职工业余中等学校高中课本

于长盈 吴明祥编

数学题解

(二)

辽宁科学技术出版社

职工业余中等学校高中课本

数 学 题 解

第 二 册

于长盈　吴明祥 编

辽宁科学技术出版社

一九八四年·沈阳

职工业余中等学校高中课本

数 学 题 解

Shuxue Tijie

第二册

于长盈 吴明祥 编

辽宁科学技术出版社出版 （沈阳市南京街6段1里2号）
辽宁省新华书店发行 朝阳六六七厂印刷

开本：787×1092 1/32 印张：10 1/2 字数：235,000
1984年9月第1版 1984年9月第1次印刷

责任编辑：王静一 周广东 责任校对：王 莉
封面设计：秀 中

印数：1—171,000

统一书号：7288·40 定价：1.10元

说　明

本书是按照教育部委托上海市教育局修改编写的《职工业余中等学校高中课本》的习题（上海教育出版社1983年版）编写的习题解答。这套书包括《数学题解》两本，《物理题解》一本，《化学题解》一本，共四本。主要供职工业余中等学校的学员和广大在职青年阅读，也可供全日制高中学生和教师参考。

为了适应职工读者学习，本书力求通俗易懂，解题比较详细，便于自学。编写这套书的目的，是为了帮助职工掌握解题的分析方法和思考途径，提高运算技巧，加深对基础知识的理解。

目　　录

第3章 空间图形

一 平 面

习题一 〔第7页〕

1. 填空：

（1）______ 的三点确定一个平面；

（2）两条____或 ___的直线确定一个平面；

（3）有一个公共点的两个平面相交于通过__点的一条直线。

答：（1）不在同一直线上的三点确定一个平面。

（2）两条平行或相交的直线确定一个平面。

（3）有一个公共点的两个平面相交于通过这点的一条直线。

2. 用符号表示下列关系：

（1）点A在直线l上，直线l在平面α内；

（2）点A、B在直线l上，A、B在平面α内；

（3）点A、B在直线l上，点C不在直线l上；

（4）直线a和直线b相交于平面α内一点M。

答：（1）$A\in l$，$l\subset \alpha$。

（2）$A\in l$，$B\in l$，$A\in \alpha$，$B\in \alpha$。

（3）$A\in l$，$B\in l$，$C\notin l$。

（4）$a\cap b=M$，$M\in a$。

3. 经过一条直线能画几个平面？怎样的两条直线才能确定一个平面？

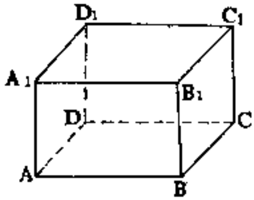
答：经过一条直线能画无数个平面．两条相交直线可以确定一个平面．两条平行直线可以确定一个平面．

4. 木工锯板时，为什么要在树干的两侧画两条平行线，沿线锯板才能使板面平整？

答：因为两条平行直线可以确定一个平面，这样沿线锯板才能使板面在过两条平行线所在的平面内，这样的板面一定平整．

5. 如图所示的长方体，分别用两个大写的字母表示上下前后左右六个平面．

答：平面A_1C_1，平面BD，平面A_1B，平面C_1D，平面A_1D，平面B_1C分别表示上下前后左右六个平面．



（第5题）

6. 三角形一定是平面图形吗？为什么？

答：三角形一定是平面图形．因为不在同一直线上的三个点可以作一个平面，并且只能作一个平面，过每两点作直线都在这个平面内，所以三角形一定是平面图形．

7. 四条线段依次首尾相接，所得的封闭图形一定是平面图形吗？为什么？

答：不一定．因为不在同一直线上的三个点可以确定一个平面，四条线段依次相接，所得的封闭图形一定是四边形，有四个顶点，第四个顶点不一定落在前三个顶点所确定的平面内，如果恰好落在平面内，就得到一个平面内的四边

形，如果不在前三个顶点所确定的平面内，就得到一个空间四边形。

8．过已知直线外一点，向这条直线上的三定点分别连结三条线段，证明这三条线段在同一平面内。

已知：直线 l 及线外一点A，B、C、$D\in l$，直线 $l\subset$ 平面M，$A\in$ 平面M。

求证：线段AB、AC、$AD\subset$平面M。

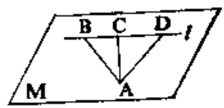
证明：$\because$ B、C、$D\in l$，$l\subset$平面M，

