

初中数学 选择题思考方法与训练

李根水

江苏教育出版社

初中数学选择题思考方法与训练

李根水 编写

江苏教育出版社出版

江苏省新华书店发行 淮阴新华印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米 1/32 印张 7.75 字数 195,000

1986年6月第1版 1986年6月第1次印刷

印数 1-26,450 册

书号: 7351·306 定价: 0.99 元

责任编辑 王建军

目 录

一、选择题的类型和解法	(1)
§ 1 选择题的特点、结构和类型	(1)
§ 2 解答选择题的常用方法	(7)
二、练习题与自我检查题	(29)
§ 1 代数部分	(29)
(一) 一年级	(29)
1.有理数(29) 2.整式的加减(33) 3.一元一次方程(37)	
4.一元一次不等式(41) 5.二元一次方程组(44)	
6.整式的乘除(47) 7.因式分解(50) 8.分式(54)	
自我检查题	(60)
(二) 二年级	(64)
9.数的开方(64) 10.二次根式(66) 11.一元二次方程(69)	
12.指数(74)	
自我检查题	(77)
(三) 三年级	(80)
13.常用对数(80) 14.函数及其图象(85) 15.解三角形(91)	
16.统计初步(94)	
自我检查题	(95)
§ 2 几何部分	(100)
(一) 二年级	(100)
1.基本概念(100) 2.相交线、平行线(102) 3.三角形(105)	

4. 四边形(112) 5. 多边形的面积、勾股定理(116)	
自我检查题.....	(121)
(二) 三年级.....	126
6. 相似形(126) 7. 圆(132) 8. 视图*(152)	
自我检查题.....	(152)
§3 综合部分.....	(158)
附录: 答案与提示.....	(178)

一、选择题的类型和解法

§ 1 选择题的特点、结构和类型

1. 什么叫选择题？选择题的特点

什么样的题目叫做选择题？在这里先举两个例子。

例1 以年份数字为题材，可以设计这样一道趣味题：

$$\begin{array}{r} 1986 \\ 1985 \end{array} + \begin{array}{r} 1987 \\ 1986 \end{array}$$
 的值的个位数字是……………()
(A) 0； (B) 1； (C) 5； (D) 6。

分析 容易发现 $\begin{array}{r} 1986 \\ 1985 \end{array}$ 的值的个位数字是 5，

$\begin{array}{r} 1987 \\ 1986 \end{array}$ 的值的个位数字是 6，所以本题的答案应选 (B)。

例2 驰名中外的数学大师华罗庚先生，在他的《统筹方法平话及补充(修订本)》一书的引子中，设计了一道趣味题：

想泡茶喝。当时的情况是：开水没有。开水壶要洗，茶壶、茶杯要洗；火已升了，茶叶也有了，怎么办？

办法甲：洗好开水壶，灌上凉水，放在火上，在等待水开的时候，洗茶壶、洗茶杯、拿茶叶，等水开了，泡茶喝。

办法乙：先做好一些准备工作，洗开水壶，洗茶杯，拿茶叶，一切就绪，灌水烧水，坐待水开了泡茶喝。

办法丙：洗净开水壶，灌上凉水，放在火上，坐待水

开，开了之后急急忙忙找茶叶，洗壶杯，泡茶喝。

哪一种办法省时间？分析一下，很容易得出第一种办法好，因为后两种办法都“窝了工”。

华先生根据一些数据，画了一张统筹图，由图算出办法甲总共要16分钟，而办法乙、丙需要20分钟。这就获得了理论上的证明。

上述两例都是在给出了一定的条件和几个结论后，要你从中选择出正确的结论或者最佳的结论。象这类题目，我们通常叫做**选择题**。容易看出，选择题的一个明显特点是：探求的结论已给出，只要求答题者迅速地作出正确的判断。根据这个特点，在解答要求上，选择题与计算题、选择题与证明题都有明显的区别。也就是说，解答选择题时不必在卷面上写出演算或逻辑推理过程，对于否定的结论可采用特殊的方法剔除。

2. 选择题的结构、作用

选择题的结构一般分为条件和结论两个部分。在条件中的对象叫做**题干**，在结论中的几个对象叫做**选择项**，其中不正确的对象叫做**干扰项**。如，例1中选择项共有四个结论，其中干扰项有三个结论。

