

HAI DIAN
ZHENTHUI XUE XITONG

海淀智慧

学习通

初中数学

陆剑鸣 主编

广西教育出版社

CHUZHONGSHUXUE

海淀 智慧 教育

学习通

初中数学

陆剑鸣 主编

广西教育出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

初中数学 / 陆剑鸣编 . —南宁：广西教育出版社，
2001.1

(海淀智慧·学习通)

ISBN 7-5435-3113-5

I. 初 … II. 陆 … III. 数学课—初中—教学参考
资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 84638 号

海淀智慧·学习通

初中数学

陆剑鸣 编写



广西教育出版社出版

南宁市鲤湾路 8 号

邮政编码:530022 电话:5850219

本社网址 <http://www.gep.com.cn>

读者电子信箱 master@gep.com.cn

全国新华书店经销 广西民族语文印刷厂印刷

*

开本 890×1240 1/32 13.25 印张 394 千字

2001年1月第1版 2001年1月第1次印刷

印数: 1—10 000 册

ISBN 7-5435-3113-5/G · 2332 定价: 15.50 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与承印厂联系调换

学会学习

(代总序)

从穴居野处,到登月航天,人类的历史是一部创造的历史,也是一部学习的历史。没有学习,人类就不能生存;没有学习,人类就不能进步;没有学习,人类就没有今天;没有学习,人类就没有未来。人类在激烈的学习竞争中奔向 21 世纪……

学习是人才成长的基础。翻开人类的学习史,我们会发现,不论是科学巨匠,还是文坛泰斗、艺术大师,这些创造的巨人都是学习的巨人,而且首先是学习的巨人。他们的成才道路不同,有的平坦,有的崎岖;他们的成才时间不同,有的少年早慧,有的大器晚成,但是,他们无不在青少年时期留下深深的学习足迹。这正是:少而好学,终成英才。

古今中外也不乏这样的事例:少时天资聪颖,才华出众,由于没有好好学习,长大沦为庸人。王安石曾写过一篇短文《伤仲永》,说江西有个方仲永,小时候聪明过人,“指物作诗立就”,被乡亲们看做奇才。后来由于父亲贪图小利,每天带他串门拜客而“不使学”,十二三岁时写的诗就大不如前了,到二十岁左右时,已“泯然众人矣”,就是变成毫无特色的平庸之辈了。史书记载,宋朝有一百多个神童,其中绝大多数后来都无所作为。这正如孔子所说:“少而不学,长无能也。”

学生的学习是人类学习的一种特殊形式,是在学校条件下有教师指导的学习。学会学习,是学生的一项基本任务。教会学生学习,是教师的一项基本职责。

对于教师来说,会教,才能教会。什么是会教?教师有一桶水,站在讲台上往下一泼,不能保证学生都能得到一杯水,这是不会教;如果将水一一注入学生的杯中,即使学生都得到了一杯水,仍为不会教,因为杯水只能解一时之渴,学生仍难免常渴之虞。会教者,当以一桶水为示范,教

给学生取水之法，使学生由会取桶中之水，进而能自取江河湖海之水。“授人以鱼，可供一饭之需；授人以渔，斯足一世之用。”——古人早已点破了“会教”的玄机。用今人的话说，会教，就是“教的法子要根据学的法子”，“将开发文化宝库的钥匙尽我们知道的教给学生”（陶行知语）；就是使学生“在各科学习中学会自己寻求知识和解决问题的本领”（叶圣陶语）；就是“教给学生怎样学习”（苏霍姆林斯基语）。一言以蔽之：会教就是教给学生学法。掌握学法，是学生学习成功和智能发展的基础。无视学法指导的教学，不论教师的教学术多么“高明”，必将陷入“师勤而功半”的困境，充其量只能培养出“高分低能”的庸才。