$\therefore$ B、C、$D\in$ 平面M；

又$\because$ $A\in$平面M，

$\therefore$ 过A、B两点的线段AB一定在平面M内（公理1）．

同理，线段AC、AD一定在平面M内．



（第8题）

9．有一条直线和两条平行线相交，另一条直线也和这两条平行线相交，证明这四条直线在同一个平面内．

已知：$a\parallel b$，$m\cap a=A$，$m\cap b=B$，

$n\cap a=C$，$n\cap b=D$．

求证：a、b、m、n 直线在同一平面内．

证明：$\because$ $a\parallel b$，

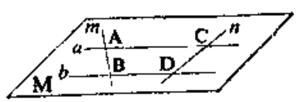
$\therefore$ a、b确定一个平面M（推论3）；

又$\because$ $m\cap a=A$，$m\cap b=B$，

$\therefore$ $A\in a$，$B\in b$，A、$B\in m$，

A、$B\in$平面M；

$\because$ 直线m上两点A、B在平面M内，



（第9题）

∴　直线m也在平面M内（公理1）。

同理，直线n也在平面M内。

∴　a、b、m、n这四条直线在同一个平面M内。

10．两两相交且不过同一个点的三条直线必在同一个平面内。

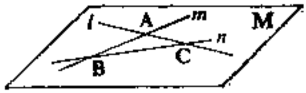
已知：$m\cap l=A$，$m\cap n=B$，$n\cap l=C$。

求证：m、n、l在同一个平面M内。

证明：∵　$m\cap l=A$，

∴　m、l确定一个平面M（推论2）；

又∵　$m\cap n=B$，$n\cap l=C$，



（第10题）

∴　$B\in m$，$C\in l$，B、$C\in n$；

B、$C\in$平面M，

∵　直线n上B、C两点在平面M内，

∴　直线$n\subset$平面M（公理1）；

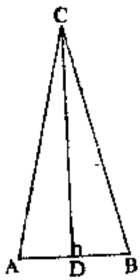
∴　m、n、l在同一个平面M内。

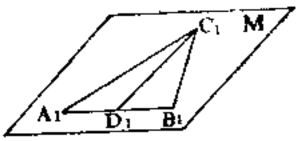
11．画出下列图形的直观图：

（1）底长为2cm、高为4cm的等腰三角形；

（2）长、宽分别为3cm、2cm的矩形；

（3）边长为a的正六边形。





（第11题（1））

（1）画法：

①作等腰△ABC，底边 $AB=2\text{cm}$，高$DC=4\text{cm}$；

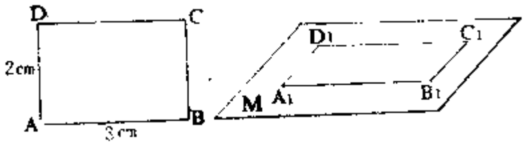
②在平面M内画水平线段A_1B_1，使$A_1B_1=AB=2\text{cm}$；

③取 A_1B_1 中点 D_1，作 $\angle B_1D_1C_1=45°$，并且取 $D_1C_1=\frac{1}{2}DC=2\text{cm}$；

④连结 A_1C_1、B_1C_1，则得底边为2cm、高为4cm 的等腰三角形的直观图△$A_1B_1C_1$。

（2）画法：

①作矩形$ABCD$，使$AB=3\text{cm}$，$BC=2\text{cm}$；



（第11题（2））

②在平面M内画一水平线段A_1B_1，使$A_1B_1=AB=3\text{cm}$；

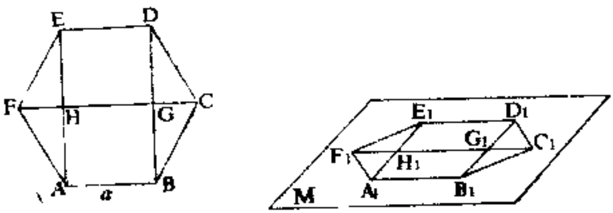
③作$\angle B_1A_1D_1=45°$，并且取$A_1D_1=\frac{1}{2}AD=1\text{cm}$；

④作$D_1C_1 \mathrel{/\!/} A_1B_1$，并且使$D_1C_1=A_1B_1$；

⑤连结 B_1C_1，则$A_1B_1C_1D_1$ 就是所要画的长、宽分别为3cm、2cm 的矩形的直观图。

（3）画法：

①作边长为 a 的正六边形 $ABCDEF$；



（第11题（3））

②连结FC、AE、BD，得交点H、G；

③在平面M内画水平线段F_1C_1，使$F_1C_1 = FC = 2a$；

④在F_1C_1上取$F_1H_1 = FH$，$C_1G_1 = CG$；

⑤作$\angle C_1H_1E_1 = \angle C_1G_1D_1 = 45°$，并且取$H_1E_1 = \frac{1}{2}HE$，$G_1D_1 = \frac{1}{2}GD$，在$E_1H_1$、$D_1G_1$反向延长线上取$H_1A_1 = \frac{1}{2}HA$，$G_1B_1 = \frac{1}{2}GB$；