以往的考试形式一般都采用论述式试题，如计算、化简、证明、作图和讨论等。人们发现这种考试手段有许多弊病。首先，因为考试时间有限，要想在这短时间内，利用几个试题达到全面检验、了解考生掌握各种知识和各种技能的情况，是很困难的；其次是评分标准不客观，受阅卷人的主观因素影响。由于这些原因，人们早就在研究一种比较全面、

科学、公平的考试(测验)形式和评分方法,而选择题正弥补了以往考试中的某些不足之处。

利用选择题形式的考试手段,容易考查所有的教学内容、基础知识和基本技能;也便于用它来纠正学生易犯的错误,为教学提供反馈,改进教学,学生通过选择题的训练,利于加强基础知识和基本技能,利于发展思维的灵活性,提高迅速正确的判断能力和辨析能力。由于选择题的解答,要求学生能迅速而准确地作出判断。而这种能力,无论是在数学学习中,还是置身于科学技术飞速发展、信息瞬息万变的时代,无疑都是十分必要的。因此,选择题是一种有利于促进学生思维,有利于检查学生辨别、理解及判断能力的比较理想的命题形式。总之,由于选择题具有:题目较小,检查面宽,解法灵活,答卷简单,评分客观,批阅方便,还可应用电子计算机来进行阅卷评分等优点。因此,近年来,在各地的高中入学考试和初中数学竞赛中,经常把选择题作为一类命题形式,而且随着我国的高校招生考试改革的方向也正在逐步趋于标准化,选择题这一命题形式必将得到更为广泛的应用。

3. 选择题的类型

从题目的性质来说,选择题一般可分为三种类型:

(1) **定量型** 要求从题目的条件,数学中的公式、定理、法则等来确定某些数学元素的数量关系。此类选择题偏重于计算和验证,

(2) **定性型** 要求从题目的条件,数学中的定义、定理、某种性质或关系等来判定所考察的数学元素是否具有的性质

或关系。此类选择题偏重于概念辨析、推理判断与空间想象；

(3) **混合型** 定量与定性都有要求，此类选择题常要用到多方面的数学知识。

从题目的形式来说，常见的选择题可分为三种类型：

(1) **是非题** 这类题目实际上是从“是与非两项中选出一项”的二项选择题，或者说是从“正确与错误两项中选出一项”的二项选择题，在语法上由一个未写明的一般疑问句和一个写明的判断句作答句构成。

例3 下列说法是否正确，正确的在括号内填“√”，错误的填“×”：

- (1) 25的平方根是5. ()
- (2) 非负数就是正数. ()
- (3) 能被2除尽的数是偶数. ()
- (4) 任意两个有理数之间必定存在有理数. ()
- (5) 对于任意实数 a ，都有 $a^2 > a$ ()
- (6) 如果 $a^x > a^y$ ，那么 $x > y$ ()
- (7) $\lg x^2$ 可以等于 $2 \lg (-x)$ ()
- (8) 正方形既是菱形又是矩形. ()
- (9) 两个等腰三角形相似. ()
- (10) 直角三角形中， 30° 角所对的直角边等于斜边上的中线. ()
- (11) 对应边成比例的两个多边形是相似形. ()
- (12) 弦等弦心距相等. ()
- (13) 同旁内角可以互余. ()
- (14) 过圆上一点且与半径垂直的直线是圆在这一点

切线.....()

用是非题便于考查学生对数学概念和性质的理解，学生答题也比较简单。在例1中，(4)、(7)、(8)、(10)、(13)是正确的，其余都是错误的。

在解答是非题时，应该联想有关的数学概念和性质，细心推敲，周密思考。通过这类题目的练习，可以提高有关数学概念和性质的辨析能力与判断能力。

(2) **配对题** 这类题目给出了几个条件和几个结论，要将其中某个条件正确地与某个结论搭配成一个正确的命题。

例4 已知方程组：

$$(1) \begin{cases} 2x - y = 6, \\ x + y = 3; \end{cases} \dots\dots\dots ()$$

$$(2) \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 12, \\ x + y = 3; \end{cases} \dots\dots\dots ()$$

$$(3) \begin{cases} 3x + 2y = \frac{1}{2}, \\ 6x + 4y = 1; \end{cases} \dots\dots\dots ()$$

$$(4) \begin{cases} x + y = 2, \\ x^2 + xy + y^2 = 5; \end{cases} \dots\dots\dots ()$$

