

李仲来 主编

Fu Zhong Sun
Shu Xue Jiao Yu Wenxuan

傅种孙

数学教育文选

傅种孙 著

人民教育出版社

傅种孙

数学教育文选

1957-1993

（第一辑）

人民教育出版社



01-53

bm 7

FUZHONGSUN

傅种孙

数学

教育

文选

傅种孙 著
李仲来 主编

图书在版编目 (CIP) 数据

傅种孙数学教育文选/傅种孙著. 李仲来主编.

—北京: 人民教育出版社, 2005

ISBN 7-107-18501-2

I. 傅…

II. 傅…

III. 数学教育—文选

IV. 01-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 021040 号

人民教育出版社出版发行

(北京市海淀区中关村南大街 17 号院 1 号楼 邮编: 100081)

网址: <http://www.pep.com.cn>

人民教育出版社印刷厂印装 全国新华书店经销

2005 年 10 月第 1 版 2005 年 10 月第 1 次印刷

开本: 890 毫米 × 1 240 毫米 1/32 印张: 12.875 插页: 4

字数: 292 千字 印数: 0 001 ~ 3 000 册

定价: 27.40 元



傅种孙(1898-1962)，祖籍江西高安，中国著名数学家和数学教育家，历任北京师范大学教授、系主任、教务长、副校长等职，在数理哲学、数理逻辑、几何基础和数学史等方面有深入的研究，参与了中国数学会的创建及领导工作，积极倡导数学教学改革，培养了大批优秀数学教育人才，对中国现代数学教育的发展作出重要贡献。





傅种孙（左）和华罗庚（刘书琴摄于在北京召开的中国数学会，1951-08）。



江西省委书记邵式平（二排左四）来北师大与傅种孙（二排左三）接见江西省校友留影（1956）。



傅种孙（前排左五）和傅章秀（前排左四）与几何研究班学生合影（1956-04-30）。



傅种孙去英国前的全家福,坐者傅种孙(抱的小孩是赵铁元),黄素君(抱的小孩是赵铜元),站在他们中间的是傅平秀,后部:傅正阳,傅理阳,傅章秀,赵桢(文敏),傅安秀(鸾音),傅凤德,傅匡秀,傅燮阳(摄于陕西城固新街18号,1945-10-03)。



全家福,前部:冯小健(站立的小男孩),傅种孙,黄素君,赵幼妹(站立的小女孩);后部:程勉,傅平秀,傅燮阳,赵铁元,冯小宁,傅安秀,冯雨荪,赵小妹,傅凤德,赵桢,赵铜元,景岩,傅章秀,傅匡秀(摄于北京,1956-10-01)。



和北师大数学系 1957 届学生合影。前排坐者（左起）：朱鼎勋、傅种孙、徐特立、范会国。



傅种孙教授向北师大 1948 届学生发表演讲（德朋楼前）。

傅种孙 冯姓直博会表不悼唁 冯姓直博会表不悼唁
 北京师范大学学理法宫1路
 PEKING NORMAL UNIVERSITY PEKING CHINA 不知可用否

毛主席：

贵因冯孟林教授去世甚深哀，四窗英同志到校修建
 主席悼念之意，仰见故葛忱殷，昌胜敬佩！除校拟四
 项办法（医药殓葬之费准校间支，薪水发至学年终了，子女
 介绍到免费学校，爱人介绍工作，已呈部候批外，又由
 我校共九三学社及中国数学会共同追悼会。并附上追悼会
 启事一纸。筹备会同人意欲请主席赐一联或手书依
 吊悼笔墨。此意步已面托田同志转陈，想蒙命允也。

