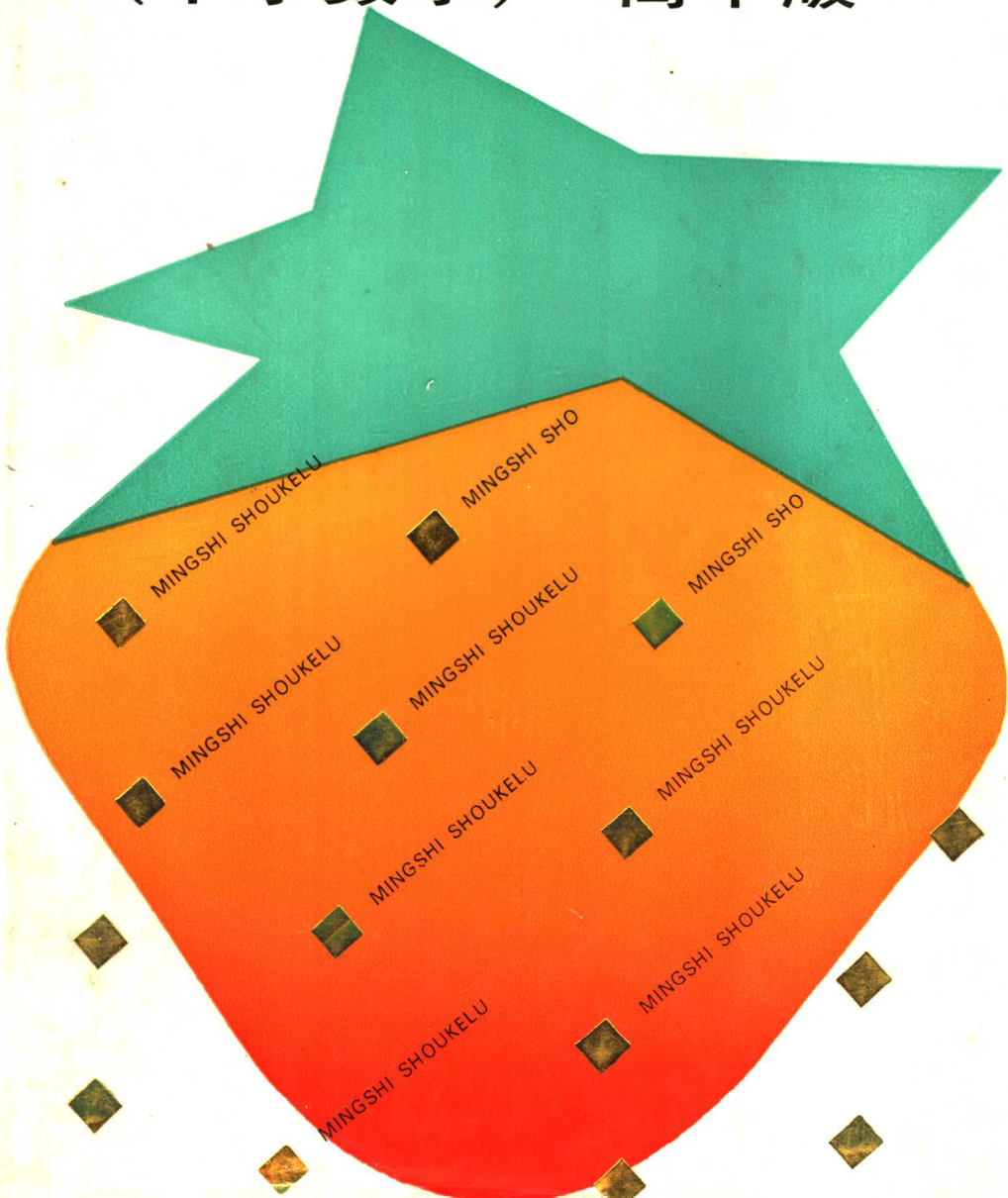


# 名师授课录

(中学数学) · 高中版

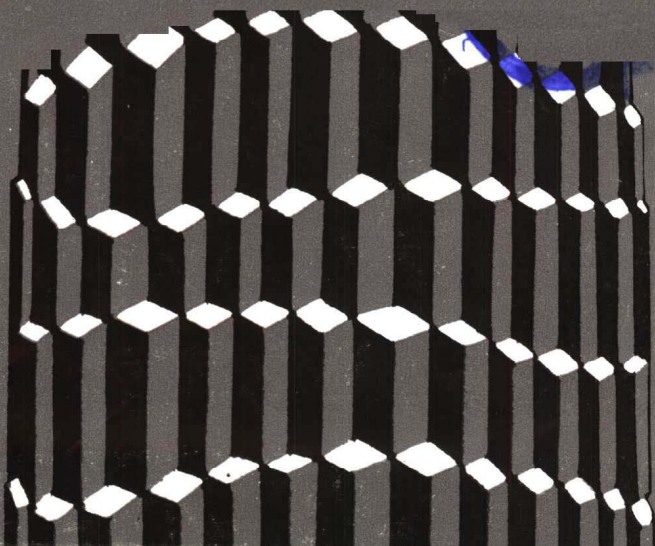


# 名師授課錄

(中学数学)·高中版

名师授课录(中学数学)编委会 编

上海教育出版社



责任编辑 李俊明  
王耀东  
封面设计 姜品珠

## 名师授课录

(中学数学)

高中版

《名师授课录》(中学数学)编委会编

上海教育出版社出版发行

(上海永福路 123 号)

各地新华书店经销 上海市印刷十二厂印刷

开本 850×1156 1/32 印张 16.75 插页 4 字数 410,000

1991 年 3 月第 1 版 1998 年 7 月第 7 次印刷

印数:20561 23580 本

ISBN 7-5320-1960-8/G·1900 定价:(精)25.00 元

## 序

数学教育是我国的一项传统的教育，早在春秋战国时代就有“六年(岁)教之教与方名”的记载，促进了我国古代数学的重大进步。

新中国成立以后，我国的数学教育得到很快的发展，一批又一批优秀的数学教师涌现出来，他们用自己创造性的劳动培养了千百万社会主义事业的建设者。与此同时，也极大地丰富了数学教育科学。数学教育是一门科学，科学是需要研究的，研究者的主体就是广大的数学教师。从这个意义上说，教师既是实际工作者，也是理论工作者，教案就是教师的理论作品之一。优秀的数学教案应当说是一篇数学与教育科学、理论与实践相结合的创造性劳作，是提高数学教育质量的可靠保证。

上海师范大学数学教育科学研究室和上海教育出版社数学编辑室的同志们，正是从这个认识出发，积极、慎重、认真地征集和编辑了这套《名师授课录》(中学数学)。我认为这是一件很有意义的工作，应当得到肯定和支持的。

