

高等数学

GAODENG SHUXUE



湖南科学技术出版社

高等数学

长沙工程兵学院
汽车管理学院
蚌埠坦克学院
西安通信学院

湖南科学技术出版社

高等数学

责任编辑：胡海清

*

湖南科学技术出版社出版发行

(长沙市展览馆路8号)

湖南省新华书店经销 湖南省新华印刷二厂印刷

*

1988年2月第1版第1次印刷

开本：787×1092毫米 1/32 印张：21.75 字数：498,000

印数：1—11,900

ISBN 7—5357—0309—7

O·48 定价：5.20元

湘目 87—43.44

内 容 提 要

本书共分十三章：函数，极限与连续，导数，导数的应用，微分及其应用，不定积分，定积分，常微分方程，向量代数与空间解析几何，多元函数微分学，重积分，曲线积分与曲面积分，无穷级数。

北京大学教授、中国科学院学部委员、第三世界科学院院士姜伯驹为本书作序。

目 录

序言	(1)
编者的话	(3)
第一章 函数	(5)
§ 1.1 常量与变量	(5)
一 常量与变量 二 区间 三 邻域 习题1—1	
§ 1.2 函数的概念	(9)
一 函数的定义 二 函数的两要素 三 函数的表示法	
四 分段函数 习题1—2	
§ 1.3 函数的特性	(17)
一 函数的有界性 二 函数的单调性 三 函数的奇偶性	
四 函数的周期性 习题1—3	
§ 1.4 基本初等函数	(22)
一 幂函数 二 指数函数 三 对数函数	
四 三角函数 五 反三角函数 习题1—4	
§ 1.5 反函数、复合函数及初等函数	(30)
一 反函数 二 复合函数 三 初等函数	
*四双曲函数 习题1—5	
总习题一	(36)
第二章 极限与连续	(38)
§ 2.1 $x \rightarrow \infty$ 时, 函数的极限	(38)
一 $x \rightarrow \infty$ 时, 函数 $f(x)$ 的极限 二 数列的极限 习题2—1	
§ 2.2 $x \rightarrow x_0$ 时, 函数 $f(x)$ 的极限	(45)

一 $x \rightarrow x_0$ 时, 函数 $f(x)$ 的极限的定义 二 左极限和
右极限 习题2—2

§ 2.3 函数极限的性质 (51)

一 函数极限的性质 二 两个重要极限

§ 2.4 无穷小与无穷大 (54)

一 无穷小 二 无穷大 习题2—4

§ 2.5 极限的运算 (58)

一 无穷小运算性质 二 极限的四则运算 三 求
极限举例 习题2—5

§ 2.6 函数的连续性与间断点 (70)

一 函数的连续性 二 函数的间断点 习题2—6

§ 2.7 连续函数的运算与性质 (78)

一 连续函数的运算 二 初等函数的连续性
三 闭区间上连续函数的性质 习题2—7

总习题二 (83)

第三章 导数 (86)

§ 3.1 导数概念 (86)

一 两个实例 二 导数的定义 三 求导数举例
四 导数的几何意义 五 可导与连续的关系 习题3—1

§ 3.2 导数的四则运算 (100)

习题3—2

§ 3.3 反函数和复合函数的求导法则 (106)

一 反函数的求导法则 二 复合函数的求导法则
习题3—3

§ 3.4 隐函数的导数 由参数方程所确定的函数的
导数 (116)

一 隐函数的导数 二 由参数方程所确定的函数的导数
习题3—4

§ 3.5 高阶导数	(123)
习题3—5	
总习题三	(127)
第四章 导数的应用	(130)
§ 4.1 中值定理	(130)
一 罗尔定理 二 拉格朗日定理 三 柯西定理	
习题4—1	
§ 4.2 函数单调性的判别法	(137)
习题4—2	
§ 4.3 函数的极值	(141)
习题4—3	
§ 4.4 极值的应用	(147)
习题4—4	
§ 4.5 曲线的凹凸与拐点	(153)
习题4—5	
§ 4.6 函数图形的描绘	(157)
习题4—6	
§ 4.7 罗必达法则	(161)
一 未定式 $\frac{0}{0}$ 二 未定式 $\frac{\infty}{\infty}$ 三 其他未定式 $0 \cdot \infty$ 、 $\infty - \infty$ 、 0^0 、 ∞^0 、 1^∞ 四 罗必达法则失效情况 习题4—7	
总习题四	(169)
第五章 微分及其应用	(172)
§ 5.1 函数的微分	(172)
一 微分的定义 二 微分的几何意义 三 微分公 式和微分运算法则 习题5—1	
§ 5.2 微分在近似计算中的应用	(182)
一 微分用于求近似值 二 微分用于误差估计	

习题5-2

§ 5.3 曲线的曲率(189)

一 弧微分 二 曲率及其计算公式 三 曲率圆和
曲率半径 习题5-3

总习题五.....(200)

第六章 不定积分.....(202)

§ 6.1 不定积分的概念(202)

一 原函数的概念 二 不定积分的概念 三 不定
积分的性质 习题6-1

§ 6.2 基本积分表(207)