又

中国数学杂志

创刊号出版在即，中国数学会同人欲请主席就
 笔题此六字，以光篇幅。事关人民学术，想上
 人民领袖所乐为也。敢以为请。

谨致 敬礼！

北京师范大学教授 傅种孙 1951.10.21.
 中国数学会书记处书记

傅种孙先生给毛泽东主席的信和毛主席的回信。

希希書賢弟如晤八月廿五日來書昨始得閱北洋茅校去我不之識其
 他人物我毫不知所聞北平蘭州兩師院近況批來書所言些我所揣
 測相若者幸信其我若賀然人似不大便且益為數學小
 之任所忌也尚祈諒之我已來劍橋旬日矣於牛津頗有舊地之
 思彥屏在牛津成績甚好我嘗以彥屏為改不常其需甚
 文敏多通信以學問互相勸勉彥屏以彼為不回信莫可如何我
 默察中國學術修數學一科成績最為外國雜誌中中國人移什
 往之有以牛津數學季刊言幾於每期均有我國詩彥屏
 果能於右種輕法保持研一之記錄則可以不愧五強之一矣
 以著作質量品評學界乃不易之法門設起者日多則無所作述
 於不高陞即退隱欲以資歷保障教席不易為之行文以通
 暢為第一義生詞澀句不宜用來書如「自行自實學」等屬「學
 皇言充字」讀者願尾人汝為微末不願如開域為雜口

傅种孙先生于1946年9月28日在英国写给赵慈庚先生的信的前半部分。

代序

学习傅种孙老师部分数学论著的点滴体会

傅种孙先生是我国著名的前辈数学家和数学教育家，生于1898年2月，祖籍江西省高安县，从20世纪20年代到60年代初，任北京师范大学教授、系主任、教务长、副校长等职，并参与中国数学会的创建及历届领导工作，于1962年病逝。其生平事绩及学术贡献在《中国现代数学家传》第一卷（程民德主编，江苏教育出版社，1994）及《中国科学技术专家传略》数学卷1（王元主编，河北教育出版社，1996）都有专文记述，在其他书刊中也有不少有关记载及论述。

傅先生是靠自学起家的。他在年轻时已有深厚的文史功底，并且在数学方面兼通中西，对于西方数学更是学识渊博，目光深远。除了在北师大研究和讲授多种高等数学科目（以及在校外兼课）之外，他特别重视国际数学界对于带有根本性的数学基础性问题的研究动向，并且从在北师大毕业之前就在自学和独立研究的基础上开始向国内介绍当时国外的有关发展。

在20世纪20年代前后，我国的数学水平相当落后，数学界出国留学的重要学者有不少位还没有回国，国内大学生们对于现代数学的认识很少。举一个例子，在京师大学堂1909年年假时的一份数学课考卷中，全部4道考题（都是文字题）只用正整数的加、减、乘、除就能解答（见郝平著《北京大学创办史实考源》第230页，北京大学出版



1

代
序



社，1998)。傅先生从深远的考虑出发，在1920年前后就已充分注意到当时国外很先进的在数理哲学、数理逻辑、几何基础等方面的研究，并向国内作了很多介绍。这不但在当时，就是在当代也应算是很先进的贡献。[注：这些方面也通称为对数学基础的研究。这里所谓的“基础”，并不是一般认为的“由浅入深，由初等数学到高等数学”那种学习心理上的起点。而是相反，是对高等数学的一种回溯式的反思性研究。其目的是在一定的哲学观点指引下，探寻在建立数学大厦时如何使其理论基础更牢固和方法更严密更多样。这可说是一种超乎通常数学之外却又贯穿于通常数学之中的“关于数学的数学”，又称为元数学（meta-mathematics）。]

傅先生在作这些介绍和研究工作时，并不是单纯地考虑数学本身，而是为了更好更多地培养我国现代化建设所需要的高素质知识分子。因而他还在大学教学之外，又把这些先进数学的精神渗透到他在北师大附中的教学和教材编写中，为国家培养了不少优秀人才。钱学森先生曾在近年回忆他在师大附中求学时听傅先生讲课的深刻印象，他深情地说：“听傅老师讲几何课，使我第一次懂得了什么是严谨科学。”（祁淑英、魏根发著《钱学森》第15页，花山文艺出版社，1997）还有不少位数学家也在他们的传记或论述中谈到在学生时代所受傅先生的教育或影响。