《名师授课录》(中学数学)用教案集的形式辑录了我国一些著名的中学数学教师的典型教案及其评注，力求反映作者正确的教育思想，丰富的教学经验，独特的教学风格以及显著的教学效果。《名师授课录》(中学数学)，作为经验总结和理论建树，会有效地推进我国的中学数学教育事业；作为资料积累，它记载了名师们的卓杰业绩。当然，教无定法，任何好的教案都会有一定的局限性，它受到教育环境，特别是学生情况的影响和制约。对待《名师授课



苏步青教授为本书作序

录》(中学数学)中的教案,我们也应当采取辨正的态度,将别人的经验、理论与自己的教学实践相结合,使经验和理论不断地得到检验、充实和完善。

我希望《名师授课录》(中学数学)将对我国广大的中学数学教师提高从事教学改革的自觉性,加强理论修养,改进教学方法有所帮助,对提高中学数学教育质量,发展数学教育事业起到积极的作用。我更相信《名师授课录》(中学数学)的出版,对于祖国教育事业的发展必将起到锦上添花的作用。

苏步青

1989年9月17日

## 编者的话

在我国广大中学数学教师的支持下，在作者和编者们的共同努力下，《名师授课录》(中学数学)现在与读者见面了。

编著《名师授课录》(中学数学)的目的，不仅是以教案的形式反映我国中学数学名师们正确的教育思想、丰富的教学经验、独特的教学设计和显著的教学效果，也是为了满足在教育第一线的广大的中学数学教师的需要，为他们提供具有启发性和实用价值的参考书。当然，名师们的优秀的教育思想和方法，对于将要走上教育岗位的师范院校的学生，也是很好的参考资料。正因为这样，《名师授课录》(中学数学)的编审自始至终是从作者和读者两个方面来加以考虑的，即既充分而有效地反映作者有价值的思想内容和具体做法，又认真而切实地估计到读者的需要和可能提出的问题。