对于学生来说，会学，才能学会。什么是会学？一个寻宝的青年，不取仙人点化的现成金子，而要仙人点石成金的指头。这虽是神话，却道出了学习的奥秘。这个青年可谓会学者，因为他懂得点金术比金子更宝贵。对于学生来说，科学的学习方法不就是“点金术”吗？凡学有所成的学生，都有一些（甚至一套）适合自己的科学的学习方法，用来自主地完成学习任务。学不会或学不好的学生，除少数厌学者外，多数不是因为不勤奋，更不是因为脑子笨，而是因为不会学，即学不得法。学习的成功并不与主体付出的劳动量成正比，而只与主体付出的有效劳动量成正比。勤奋而不得法，就是“愚勤”，“愚勤”与“会学”是泾渭分明的。“会学”之效，不仅在今天的“学会”而已，还在奠定未来发展的基础素质。埃劳加·富尔说：“未来的文盲不再是不识字的人，而是没有学会怎样学习的人。”这是警世箴言。

“名师出高徒”是古今中外无数成功教学的经验概括。名师出高徒的“秘诀”，就是学法指导——老师教给学生科学的基本学习方法，学生在老师指导下依法练习。委罗基奥教给达·芬奇“画蛋”之法，福楼拜教给莫泊桑“观人”之法。在老师的指导下，达·芬奇依“画蛋”之法练出了绘画的基本功，终成艺术大师；莫泊桑依“观人”之法练出了写人的基本功，终成文学巨匠。孔子为师半生，弟子三千，贤人七十二，“优秀率”虽不甚高，但也相当可观。一部《论语》，就记录着他指导学生的一系列至今行之有效的学习法，如学思结合法、学问结合法、学习结合法、学行结合法等。《学记》萃取各业典型：“良冶之子，必学为裘；良弓之子，必学为箕；始驾马者反之，车在马前。”无论从师教与徒学哪一边理解，强调的都是

基本的学习方法。

这套“海淀智慧·学习通”丛书，重在培养学生的创新精神和实践能力，内容设计新颖，富有启发性，注意思维训练和学法指导，有助于同学们学会学习。这套丛书的编写者都是知名的教师，可以说是“会教者”。打开这本书，读下去，在名师的指导下自主学习，一定会成为“会学者”——善于学习的人。

《创业史》中有一句名言：“人生的道路虽然漫长，但紧要处常常只有几步，特别是当人年轻的时候。”中学生朋友，自从跨进中学的大门，你就踏上了人生道路的一段紧要处，这里通向未来，命运之星就在前方等候。你想成为枝繁叶茂的大树，就要在这时扎根；你想成为耸入云天的高楼，就要在这时筑基；你想到大海扬波，就要在这时学会游泳；你想到长空搏击，就要在这时练习飞翔……

中学时期是人生的奠基时期，是学习的黄金时期。中学生处于生理和心理发育的高峰，精力充沛、思维敏锐、求知欲旺、记忆力强。在这智力发展的飞跃时期，不失时机地学习，效率最高，效果最好；而错过这学习的最佳时期，将造成难以挽回的损失。

古人说过：“少而好学，如日出之阳；长而好学，如日中之光；老而好学，如炳烛之明。”他是讲终身学习的必要，强调要活到老学到老。我们变其意而用之，可以得出这样的认识：错过“如日出之阳”的最佳学习时期，将来再自学或上电大、函大等，追补逝去的时光，即使有效，也必然事倍功半、收益难丰，只能“如日中之光”或“如炳烛之明”而已。很多中老年人都谈到这样的体会：青少年时期学的东西，像刀子刻进石头一样，印象极牢固；到了中老年，虽说理解力增强，但记忆力明显衰退，学点东西像树枝划在沙土上，很快就模糊不清了。

中学生拥有青春——人生的无价之宝，如果“时不空过”，将这金子般的年华用于学习，成为会学习的人，必将获得人生的另一件至宝——时代文明的基础。而一旦如此，你们就有资格和能力张开双臂，去拥抱那美好的未来！创造美好的未来，要从现在做起，抓住现在才能“扼住命运的咽喉”。“一切的现在都孕育着未来，未来的一切都生长于他的昨天。”——一位诗人这样吟唱。“失掉了现在，也就没有了未来。”——鲁迅先生这样告诫。中学生朋友，当你用幻想描绘未来，或用理智设计未来的时候，请