李仲来教授热心于业余研究我系历史，已于2002年主编出版了《北京师范大学数学系史》（北京师范大学出版社）。近年来又多方搜集研究傅种孙先生的著作及有关史料，准备为傅先生出版文集。笔者是傅先生晚期的学生，学识平庸，只因曾亲受傅先生教育的前贤们多已年高，故李教授要我为文，简介傅先生的学术业绩。我深感此任务重大，但又觉义不容辞，只得不得揣陋，遵嘱略述学习傅

先生的部分论著的点滴体会如下。

(一)

傅先生对我国数学界的重要贡献，除了他早在 1918～1919 年期间发表的数学史论文“大衍（求一术）”和关于数论、集合及数系理论的介绍性论文或译文之外，首先是对数理哲学和数理逻辑方面作了率先引进。

1920～1921 年，著名的英国哲学家罗素（B. Russell）来华讲学。罗素同时是著名的数理哲学家和数理逻辑早期发展的集大成者。他在华的讲学以纯哲学问题为主，只简单地介绍了数理逻辑。傅先生比当时接待罗素的赵元任、张申府等先生年轻几岁，刚刚大学毕业。但他却比赵、张诸先生在数学方面更进一步地作了向国内介绍罗素思想的下列具体工作。

傅先生早已重视数学基础及数理逻辑并熟悉罗素有关学说的情况，在罗素来华之际他翻译了罗素于 1919 年出版的 *Introduction to Mathematical Philosophy*（译名《罗素算理哲学》，商务印书馆，1922。翻译中由研究外国文学的张邦铭先生作了部分文字协助），在译本中傅先生还对原书内容作了不少注解和修改。另外，在译本正式出版前，傅先生在 1921 年发表了专文“罗素算理哲学入门书提要”，其中首先告诉读者罗素在数理哲学方面最重要的工作是与 A. N. Whitehead 合写的巨著 *Principia Mathematica*，然后又对《罗素算理哲学》作了概括介绍，并着重谈到研究数理哲学的重要意义。他说：“算学家……视为不成问题的问题，看了这本书，就知道那些界说及讨论外似简单而内实复杂。”这种重视数学基础的观点，从后来数学基础及数理逻辑研究的新发展来看，不但显示出其正确性，并且至今还是需要引起数学界更多注意的十分先进的观点。例如在近几十年来，不少数学家们发现，有越来越多的数学难题



可以借助于数理逻辑方法来解决，或是由数理逻辑的研究提供加用新公理的思路。[注：对于这类数学问题，笔者曾在《独立于 ZFC 的数学问题》（与杨守廉合写，北京师范大学出版社，1992）、《数理逻辑与范畴论应用》（与孟晓青合写，北京师范大学出版社，1999）以及其他一些书文中作过具体的举例介绍。]

此外，傅先生还在 1920 年发表的论文“什么是数学”中评论国际上一些有关数学定义的说法，并以推崇的口吻介绍了罗素的如下说法。

“数学是一门科学，里面讨论的对象没有指定，到底说什么是真也不知道。”[注：罗素原话为“Mathematics is the science in which we never know what we are talking about, nor whether what we say is true.”这在当时似乎是一种使人们或能会意或感茫然的相当超前且带点幽默性的说法。]

对此，傅先生在上文中说：“这个定义看起来似乎怪诞，其实意义很深远很宏大，确实可以代表近世数学的精义。”傅先生所说的“精义”，正是指近代数学的公理化、抽象化这一重大特征。

后来，傅先生又在其专著《几何基础研究》中，结合着对公理方法的详尽讲解，引述了罗素的这一说法，并引用了罗素的数理逻辑概念及符号。傅先生在此书中也形象地说，对于公理化数学，在学习时要“尽弃所学而学焉”。这是为了使初学者避免把公理的推论与公理事例的特有性质混淆起来。

