67
4.2 量子系统状态模型的建立	70
4.3 相互作用的量子系统模型	72
4.3.1 自旋 $1/2$ 系统相互作用的哈密顿量	73
4.3.2 薛定谔方程与系统模型	74
第 5 章 限制温度下的量子动力学	77
5.1 温度在量子系统控制中的作用	77
5.2 量子系统的演化过程	78
第 6 章 薛定谔方程的解	87
6.1 薛定谔方程的波包解	88
6.2 定态薛定谔方程的求解	91
6.3 含时薛定谔方程的求解	92
6.3.1 指数的直积分解	93
6.3.2 么正演化算符的分解及其物理实现	94
第 7 章 李群和李代数及其应用	96
7.1 群的定义和性质	96
7.1.1 群的一些简单性质	96
7.1.2 李群	97
7.1.3 子群	99
7.2 无穷小生成元与无穷小算符	103
7.3 几种典型李群的分析	104
7.3.1 线性变换群	104
7.3.2 正交群	105
7.3.3 $SO(2)$ 群	106
7.3.4 $SO(3)$ 群	107
7.3.5 $SU(2)$ 群	110
7.3.6 $SU(3)$ 群	111
7.4 李代数	112
7.5 小结	118

第 8 章 双线性系统及其控制	120
8.1 双线性系统及其解	120
8.1.1 双线性系统的产生和定义	120
8.1.2 双线性系统的解	121
8.2 双线性系统的稳定性及稳定控制	123
8.2.1 用常量反馈实现稳定控制	124
8.2.2 用线性状态反馈实现稳定控制	125
8.2.3 用非线性状态反馈实现稳定控制	127
8.3 双线性系统的最优控制	129
8.3.1 双线性系统的最优调节器设计	129
8.3.2 双线性系统的最优跟踪器设计	131
第 9 章 么正演化算符的分解及其实施	135
9.1 利用李群分解的量子控制	135
9.1.1 控制问题的形成	135
9.1.2 时间演化算符的李群分解	136
9.1.3 例题	138
9.2 量子计算中么正算符的实施	149
9.2.1 分解	150
9.2.2 简化	152
9.3 Wei-Norman 分解及其在量子系统控制中的应用	154
9.3.1 Wei-Norman 分解	155
9.3.2 Wei-Norman 分解在量子系统中的应用	158
9.4 Lie 系统在量子力学和控制理论中的应用	164
9.4.1 Lie 系统	164
9.4.2 Wei-Norman 方程	165
9.4.3 Lie 形式的哈密顿系统	165
9.5 Cartan 分解及其在量子系统控制中的应用	169
9.5.1 Cartan 分解	170
9.5.2 量子系统中时间最优控制的 Cartan 分解	172
9.5.3 数值实例	173
9.6 各种分解方法的比较	179
9.6.1 Magnus 分解	179
9.6.2 各种分解方法之间的比较	180
9.6.3 小结	181
第 10 章 量子系统的可控性与可达性	182
10.1 基本关系和定义	183
10.1.1 双线性系统、矩阵系统和右不变系统之间的关系	183

10.1.2	双线性系统的李代数	185
10.1.3	矩阵李群及其可递性	186
10.1.4	可达性和李秩条件	187
10.1.5	可控性和可达性定义比较	189
10.2	双线性系统、矩阵系统和右不变系统可控性及其关系	190
10.2.1	矩阵系统的可控性	190
10.2.2	右不变系统的可控性	190
10.2.3	双线性系统的可控性	191
10.3	有限维量子系统的可控性	193
10.3.1	量子系统的可控性定义	193
10.3.2	量子系统可控性定理	194
10.3.3	量子系统不同可控性之间的关系	197
10.4	量子系统状态的可达性	199
10.5	量子系统与经典系统的可控性与可达性的异同	204
第 11 章	量子系统反馈控制	207
11.1	基于模型的反馈控制策略	208
11.1.1	操纵问题的反馈控制	208
11.1.2	一个 n 级量子自旋系统的演化操控	210
11.1.3	一个 $1/2$ 自旋粒子的反馈控制	211
11.2	基于状态之间距离的反馈控制	212
11.2.1	李雅普诺夫函数的选择	212
11.2.2	反馈控制律的设计	214
11.2.3	系统稳定性分析	215
11.2.4	自旋 $1/2$ 系统的应用实例	219
第 12 章	混合态和纠缠态及其分析	224
12.1	纯态与混合态	225
12.1.1	纯态	225
12.1.2	混合态	226
12.2	纠缠态	228
12.2.1	纯态纠缠态	228
12.2.2	混合态纠缠态	229
12.2.3	纠缠程度的定量描述	230
12.3	耗散量子系统状态的分析	232
第 13 章	量子系统的几何代数分析	236
13.1	几何代数	236
13.2	施密特分解	240
13.3	几何代数在单个粒子量子系统中的分析	241

13.4	几何代数在两个粒子量子系统中的分析	243
13.5	2 个粒子的可观测量	245
第 14 章	量子系统的最优控制	249
14.1	单个位量子系统的最优控制	251
14.1.1	Lie-Poisson 约化理论	254
14.1.2	无漂移项的最优驱动	255
14.1.3	有漂移的最优驱动	261
14.2	量子系统最优控制迭代算法的仿真实验研究	264
14.2.1	模型的建立	264
14.2.2	控制器设计	265
14.2.3	仿真实验及其结果分析	266
第 15 章	量子测量	269
15.1	量子的一般测量	269
15.1.1	投影测量	271
15.1.2	量子不完全测量	274
15.1.3	量子完全测量	277
15.1.4	量子态的概率克隆	278
15.2	量子测量中纠缠与干涉的影响	279
15.2.1	量子干涉	283
15.2.2	纠缠和测量	285
15.2.3	消相干	287
15.3	量子态的无破坏测量	288
第 16 章	量子系统的反馈相干控制	293
16.1	引言	293
16.2	带有经典反馈的相干控制	296
16.3	带有量子反馈的相干控制	298
16.3.1	一个离子阱例子	299
16.3.2	一个自旋体的例子	300
16.3.3	对比	301
16.3.4	纠缠转移	302
16.4	量子反馈的理论特性	303
16.4.1	可控性与可观性	303
16.4.2	开环相干控制系统	304
16.4.3	带有测量的闭环量子控制系统	305
16.5	小结	308
第 17 章	量子系统的应用	309
17.1	大数质因子分解的量子算法	309

17.1.1	量子有效算法	309
17.1.2	离散傅里叶变换	313
17.1.3	大数因子分解的步骤	315
17.2	量子计算和量子逻辑门的物理实现	317
17.3	量子纠错技术	326
17.3.1	纯量子状态纠错	326
17.3.2	叠加量子状态纠错	329
参考文献		335