具体地说，在内容的选择上，本书顾及到了现行中学数学课本中的各个分科和各个单元；对教材中的重点和难点，力求在授课录中加以溯导，以利于读者。在教学风格和方法的选择上，本书尽可能地博采众长，力求较全面地反映我国中学数学教学中的各种风格和方法，以便读者参考和吸收。在授课录的表述上，本书除了对每一篇授课录作出较完整的表述外，还通过评注和说明的形式，力图使各种具体的实践得到理论上的提炼，使读者在学习和吸收先进经验的同时，得到理论上的提高。

《名师授课录》(中学数学)分高中版和初中版两册。本书是高中版，全书的稿件组织采取了征稿和组稿相结合的办法，即先在上海师范大学《中学数学教学》杂志上刊登征稿启事；而后根据来稿

## 2 名师授课录

录用的情况，向一些地区有关的教育行政部门发出公函，要求推荐名师；在推荐和了解的基础上，再向名师们发出约稿特函。我们希望录用的稿件在数量上能做到地区间的相对平衡，但由于篇幅限制以及其他各种原因，一些好的名师们的来稿未能被录用，而有些著名的中学数学教师我们又未能征得来稿，这些都是应该表示歉意的。

《名师授课录》(中学数学)的作者都是具有特级或高级中学教师职称，在全国或所在地区内有一定知名度的中学教师，其中特级教师占了很大比例。很多同志曾被授予过各种荣誉称号。当然，即使是名师们的作品也不可能是完美无缺的，正像我国著名数学家苏步青教授在本书的序中所说，“教无定法，任何好的教案都会有一定的局限性，它受到教育环境，特别是学生情况的影响和制约”。书中载录的教案虽都是成功的、优秀的，但仍然是相对而言的。

参加本书审编工作的是上海师范大学数学系数学教育科学研究室的部分教师，其中罗肇华、张方盛同志负责审编代数部分；余



《名师授课录》(中学数学)的编委在研究讨论编写工作

致甫、黄荣基同志负责审编几何部分；全书由袁小明同志审定并作最后修改；周锡祥同志也参加了其中的一些工作。

我们感到高兴的是，在审编《名师授课录》(中学数学)的整个过程中，得到了数学界和数学教育界前辈们的鼓励和支持，著名数学家、教育家苏步青为激励大家，欣然同意为书作序并题名；著名特级教师赵宪初和唐秀颖承担了本书的顾问；吴宗初先生帮助审阅和修改了部分稿子。我们谨向他们表示衷心的感谢。

由于我们水平有限，审编工作中会有一些缺点和错误，我们恳请广大读者批评指正。

一九八九年十月于上海师范大学



## 目 录

映射的概念	哈家定 (1)
子集、交集、并集、补集的综合练习	储瑞年 (11)
幂函数的图像与性质	吴荣官 (21)
函数的奇偶性	葛云书 (31)
指数函数的图像和性质	王连笑 (40)
反函数	程应钜 (49)
对数换底公式	周光璧 (56)
三角函数公式复习课	仇 岷 (63)
函数的周期性	刘永贞 (74)
两角和与差的余弦	周朋寿 (84)
两角和与差的正切	肖柏荣 (92)
两角和与差的正切	刘淑祐 (101)
半角的正弦、余弦、正切	陈启超 (108)
反正弦函数	翟宗荫 (116)
等差数列前 $n$ 项和的公式及其应用	唐霞宾 (131)
一类数列通项公式的求法	张克继 (139)
不等式的证明(高三复习课)	奚定华 (146)
重要不等式及其应用	范光中 (157)
数学归纳法及其应用	王学贤 (167)
复平面上点的轨迹	王培德 (176)
复数的几何、三角形式在解题中的应用	陈剑刚 (186)
复数复习课	石维瑾 (197)