习题6-2

§ 6.3 第一类换元积分法(210)

习题6-3

§ 6.4 第二类换元积分法(217)

一 三角代换 二 倒数代换 习题6-4

§ 6.5 分部积分法(222)

习题6-5

§ 6.6 一些特殊类型函数的积分举例(229)

一 有理函数的不定积分举例 二 三角函数有理式的
积分举例 三 简单无理函数的积分举例 习题6-6

§ 6.7 积分表的用法(240)

习题6-7

总习题六.....(244)

第七章 定积分.....(246)

§ 7.1 定积分的概念(246)

一 概念的引入 二 定积分的定义 三 定积分的
几何意义 习题7-1

§ 7.2 定积分的性质(253)

习题7—2	
§ 7.3 微积分基本定理	(257)
一 变上限积分 二 原函数存在定理 三 微积分基本定理 习题7—3	
§ 7.4 定积分的换元法与分部积分法	(264)
一 定积分的换元法 二 定积分的分部积分法 习题7—4	
§ 7.5 广义积分	(273)
一 积分区间为无穷区间 二 被积函数有无穷间断点 习题7—5	
§ 7.6 定积分的几何应用	(280)
一 平面图形的面积 二 体积 三 平面曲线的弧长 习题7—6	
§ 7.7 定积分在物理和力学上的应用	(296)
一 变力沿直线所作的功 二 液体的静压力 三 平均值 四 均方根 习题7—7	
总习题七	(306)
第八章 常微分方程	(308)
§ 8.1 微分方程的基本概念	(308)
习题8—1	
§ 8.2 可分离变量的微分方程	(313)
一 可分离变量的微分方程 二 齐次方程 习题8—2	
§ 8.3 一阶线性微分方程	(321)
一 线性方程 二 贝努利方程 习题8—3	
§ 8.4 可降阶的高阶微分方程	(328)
一 $y^{(n)} = f(x)$ 型的微分方程 二 $y'' = f(x, y')$ 型的微分方程 三 $y'' = f(y, y')$ 型的微分方程 习题8—4	
§ 8.5 二阶常系数线性微分方程	(335)

- 一 二阶线性微分方程及其解的结构 二 二阶常系数齐次线性微分方程 三 二阶常系数非齐次线性微分方程
习题8—5

总习题八.....(352)

第九章 向量代数与空间解析几何.....(354)

§ 9.1 空间直角坐标系.....(354)

- 一 空间直角坐标系 二 点的坐标 三 空间两点间的距离公式 习题9—1

§ 9.2 向量的概念.....(360)

- 一 向量 二 向量的加减法 三 数与向量的积
习题9—2

§ 9.3 向量的坐标.....(365)

- 一 向量在轴上的投影 二 向量的坐标 三 向量的模及方向余弦的坐标表示式 习题9—3

§ 9.4 向量的数量积、向量积和混合积.....(372)

- 一 两向量的数量积 二 两向量的向量积 三 向量的混合积 习题9—4

§ 9.5 平面的方程.....(380)

- 一 平面的点法式方程 二 平面的一般式方程 三 两平面的夹角 四 点到平面的距离公式 习题9—5

§ 9.6 直线及其方程.....(390)

- 一 空间直线的参数式方程及对称式方程 二 空间直线的一般式方程 三 两直线的夹角 四 直线与平面的夹角 五 直线与平面的交点 习题9—6

§ 9.7 曲面和空间曲线的方程.....(399)

- 一 曲面方程 二 空间曲线方程 三 空间曲线在坐标面上的投影 习题9—7

§ 9.8 二次曲面.....(408)

一 椭球面	二 抛物面	三 双曲面	习题9—8
总习题九			(414)
第十章 多元函数微分学			(417)
§ 10.1 多元函数的概念			(417)
习题10—1			
§ 10.2 多元函数的极限和连续性			(422)
一 二元函数的极限	二 二元函数的连续性		
习题10—2			
§ 10.3 多元函数的偏导数			(428)
一 偏导数的概念	二 高阶偏导数	习题10—3	
§ 10.4 全微分及其应用			(435)
一 全微分的概念	二 全微分在近似计算中的应用		
习题10—4			
§ 10.5 多元复合函数与隐函数的微分法			(444)
一 复合函数的求导法则	二 隐函数的求导公式		
习题10—5			
§ 10.6 偏导数的几何应用			(456)
一 曲线的切线与法平面	二 曲面的切平面与法线		
习题10—6			
§ 10.7 多元函数的极值与最大最小值			(464)
一 多元函数的极值与最大最小值	二 条件极值		
拉格朗日乘数法			习题10—7
* § 10.8 方向导数与梯度			(473)
一 方向导数	二 梯度	* 习题10—8	
总习题十			(479)
第十一章 重积分			(482)
§ 11.1 二重积分的概念			(482)
一 二重积分的概念	二 二重积分的性质	习题11—1	