方程组解的情况：

(A) 无解；(B) 一组解；(C) 两组解；(D) 无数组解。

用配对题便于考查学生某一部分基础知识之间的联系与区别，在解答此类题目时，应该看清题目的要求，明确根据什么配对，联想有关的基础知识，重视同类对象的结构和性

质上的区别，周密分析，作出配对选择。例2的解答比较简单，容易得出(1)(B)，(2)(A)，(3)(D)，(4)(C)。

(3) **多项选择题** 多项选择题是配对题的特例，也就是说，多项选择题的题干只有一个对象，选择项通常有三个、四个或五个对象，其中至少有一个是要选的正确对象。正确的对象是否唯一，必须在指令性语言中说清楚，即解答要求。在考题中一般还要规定计分方法。

多项选择题有两种基本题型：

- ① 正误式。如，例1；
- ② 最佳式。如，例2。

正误结论与最佳结论混在一起的多项选择题，我们叫做混合式选择题。

如果给出的选择题，其解答要求中指出“正确的结论至少有一个”，那么我们要将选择项中的每个结论都周密思考，选出所有正确的结论。

例5 如图1-1，正方形 $ABCD$ 内， $\angle EAF = 45^\circ$ ，且 $\angle EAC = \angle FAC$ ， AE 、 AF 分别交 BC 、 CD 于 E 、 F ，且 EP 、 FQ 分别垂直 AC 于 P 、 Q ，则下面正确的是……()

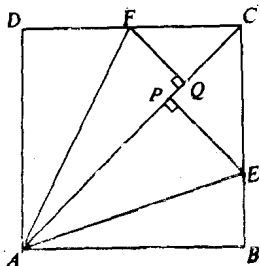


图 1-1

- (A) A 、 B 、 E 、 P 四点共圆；
- (B) $\triangle ABP$ 与 $\triangle AQD$ 不相似；
- (C) $AB^2 = AP \cdot AQ$ ；
- (D) 过 B 、 P 、 Q 三点的圆的圆心必定在 BC 边上。

思考方法 由已知得:

$A、B、E、P$ 四点共圆
 $A、Q、F、D$ 四点共圆

$\} \Rightarrow \triangle ABP \sim \triangle AQD$

$\Rightarrow AB^2 = AP \cdot AQ \Rightarrow$ 过 $B、P、Q$ 三点的圆的圆心必在 BC 边上.

$\therefore$ 正确的结论是 $(A)、(C)、(D)$.

如果例5题目不改变,而解答要求改为:

“则下面不正确的是……………()”

此类形式的选择题有时也会遇到.显然例5在解答要求改变后,应选 (B) .

从能力上的要求来说,用多项选择题比用是非题更为优越.学生通过这类选择题的训练,容易发现自己在所学知识和技能上的缺陷,利于提高思维能力,辨析能力和判断能力.

§2 解答选择题的常用方法

解答选择题不同于解答论述题,应该根据选择题的特点和解答要求,多观察、勤思考,善于联想和类比,才能迅速地作出正确的判断.如果不善于利用选择题的特点解题,而随便猜答案,或当作常规题来解,解题不得法,往往会浪费时间.

解答选择题的方法有多种,下面我们以“结论中有且只有一个正确”这类多项选择题为例,介绍解答选择题的几种常用方法.

1. 直接法

直接从条件出发,运用定义、定理、公式、性质等进行推理,得出某一个正确的结论,再与所给的结论核对,这种判断方法叫做**直接法**。

例1 下列说法正确的是.....()

- (A) $|x|$ 的相反数是 $-x$;
- (B) $|-x|$ 是正数;
- (C) 非负数的和是非负数;
- (D) 小数都是有理数;
- (E) 自然数可以分为质数和合数两大类。

思考方法 直接从有关数的概念出发,正确的答案应选 (C)。

例2 设方程 $x^2 + kx - 2 = 0$ 的两根的平方和是 5, 则 k 的值等于.....()

- (A) -1 ; (B) 0 ; (C) 1 ; (D) 2 ;
- (E) 不同于(A)~(D)的值。

思考方法 直接利用韦达定理,恒等变形,进行推理。

设方程 $x^2 + kx - 2 = 0$ 的两根为 x_1, x_2 。

由韦达定理,得 $x_1 + x_2 = -k$,

$$x_1 \cdot x_2 = -2。$$

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = k^2 + 4 = 5。$$

解得 $k = \pm 1$ 。

$\therefore$ 正确的答案应选 (E)。

例3 设 a, b, c 是三角形的三条边, 则函数

$y = a^2x^2 + (a^2 + b^2 - c^2)x + b^2$ 的图象与 x 轴的位置关系

是.....()

(A) 相离; (B) 相切; (C) 相交; (D) 无法确定.