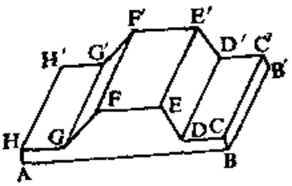
⑥连结A_1B_1、B_1C_1、C_1D_1、D_1E_1、E_1F_1、F_1A_1，则得到六边形$A_1B_1C_1D_1E_1F_1$就是所要画的边长为a的正六边形的直观图。

二　空间两条直线

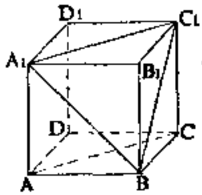
习题二　〔第11页〕

1．如图，在一块铸件上找出几对相交直线和异面直线。

答：相交直线：AH和HG，EF和EE'，$F'G'$和$G'G$等；异面直线：AH和GG'，EF和DD'，$F'G'$和CC'等。



（第1题）



（第2题）

2．如图所示的正方体中，下列每一对直线各是什么位置关系？如果它们不是平行直线，它们所成的角是多少度？

（1）AB和CC_1；（2）A_1A和BC_1；（3）A_1B和BC_1；
（4）A_1C_1和AC；（5）AC和A_1B。

答：（1）AB 和CC_1 是异面直线，所成的角为 $90°$；
（2）A_1A和BC_1是异面直线，所成的角为$45°$；
（3）A_1B和BC_1是相交直线，所成的角为$60°$；
（4）A_1C_1和AC 是平行直线；
（5）AC和A_1B是异面直线，所成的角为$60°$。

3．试证：顺次连结正方体$ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中A_1A、A_1B_1、D_1B_1、D_1A 这四条线段的中点所组成的四边形是平行四边形。

已知：在正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中，A_1A、A_1B_1、D_1B_1、D_1A的中点分别为E、F、G、H。

求证：四边形 $EFGH$为平行四边形。

证明：∵ F、G分别为A_1B_1、B_1D_1的中点，

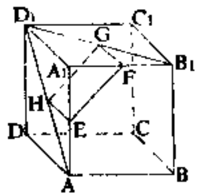
∴ $FG \underset{=}{\parallel} \frac{1}{2}A_1D_1$；

又∵ H、E分别为 AD_1、AA_1的中点，

∴ $HE \underset{=}{\parallel} \frac{1}{2}A_1D_1$；

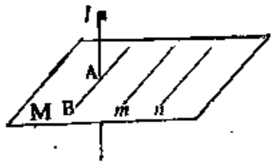
∴ $HE \underset{=}{\parallel} GF$；

∴ 四边形 $EFGH$为平行四边形。



（第 3 题）

4．求证：如果一条直线和两条平行线中的一条垂直（不一定相交），那么也和另一条垂直（不一定相交）。



（第 4 题）

已知：$m \parallel n$，$l \perp m$。

求证：$l \perp n$。

证明：∵ $m \parallel n$，∴ m、n确定一个平面M，

$l \perp m$，l交平面M于A点，

过A作$AB \parallel m$，

∴ $AB \parallel n$，则l与AB所成的角就是l与m、l与n所成的角，即l与m、n所成的角相等；

∵ $l \perp m$，∴ $l \perp AB$，即$l \perp n$。

三　空间直线和平面

习题三　〔第22页〕

1．（口答）如果一条直线和一个平面平行，这条直线就和这个平面内的所有直线都平行．对吗？为什么？

答：不对．因为一条直线和一个平面平行，它和经过这条直线的平面与这个平面交线平行，而平而内的所有直线，还包括与已知直线成异面直线的情况，所以这条直线就不能和这个平面内的所有直线平行。

2．（口答）如果一条直线和另一条直线平行，那么它就和经过另一条直线的任何平面都平行．对吗？为什么？

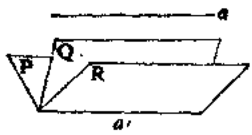
答：不对．因为经过另一条直线的平面可以有无数个，面这无数个平面中就包含过这两条平行线的平面，这时它就和这个平面有无数个公共点，这样它就不平行于过另一条直线的平面了。

3．直线a与若干个相交平面的交线a'平行，求证a与这些相交平面都平行．（a都不在平面P、Q、R内）

已知：平面P、Q、R都经过直线a'，且$a' \parallel a$，（a都不在

平面P、Q、R内)