记住：未来就在你脚下，未来就在你手中！

人生只有一次，上中学只有一回，年华似水，时不再来。立志成才、追求美好未来的中学生朋友们，珍惜学习的黄金时期，让求知的火焰熊熊燃烧起来吧！中学时期是人生的春天，而春天是播种的季节……

编 者

2000 年 11 月

陆老师教你学数学

(一)

你喜欢数学吗？热爱数学吗？宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，无处不用数学。

我爱数学，更爱教数学，在数学的幽谷里跋涉，使人感到充实、宁静，做年轻人的向导，走出变化无穷的数学迷宫，更令人心旷神怡。

你知道吗，今天，现代高科技领域取得的成果在很大程度上可以说是数学发展的结果或作用，海湾战争、科索沃战争，打的是数学战；北大方正激光照排技术，其核心技术是数学；近 20 年颁发的 13 个诺贝尔经济奖中有 7 个是直接用数学研究的结果。

数学在训练人的思维、思想方法以及熏陶人的精神方面有着重要的作用，这特别为许多科学家、学者、工程技术人员所认识。日本米山国藏教授说：“在那些学者、科技工作者的研究工作中，经常活跃着的、最感需要的，实际上是数学之科学的精神、思想和方法。惟有这些精神、思想和方法的启发、锻炼、体验，才是不仅在数学，而且在一切科学技术中，不！在人生的各个方面筹划各种事业飞跃发展所绝对必需的，这一点已为许多事例所证实，应是很清楚了。”

通过数学学习可以培养人的严谨求实的态度，顽强拼搏的精神，敏捷而又周密的思维，扎实而又敢于创新等优良品质。

努力地去学数学吧！不是为了老师、家长，也不是为了考试、升学，是为了将来，为你能成为 21 世纪的一个合格公民，为我国最新技术的研究与发展。

(二)

学习数学不仅要有强烈的学习愿望和学习热情，而且还要有科学的

学习方法,才可能把数学学好.下面给同学们介绍与数学课堂教学相适应的学习方法——预习、听课、复习、作业.

要养成预习的习惯.预习数学不能只是浏览课本,因为数学规律像谜语,“谜底”一旦揭开,就没有什么猜头了.课本上把解题思路写得明明白白,你如果像看语文那样看教材,很快掌握了“谜底”,思维大门就闭塞了.不要急于看解题过程,自己试着独立解决.如果考虑再三,仍有困难,再看一看教材.

在初中阶段,听课是同学们学习数学的主要形式.在教师的指导、启发、帮助下学习,就可以少走弯路,减少困难,能在较短的时间内获得大量系统的数学知识,否则事倍功半,难以提高效率.所以听课是学好数学的关键.

听课时首先要专心,注意力要高度集中,把自己的思维活动紧紧跟上老师的讲课,开动脑筋,积极思考老师提出的问题,并勇于提出自己的看法.另外,听课时,要防止“掉队”.如果某个地方不懂,暂时存疑,应把疑问或问题记下,留待课后自己去思考或去请教老师或同学,并继续专心听老师讲课,切勿因一处没有听懂,思维就停止在那里,这会影响后面的听课的.一般听课时要把老师讲课的要点、补充的内容与方法记下,以备复习之用.

大脑有遗忘的特性,大脑遗忘的规律告诉我们,新学的东西在开始阶段遗忘得较快,而往后则较慢,所以为了防止遗忘就得及时复习.