（二）

傅先生对我国数学界的另一重要贡献，是对于几何基础的引进和研究，以及对公理化方法的系统而详细的介绍。

为了介绍欧氏几何基础，傅先生首先在 1921~1922 年



发表了一篇介绍非欧几何的长篇译文“非欧几里得几何”（北京高师《数理杂志》，1921~1922），借以使读者了解研究几何基础的重要性，然后又发表了长文“几何学之基础”（同上刊，1922）。此文结合着 O. Veblen 的欧氏几何公理体系并参照他人的有关研究，介绍了当时国外的一种几何基础学说。文章精当扼要，并注意对照读者较了解的欧氏《几何原本》。

随后，傅先生又翻译出版了 D. Hilbert 的另一种讲法的几何基础著作（中译名《几何原理》，商务印书馆，1924，翻译工作由韩桂丛先生协助），这是数学界公认的几何基础名著。例如，在陈家鼎先生近年所译的 1962 年德国柏林美辖区的一份广播稿中还说：“最足以代表公理化和抽象化观点的莫过于希尔伯特在世纪之交写的《几何基础》。这本书成了这一领域内所有继之而来的科研工作的指路标。”（《数学通报》1999 年第 10 期第 38 页）

傅先生在这方面最重要的工作是他的专著《几何基础研究》。这是傅先生在上述诸引进性工作之后，又经过深入而系统的独立研究，从 1926 年起结合历年在北师大讲授几何基础课程，整理自己的观点和成果写出的专著式讲义。在此书中，首先系统地、完整地介绍了公理化方法，说理透彻且富有哲学意味。然后以 Veblen 的欧氏几何公理体系为纲领，严密细致地给出一些定义和推演出一系列命题，直到能较容易地与常见的欧几里得诸基本命题接轨。此书的一个重要特点是结合运用数理逻辑观点，在逻辑推理方面严密而细致，并且对 Veblen 等前人的工作作了不少改进和对比。此书的另一突出特点是在证明公理组的和谐性及独立性方面给出了大量的数学模型实例，使读者开阔眼界。因而，单纯从公理方法的观点看，此书也是既深刻精辟又丰富多彩的。这在至今各种现代化数学书中也是罕见的。





笔者认为，若拿此书与 Hilbert 的前述名著相比，除了公理系统不同之外，在讲解彻底、推演细致、例证丰富方面也是有过之而无不及的。此书原名《初等数学研究》，于 1930 年前后在北师大校内分上、下两册非正式铅印出版。后来在 2001 年又由北京师范大学出版社重新正式出版，并根据专著内容正名为《几何基础研究》。在重新出版时，由美国纽约市立大学研究生中心 J. W. Dauben 教授及中国科学院自然科学史研究所刘钝所长合写了重要序言，建议读者参看。另外也由笔者对此书内容作了一些学习体会式的介绍，列为“序 2”。

在撰写此书的过程中，傅先生还彻底解决了欧氏几何中当时还很受注意但尚无完全解答的 Malfatti 问题，并将其详证写在此专著中（见第 225~260 页）。后来，傅先生又将此解答在 1936 年的中国数学会（前期）第二次年会上宣读。

（三）

傅先生最早发表的论文，是 1918 年在数学史方面的“大衍（求一术）”。此文旨在用西洋数学概念及符号重新解释和宣扬我国古代已有的重要数学成果。他在文中说：“余悼国学不彰，而西学专美。窃欲一一表而彰之，以谒同好。”[注：看来傅先生在这方面原准备写一系列论文。后来大概因忙于他务而未实现。]此文在我国数学史界很受重视。在近年发表的由赵慈庚、魏庚人、白尚恕、赵得春诸先生合写的两篇傅先生传记中，都认为此文是用近代数学研究中国古算的创举。在吴文俊先生主编的巨著《中国数学史大系》（北京师范大学出版社，1998）中，也说是傅先生“最先用现代数学语言阐述大衍术”（见该书第 5 卷第 499 页，此卷由沈康身先生主编）。

1991 年，傅章秀先生在一文中提到，前辈中算史专家李俨先生曾不无自谦地说过，他是在傅先生这篇文章的影