思考方法 利用判别式确定其位置关系.

$$\begin{aligned}\Delta &= (a^2 + b^2 - c^2)^2 - 4a^2b^2 \\ &= (a^2 + b^2 - c^2 + 2ab)(a^2 + b^2 - c^2 - 2ab) \\ &= [(a+b)^2 - c^2][(a-b)^2 - c^2] \\ &= (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c) \\ \therefore a+b+c > 0, a+b-c > 0, a-b+c > 0, \\ a-b-c < 0.\end{aligned}$$

由此得 $\Delta < 0$.

即此函数的图象与 w 轴相离. 所以应选 (A).

例4 在钝角三角形 ABC 中, $AM = MB$, $MD \perp BC$, $EC \perp BC$, 若 $\triangle ABC$ 的面积是 24, 则 $\triangle BED$ 的面积是... ()

- (A) 9; (B) 12;
(C) 15; (D) 18;
(E) 不唯一确定.

思考方法 连 CM , 利用 $\triangle AMC$ 和 $\triangle BMC$ 等积, 得 $\triangle BMC$ 的面积为 12, 再利用 $\triangle DME$ 和 $\triangle DMC$ 等积, 得 $\triangle BED$ 的面积是 12, 所以应选 (B)

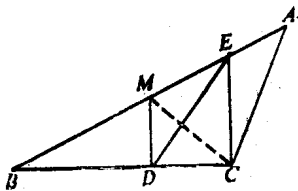


图 1-2

例5 正三角形 ABC 的高等于圆 O 的半径, 圆 O 在 AB 上滚动, 切点为 T , 圆 O 交 AC 、 BC 于 M 、 N , 则 $\widehat{MTN}$ 的度数 θ ()

- (A) 在 0° 到 30° 变化; (B) 在 30° 到 60° 变化;
(C) 在 60° 到 90° 变化; (D) 保持 60° 不变;

(E) 保持 30° 不变.

思考方法 借助于图形, 充分利用 $\angle ACB = 60^\circ$, 及轴对称知识, 探求 $\widehat{MTN}$ 的度数变化情况.

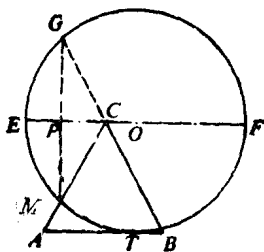


图 1-3

解 如图 1-3, 延长 BC 到 G 与圆 O 交于 G , 过 C 、 O 作圆 O 的直径 EF 与圆 O 交于 E 、 F . 连 MG 与 EF 相交于 P .

由已知可得 $EF \parallel AB$,
 $\angle PCM = \angle A = 60^\circ$,
 $\angle PCG = \angle B = 60^\circ$,

$\therefore \angle PCM = \angle PCG$
 $= 60^\circ$.

由于 EF 是圆的直径, 根据轴对称知识可得

$PG = PM$, $CM = CG$, 从而可得 $\angle BGM = 30^\circ$.

即 $\widehat{MTN}$ 的度数 n 是 60° . 应选答案 (D).

例6 下面四个图形中, 哪一个面积最大? ()

(A) $\triangle ABC$; $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $AC = \sqrt{2}$;

(B) 梯形: 两对角线长度分别为 $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{3}$, 夹角为 75° ,

(C) 圆, 半径为 1;

(D) 正方形: 对角线的长度是 2.5.

思考方法 直接计算再作比较, 从而选择 (C)

此例在计算三角形面积时, 需要求出夹 60° 角的另一边, 因此用到了正弦定理 直接计算三角形面积、梯形面积、圆面积和正方形面积后 比较大小时又用到了 $\sin 75^\circ < 1$ 的

结论。题目并不难，但用到的知识面较宽。

由上可知，直接法解答选择题从条件到结论直接推理，这与常规题的解法相同，要求推理正确，方向明确。

2. 筛选法

对于明显错误的结论，可通过“筛选”剔除，来缩小选择范围。如果剔除其它结论后只剩下一个结论，那么，根据题目给出“有且只有一个结论是正确的”这个信息，我们就可确定剩下的那个结论是正确的。这种判断方法叫做筛选法。

例1 介于 $\sqrt{5}$ 与 $\sqrt{6}$ 的一个有理数是……………()

- (A) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{6}}{2}$; (B) $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{6}}{2}$; (C) 2;
(D) 3; (E) 2.3.