§ 11.2 直角坐标系中二重积分的计算	(488)
习题11-2	
§ 11.3 极坐标系中二重积分的计算	(500)
习题11-3	
§ 11.4 三重积分的概念及其计算	(506)
习题11-4	
§ 11.5 利用柱面坐标和球面坐标计算三重积分	(512)
一 利用柱面坐标计算三重积分 二 利用球面坐标计	
算三重积分 习题11-5	
§ 11.6 重积分的应用	(519)
一 曲面面积 二 重心 三 转动惯量 习题11-6	
总习题十一	(529)
第十二章 曲线积分与曲面积分	(532)
§ 12.1 对弧长的曲线积分	(532)
一 对弧长的曲线积分的概念 二 对弧长的曲线积分	
的计算 习题12-1	
§ 12.2 对坐标的曲线积分	(540)
一 对坐标的曲线积分的概念 二 对坐标的曲线积分	
的计算 习题12-2	
§ 12.3 格林公式及其应用	(548)
一 格林公式 二 格林公式的应用 习题12-3	
§ 12.4 对面积的曲面积分	(561)
§ 12.5 对坐标的曲面积分	(564)
习题12-4	
总习题十二	(575)
*第十三章 无穷级数	(578)
§ 13.1 常数项级数	(578)
一 常数项级数的概念 二 级数的基本性质	

三	级数的收敛条件	习题13—1	
§ 13.2	幂级数		(589)
一	幂级数的收敛性	二 泰勒公式与泰勒级数	
三	函数展开成幂级数	习题13—2	
§ 13.3	傅立叶级数		(605)
一	三角级数的正交性	二 周期为 2π 的周期函数	
	的傅立叶级数	三 一般周期函数的傅立叶级数	
四	复数形式的傅立叶级数	习题13—3	
总习题十三			(620)
附录I	公式汇集		(623)
附录II	简易积分表		(632)
附录III	习题答案		(643)

序 言

在科学技术高度发达的今天，数学——不仅初等数学，而且高等数学——已经进入每一个行业。各种自然现象、技术问题要寻求合适的数学模型，通过数学的分析计算来解决问题。随着电子计算机的威力越来越大，它的应用日益普遍，各种数学模型也在由粗而精，不断更新。今天用到的数学知识明天就可能不够用。数学成了学习每门现代科学技术都必须掌握的通用语言，而以数学思维为代表的清晰周密的思辨推断的能力，更是做好任何工作都必不可少的素质。因此，各行各业的教学教育不能局限于目前在用的数学知识，还应着眼于从根本上提高未来骨干的文化素养。

各行各业骨干的数学水平的提高，以及随之而来的数学广泛应用于解决实际问题，是一个国家数学教育成功的主要标志，为了适应时代的需要，各国的数学教育在三、四十年前有了显著的改进。相形之下，我国需要努力改革。在数学行业本身的教育、其他行业的数学教育、中小学的数学教育这三个环节之中，我们的第二个环节最薄弱，对现代化建设影响最大，而且这个环节的改革还没有得到社会各界的普遍重视。各行业需要不同，各单位情况不同，学员的基础不同，需要数学工作者结合实际情况，不断开展试验，付出艰巨的努力。

部队的指挥院校有许多独特的情况，如学员文化基础不齐，课余自学时间较少等，所以迫切需要适用的数学教材。解放军

长沙工程兵学院、汽车管理学院、蚌埠坦克学院、西安通信学院的数学教研室的同志们根据他们丰富的教学实践经验，编写了这本教材，供高等数学教学之用。这对指挥院校大专数学课程的建设，无疑是一个重要贡献。

希望部队的同志们，借助这本书打开高等数学的大门，把数学知识和方法广泛运用到实际工作中去。

姜伯驹

编 者 的 话

为了适应军队和地方高等专科教育迅速发展的需要，我们遵照《中央军委关于军队院校教育的决定》中改革现行教材的精神，根据总参军训部对大专高等数学教学的要求，参照国家教委高等工业学校高等数学教材委员会的有关意见，在中国人民解放军长沙工程兵学院、汽车管理学院、蚌埠坦克学院和西安通信学院领导的关怀和鼓励下，在长沙、蚌埠、西安地区军队院校协作中心的支持下，合编了这本教科书。

本书对高等数学的基本概念、基本理论的阐述力求严谨简明，选材注意深浅适度，尤其重视基本运算。全书选取较多例题，节后配备基本的和提高的两档习题，章后配总习题，书末附录III为习题答案，全书教学时数为160~180学时，书中带※号内容供选用。

本书由魏志刚、曾维国、王英华、李祝生、康炳辉组成编写组委会，主持编审工作。全书按章序分别由康炳辉、程祥、雷国坤、魏志刚、赵德镜、罗嵩龄、史新生、曾维国、许依群、李祥贞、王英华编写。最后由魏志刚、程祥、赵德镜、许依群、罗嵩龄定稿，赵德镜、程祥、李祝生对全书校正。

我们在编写中，还充分考虑到本书的军地通用性，因此可供军队指挥院校、地方工科和管理院校大专的高等数学课使用，也可作为工程技术人员及自学参考书。

由于编写时间较短，加之编者水平有限，本书的缺点和错误在所难免，敬请广大教师和读者批评指正。

一九八七年十月