数学学习往往是通过做作业,以达到对知识的巩固、加深理解和学会运用的,所以也要重视作业这一环节.数学作业通常表现为解题.解题要按一定的程序、步骤进行.首先,要弄清题意,认真读题,仔细理解题意.其次,是探索解题的途径,找出已知与未知,条件与结论之间的联系.最后,是要按照所要求的书写格式和规范,把解题过程用文字表达出来.同学们要努力做到“准确、规范、快速”六个字.“准确”——要求做题“一次做对”.科学家钱学森说过,“科学是严肃的、严格的、严密的,是不允许马虎的.”“规范”——解题要按规范的格式进行;书写要工整,条理要清楚,作业要整洁、美观.在这方面,书本上的例题是同学们的榜样.“快速”——要求解题的效率要高,作业不仅要做对,而且要做得快.要想解题的速度快,一靠知识掌握得好,二靠方法对头、勤学苦练,三靠提高基本技能和运算能力.

(三)

下面以初二年级的数学学习为例,谈谈怎样学好初二年级的几何.

1. 学习几何概念,要力求做到“五会”

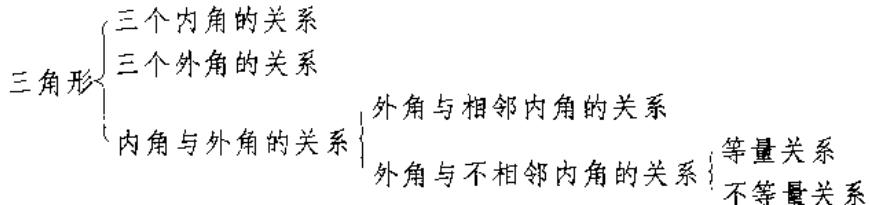
初一年级时,同学们学习了一些几何的基本概念,初二年级将学习大量的重要的几何概念.几何概念规定了图形的本质属性,它与图形、语言紧密相连;几何概念又是论证的依据,因此,要真正理解和掌握概念,就要力求做到“五会”.

- (1) 会表述:能正确地叙述概念的定义.
- (2) 会画图:会画出表示概念的图形(包括变式图形),熟练地掌握概念的标注和读法.
- (3) 会识图:能在复杂图形中正确识别表示某个几何概念的那部分图形.
- (4) 会翻译:会把概念的定义(文字语言)翻译成为结合图形的符号语言.
- (5) 会应用:会用概念进行简单的判断、推理和计算.

许多同学常常用机械记忆、背诵定义的方式学习几何概念,这是一种通病.千万不要以为“背得出”定义,就是“学懂了”概念.

2. 适当分类,注意把知识条理化和系统化

在学习三角形的角的概念时,也许你会感到它的性质多,很容易记错、记混.这时,你可以试着按照下面的框架去记忆和理解.



这里,我们加进了“外角与相邻内角的关系”后,使“三角形的角”这一知识条理化了.这样除了好记忆外,还有两点好处:

- (1) 外角与相邻内角互为邻补角的关系虽然很直观,但却容易被同学们忽略.实际上,若用“三角形的外角与相邻内角互补”的关系去求三角形三个外角的和,会很快得出为 $3 \times 180^\circ - 180^\circ = 360^\circ$.

(2) 在突出了“外角与相邻内角的关系”后,同学们在使用“外角与不相邻内角的关系”时,就不易出现忽略“不相邻”的错误了.

再比如,在几何的学习中,会学到许多角的概念,怎样才能把它们都掌握住呢?可以按“角的定义方式”把角进行分类:

①按一个角的大小定义的,如锐角、钝角……②按两个角的大小关系定义的,如互余(互补)的角等.③按两个角的位置关系定义的,如邻补角、对顶角、同位角……④按一个角的某种图形中的位置定义的,如多边形的内角(外角),等腰三角形的底角、顶角……⑤按两个角在某种图形中的位置关系定义的,如四边形的对角、邻角等等.

以后每学一个“角”的概念,都要看一看它是按什么方式定义的,把它放入以上系统中的适当位置.

适当地对概念进行分类,可以使你不断地把分散的概念系统化,不断地把新概念纳入旧概念的系统中,逐步地在头脑中建立一个清晰的概念系统.