## 2 名师授课录

- 同解方程(组)复习·····杨象富 (205)
- 排列与组合(复习课)·····陈守礼 (218)
- 二项式定理·····孔庆成 (228)
- 
- 平面·····孔令颐 (238)
- 等角定理·····王永建 (249)
- 两条异面直线所成的角和距离·····刘金城 (258)
- 异面直线上两点的距离·····李于青 (266)
- 直线和平面平行的性质定理·····沈保康 (272)
- 直线和平面垂直·····张宁生 (279)
- 三垂线定理的证明及应用·····赵建勳 (287)
- 三垂线定理及其逆定理的应用·····张进森 (296)
- 二面角及其平面角·····谢国生 (304)
- 两个平面垂直的判定和性质·····张振国 (315)
- 棱柱的概念·····方 尧 (322)
- 棱锥的体积·····赵南平 (328)
- 应用三棱锥体积公式求点到平面距离·····沈瑞初 (335)
- 球的体积·····马 明 (344)
- 
- 有向线段·····郑宾王 (355)
- 定比分点公式的推导和应用·····章景翰 (363)
- 直线方程的一般形式·····李庆鹏 (373)
- 求点到直线的距离·····曾 容 (383)
- 直线方程在生产实践中的应用·····刘善存 (389)
- 曲线和方程·····潘光博 (397)
- 椭圆及其标准方程·····田化澜 (409)
- 双曲线方程与性质·····贾万里 (418)
- 双曲线的渐近线·····钟谷珍 (425)

抛物线的标准方程及性质·····	蒋佩锦 (436)
圆锥曲线与直线相切的条件·····	李希果 (446)
坐标轴的平移·····	朱公显 (456)
直线的参数方程·····	门德荣 (466)
直线的参数方程的应用·····	马建中 (478)
曲线的参数方程·····	郭云翔 (488)
曲线的极坐标方程·····	戚伟夫 (496)
三种圆锥曲线的统一的极坐标方程·····	周学祁 (504)
等速螺线·····	韦兴辉 (514)

# 映射的概念

哈家定 (山东济宁一中)

## 作者简历



哈家定 上海市人，1957年毕业于曲阜师范学院数学系，同年任济宁市职工中学数学教师，1980年任教于济宁一中。1979年、1988年先后被评为山东省中学特级教师、高级教师。1983年被评为山东省优秀教师，1984

年获山东省园丁奖，1988年被选为济宁市专业技术拔尖人才。现任山东省济宁市第一中学数学教师，济宁市数学中心教研组组长。

## 教学目的

使学生能正确理解和叙述映射的定义，并能运用定义去判断某些对应是否是映射；使学生的观察能力、判断能力和论述能力都得到相应的提高。

## 教学过程

## 一、复习和纠错

教师简要复习前一课的内容和指出前一节课外作业中存在的问题。[及时纠正学生作业中的典型错误和含混的概念,从整个教学来说,犹如对正在施工中的高楼,随时注意质量事故,及时消除各类隐患一样,对提高教学质量十分有益,而且由于解决的是学生中存在的实际问题,所以深受学生的欢迎。]

## 二、进行新课

师:前几节课我们学习了集合的概念,集合的表示,子集、交集、并集、补集的意义及有关性质。在初中,我们还学习过对应。两个集合之间,按照某种法则可以建立元素之间的对应关系。现在,我们要学习一种特殊的对应——映射。(板书课题。)

什么叫映射呢?(环视学生。)

[简要回顾学过的知识,直接引出课题,提出问题,使学生引起注意,从而起到组织教学的作用。]

师:我们来看几种对应。

(挂出预先画好的图1。)

师:在图1(1)中,集合 $A$ 的元素是9、8、4、1,集合 $B$ 的元素是3、-3、2、-1,对应法则是“开平方”。即:如果 $A$ 中的元素 $x$ 开平方的结果在 $B$ 中有,那么 $B$ 中的那个元素就和 $A$ 中的 $x$ 对应。例如: $A$ 中的9开平方的结果是3或-3,那么 $B$ 中的3和 $A$ 中的9对应, $B$ 中的-3也和 $A$ 中的9对应; $A$ 中的8开平方的结果在 $B$ 中没有,那么 $B$ 中就没有元素和 $A$ 中的8对应; $A$ 中的4开平方的结果是2或-2,但 $B$ 中只有-2,那么 $B$ 中的-2就与 $A$ 中的4对应。类似地, $A$ 中的1,在 $B$ 中有-1和它对应。同学们观察一下,其他几个对应关系是怎样的?