求证：$a \parallel P$平面，$a \parallel Q$平面，$a \parallel R$平面。



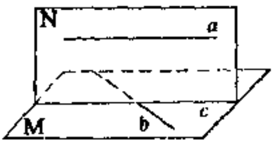
(第3题)

证明：∵ 平面P、Q、R都经过a'直线，

又∵ $a \parallel a'$，

∴ $a \parallel P$平面，$a \parallel Q$平面、$a \parallel R$平面。(直线和平面平行判定定理)

4. 如图，a和b是两条异面直线，平面M经过b并且和a平行，平面N经过a与平面M相交于直线c，求证b和c所成的角，就是异面直线a和b所成的角。



(第4题)

已知：a与b是异面直线，平面M经过b，平面N经过a，$M \cap N = c$，$a \parallel$平面M。

求证：b与c所成的角就是a与b所成的角。

证明：∵ $M \cap N = c$，$a \parallel$平面M，$a \subset$平面N，

∴ $a \parallel c$；

又∵ $b \subset$平面M，

∴ b与c所成的角，就是异面直线a与b所成的角。

5. DE是经过矩形$ABCD$的顶点D并且和DA、DC两边都垂直的线段，设$AB = 12$cm，$BC = 9$cm，$DE = 8$cm，求点E和点B间的距离。

已知：矩形$ABCD$，$DE \perp DC$，$DE \perp DA$，$AB = 12$cm，$BC = 9$cm，$DE = 8$cm。

求：$BE=?$

解：连结DB、EB，

∵ $DE\perp DC$，$DE\perp DA$，

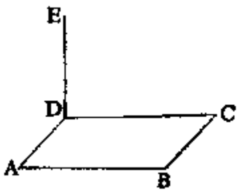
∴ $DE\perp$平面 AC；（直线和平面垂直判定定理）

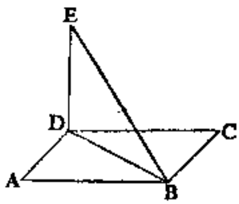
∴ $DE\perp DB$；

∵ $ABCD$为矩形，$AB=12\text{cm}$，$BC=9\text{cm}$，

∴ $DB=\sqrt{12^2+9^2}=15(\text{cm})$；

在直角三角形DEB中，$DE=8\text{cm}$，$DB=15\text{cm}$，





（第5题）

∴ $BE=\sqrt{DE^2+DB^2}=\sqrt{8^2+15^2}=17(\text{cm})$．

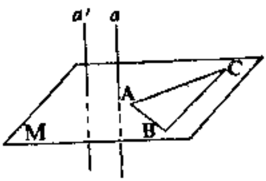
答：E、B间的距离为17cm。

6．$a\parallel a'$，直线a和$\triangle ABC$的两边AB、AC都垂直，求证$a'\perp BC$。

已知：$\triangle ABC$，$a\perp AB$，$a\perp AC$，且$a'\parallel a$。

求证：$a'\perp BC$。

证明：设$\triangle ABC$确定平面M，



（第6题）

∵ $a\perp AC$，$a\perp AB$，

∴ $a\perp$平面M；

又∵ $a' \parallel a$,

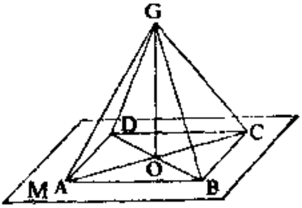
∴ $a' \perp$ 平面M，$BC \subset$ 平面M；

∴ $a' \perp BC$。

7．平行四边形$ABCD$的对角线交点为O，点G在平行四边形所在的平面外，且$GA=GC$，$GB=GD$，求证：GO垂直于平行四边形$ABCD$所在的平面。

已知：$\square ABCD$在平面M内，AC交BD于O点，$G \notin$ 平面M，且$GA=GC$，$GB=GD$。

求证：$GO \perp$ 平面M。



（第7题）

证明：∵ $\square ABCD$在平面M内，$G \notin$ 平面M，AC交BD于O点，

∴ $AO=CO$,

$BO=DO$；

在A、C、G所确定的平面内，

∵ $AO=CO$，$GA=GC$,

∴ $GO \perp AC$；

在B、D、G所确定的平面内，

∵ $BO=DO$，$GB=GD$,

∴ $GO \perp BD$；

又∵ $GO \perp AC$，$GO \perp BD$，AC与BD交于O点，

∴ GO垂直于AC与BD所确定的平面M。

∴ $GO \perp$ 平面M。

8．已知斜线长是它在平面α上射影的2倍，求斜线和平面α所成的角。

已知：斜线AB在平面α内的射影为BC，且$AB=2BC$。