3. 重视画图和识图

学习几何离不开图形,自然也就离不开画图,有的同学画图不用尺,不用铅笔,“潇洒”地随意几笔,这是非常不好的习惯.

正确的图形有利于从直观上启发我们推测图形的性质,以及图形之间的关系;谬误的图形可能给我们造成错觉,导致论证上的困难或错误.

下面是一个几何诡辩题. 所谓诡辩,就是用貌似正确的方法,来论证错误的结论.

“求证不等边三角形是等腰三角形”.

不等边三角形怎么会是等腰的呢? 这不是胡闹吗? 请看下面证明.

已知 $\triangle ABC$ (见图 1), 其 $AB \neq BC \neq CA$. 求证: $AB = AC$.

证明 作 $\angle A$ 的平分线 AT , 作 BC 的中垂线 DO , AT 与 DO 交于 O .

过 O 作 $OE \perp AB$, $OF \perp AC$, 连结 OB 、 OC .

在 $Rt\triangle AOE$ 和 $Rt\triangle AOF$ 中,

$\because \angle 1 = \angle 2$, $AO = AO$,

$\therefore Rt\triangle AOE \cong Rt\triangle AOF$.

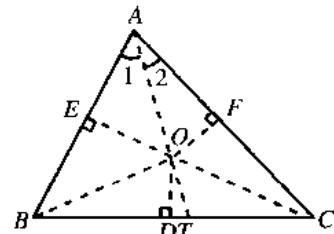


图 1

$$\therefore AE = AF \quad (1)$$

在 $\text{Rt}\triangle EOB$ 和 $\text{Rt}\triangle FOC$ 中,

$\because OE = OF$ (角平分线上的点到角的两边距离相等),

$OB = OC$ (中垂线上的点到线段的两端距离相等),

$\therefore \text{Rt}\triangle EOB \cong \text{Rt}\triangle FOC$.

$$\therefore EB = FC. \quad (2)$$

式(1)+式(2)得 $AE + EB = AF + FC$.

即 $AB = AC$.

这道题的结论肯定是错误的,可是从证明过程中又找不出错误在哪儿.原来问题就出在画图不准确上.正确画图(图2)之后,你会发现 AT 和 OD 的交点 O 应该在三角形之外,由 O 向 AB 边所引的垂线也在 AB 的延长线上,因此式(1)+式(2)这一步不能成立.

马虎大意害死人,几何作图一定要认真,不然出了错误都不知道错在哪里.

识图是指要注意结合条件看图,要学会把复杂的图形看简单(分解图形),要能在复杂的图形中看出基本图形(每一个概念、公理、定理都对应一个图形——基本图形).

画图和识图都是以基本知识为基础的.通过画图、识图,不但可以加深对基本知识的认识和理解,培养想象能力和逻辑思维能力,同时还可以培养认真细致的学习作风和习惯.

4. 学会“两头堵”的分析方法

从几何第三章《三角形》开始,知识深化了,对命题的研究开始进入了推理论证阶段,而推理论证又是培养逻辑思维能力的核心.

许多同学感到几何题不好做,已知条件都摆在那里,有关定理也能背下来,但往往用不上,这主要是思考的方法不对头.

拿到一道题后,一般有两个思路:一是从结论入手,看结论想需知,逐步向已知靠拢;二是要发展已知,从已知想可知,逐步推向未知.当两个思路“接通”时,便得到证题的通路,这种分析问题的方法,就是平时常说的

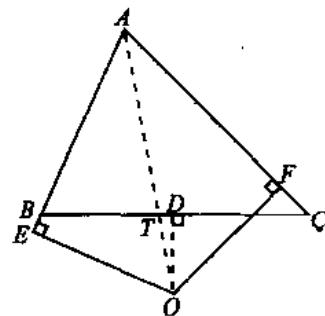


图 2

“两头堵”的方法.

这种方法说起来容易,真正领会和掌握却非“一日之功”,还请同学们在学习过程中逐步体会并加以应用.