思考方法1 直接法选 (E)。

思考方法2 筛选法选 (E)。

$\therefore \frac{\sqrt{5} + \sqrt{6}}{2}$ 与 $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{6}}{2}$ 是无理数，

$\therefore$ (A)、(B)被剔除。

又 $\because 2 < \sqrt{5}$, $3 > \sqrt{6}$,

$\therefore$ (C)、(D)也被剔除，唯有(E)对，应选(E)。

例2 设 $x > 0$, $y > 0$, 且

$$2 \lg(x - 2y) = \lg x + \lg y,$$

则 $x : y$ 的值等于……………()

- (A) 4; (B) 1; (C) 1或4; (D) $\frac{1}{4}$.

思考方法1 (直接法)

由已知等式，得 $(x - 2y)^2 = xy$,

$$x^2 - 5xy + 4y^2 = 0.$$

解得 $x = 4y$ 或 $x = y$.

而当 $x = y$ 时, $\lg(x - 2y) = \lg(-y)$, 因为 $y > 0$, 所以 $\lg(-y)$ 无意义, 应把 $x = y$ 舍去.

由 $x = 4y$, 得 $x : y = 4$, 正确答案(A).

思考方法 2 (筛选法)

当 $x : y$ 等于 1 或 $\frac{1}{4}$ 时, $\lg(x - 2y)$ 均无意义, 所以(B)、(C)、(D)均不适合. 根据题目给出“有且只有一个结论正确”这个信息, 因此唯有(A)正确, 应选(A).

例3 在同一个直角坐标平面内画出:

一次函数 $y = ax + b$ 的图象①,

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象②,

那么正确的图象是……………()

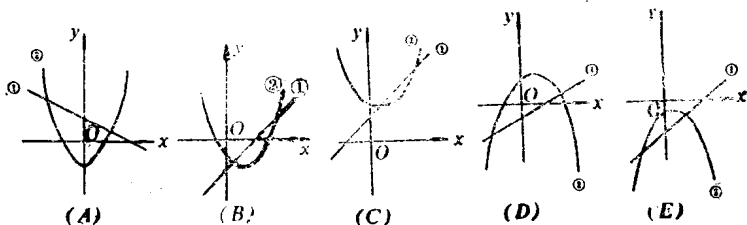


图 1-4

思考方法 因为 a 是直线的斜率, 又决定抛物线的开口方向, 所以(A)、(D)、(E)可以剔除.

又因为抛物线的顶点横坐标是 $-\frac{b}{2a}$, b 是直线在 y 轴

上的截距,所以(C)又被剔除。从而唯有(B)对,应选(B)。

例4 如果一个凸 n 边形 F ($n \geq 4$)的所有对角线都相等,那么 F 是……………()

- (A) 四边形; (B) 五边形; (C) 四边形或五边形;
(D) 边相等的多边形或内角相等的多边形。

思考方法 直接由条件推出结论是十分困难的。可选用筛选法。

由正五边形的对角线相等可知(A)不对;由矩形对角线相等可知(B)不对;再由等腰梯形对角线相等可知(D)不对。剔除了(A)、(B)、(D)后,唯有(C)对,应选(C)。

上面例1、2、3是剔除不相容的结论,例4是找特例以剔除不正确的结论,这是筛选法中常用的思考方法。

3. 特例法

当选择的对象对于普遍情况都成立时,我们可用取特殊值或特殊图形进行检验,这种方法叫做**特例法**。

例1 设 n 是整数,则 $n(n+1)$ 是……………()
(A) 零; (B) 偶数; (C) 奇数;
(D) 是偶数但不为零。

思考方法1 (直接法) 利用整数的性质,连续两个整数的乘积必是2的倍数,即是偶数,应选(B)。

思考方法2 (特例法)

取 $n=1$, $n(n+1)=2$, 从而否定(A)、(C);

取 $n=0$, $n(n+1)=0$, 从而否定(D)。

$\therefore$ 应选(B)。

例2 化简: $2^{-(2k+1)} - 2^{-(2k-1)} + 2^{-2k}$ 等于……………()