学好初中数学是你们的愿望,也是我衷心的期待,请记住:

学习有法,学无定法,结合自己,稳扎稳打.

北京大学附属中学

陆剑鸣老师

目 录

代 数 篇

第一单元 有理数	(1)
一 自主学习要点.....	(1)
二 自主学习辅导.....	(2)
三 自主学习训练.....	(15)
第二单元 整式的加减	(19)
一 自主学习要点.....	(19)
二 自主学习辅导.....	(19)
三 自主学习训练.....	(29)
第三单元 一元一次方程	(33)
一 自主学习要点.....	(33)
二 自主学习辅导.....	(33)
三 自主学习训练.....	(43)
第四单元 二元一次方程组	(49)
一 自主学习要点.....	(49)
二 自主学习辅导.....	(50)
三 自主学习训练.....	(58)
第五单元 一元一次不等式和一元一次不等式组	(63)
一 自主学习要点.....	(63)
二 自主学习辅导.....	(64)
三 自主学习训练.....	(74)

第六单元 整式乘除	(78)
一 自主学习要点	(78)
二 自主学习辅导	(79)
三 自主学习训练	(95)
第七单元 因式分解	(99)
一 自主学习要点	(99)
二 自主学习辅导	(99)
三 自主学习训练	(114)
第八单元 分式	(119)
一 自主学习要点	(119)
二 自主学习辅导	(119)
三 自主学习训练	(139)
第九单元 数的开方	(144)
一 自主学习要点	(144)
二 自主学习辅导	(144)
三 自主学习训练	(150)
第十单元 二次根式	(153)
一 自主学习要点	(153)
二 自主学习辅导	(153)
三 自主学习训练	(169)
第十一单元 一元二次方程	(173)
一 自主学习要点	(173)
二 自主学习辅导	(174)
三 自主学习训练	(199)
第十二单元 函数及其图象	(204)
一 自主学习要点	(204)
二 自主学习辅导	(205)
三 自主学习训练	(226)
几何篇	
第十三单元 几何的基础知识	(231)

一	自主学习要点	(231)
二	自主学习辅导	(232)
三	自主学习训练	(245)
第十四单元 三角形		(249)
一	自主学习要点	(249)
二	自主学习辅导	(250)
三	自主学习训练	(272)
第十五单元 四边形		(277)
一	自主学习要点	(277)
二	自主学习辅导	(277)
三	自主学习训练	(301)
第十六单元 相似形		(306)
一	自主学习要点	(306)
二	自主学习辅导	(306)
三	自主学习训练	(325)
第十七单元 解直角三角形		(331)
一	自主学习要点	(331)
二	自主学习辅导	(331)
三	自主学习训练	(349)
第十八单元 圆		(353)
一	自主学习要点	(353)
二	自主学习辅导	(354)
三	自主学习训练	(382)
习题答案与提示		(388)

代数篇

第一单元 有理数

一 自主学习要点

要点 1:

有理数是中学代数的起始课题,是数学最基础的知识之一,是在小学学过的数及其运算的基础上的一次极为重要的知识扩充,本单元内容学习的好坏直接影响到代数式、方程、不等式等内容甚至全部中学数学内容的学习.因此,同学们应透彻理解和全面掌握好本单元的知识.

要点 2:

本单元内容包括:有理数的概念;几个与有理数有关的重要概念(数轴、相反数、绝对值、倒数);有理数的运算(加、减、乘、除、乘方运算的意义、法则、运算律等)三个重点问题.通过本单元的学习,应理解有理数、数轴、相反数、绝对值等概念,并能正确地比较两个有理数的大小;能正确熟练地进行有理数的加、减、乘、除、乘方运算,同时还能合理地应用运算律简化运算过程.

要点 3:

引进负数以后,零不再是最大的数了;“+”和“-”不仅表示运算符号,还可表示一个数的性质特征;运算也易出错.因此,学习中要注意总结归纳由“负数”引起的变化,及时更新“观念”.另外,字母代替数字将是同学们认识上的一次飞跃.