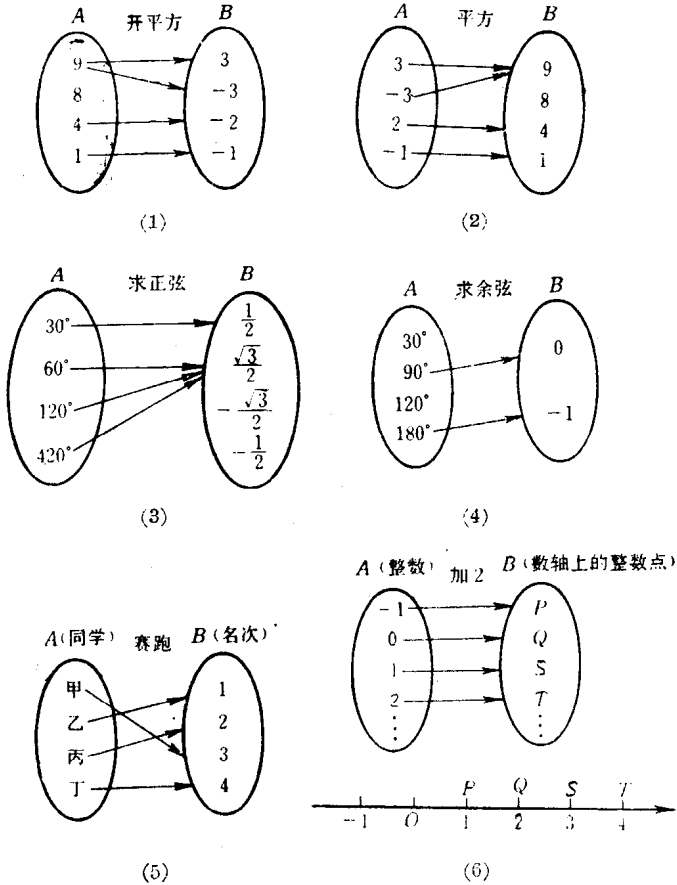


图 1

(略停片刻, 让学生思考, 然后指定学生回答.)

[例子要交代清楚, 教师举一, 学生反三, 让学生学会类比, 提高表达能力.]

生: 略.

师: 在这些对应中, 哪些对应具有集合  $A$  中的任何一个元素

在集合  $B$  中都有唯一的元素和它对应的性质？

(学生观察、思考,教师静待。)

[启发、引导学生,要把注意力集中在理解概念的本质属性上。对关键问题,要舍得留时间让学生思考。教师提出问题后的等待,是学生思维高度集中、认真思考的时刻,是提高学生观察、分析、判断等能力的极好时机。]

生(中等偏下):图1(4)(5)的两个对应,集合  $A$  中的元素在集合  $B$  中有唯一的元素和它对应。

师:同学们认为对吗?注意,我说的是对于集合  $A$  中的任何一个元素,在集合  $B$  中都有唯一的元素和它对应。

(学生开始窃窃私语,小声议论,人数渐多,开始有人举手,时机成熟,再指定一个中等水平的学生发言。)

生:第(5)个对应,集合  $A$  中任何一个元素在集合  $B$  中都有唯一的元素和它对应。第(4)个不是这样,因为  $A$  中的  $30^\circ$ 、 $120^\circ$  在  $B$  中没有元素和它们对应。

师:对。还有具备这种性质的对应吗?

生:第(2)个对应也具备,因为  $A$  中的  $3$  对应  $9$ , 是唯一的,  $-3$  对应  $9$  也是唯一的,  $A$  中的  $2$  和  $-1$  分别对应  $B$  中的  $4$  和  $1$ 。第(3)个对应也有此性质。

师:第(1)个对应有此性质吗?

生:没有。因为  $B$  中有两个元素  $3$ 、 $-3$  和  $A$  中的  $9$  对应,而且  $B$  中没有元素和  $A$  中的  $8$  对应。

师:第(6)个对应呢?

生:(迟疑一下)  $A$  中那些“点、点”的元素不知道在  $B$  中是否有唯一的元素和它对应。

师:请坐下。对于这种含省略号的集合对应,应如何判断?是否仅仅看箭头号?

生:(豁然开朗)第(6)个对应也有此性质,因为由文字说明知

道: 集合  $A$  是整数集, 集合  $B$  是数轴上的整数点集, 对应法则是整数对应整数加 2 的点, 所以  $A$  中任何一个元素, 在  $B$  中都有唯一的元素和它对应.

[教师恰到好处的启发, 使学生顿开茅塞, 思维之流一下子活跃起来, 兴趣也油然而生.]

师: 对. 在第(1)个对应中, 集合  $A$  的元素 9, 在  $B$  中有两个元素和它对应;  $A$  中的元素 8, 在  $B$  中没有元素和它对应. 在第(4)个对应中, 集合  $A$  的元素  $30^\circ$ 、 $120^\circ$ , 在  $B$  中没有元素和它们对应. 第(1)、(4)两个对应都不具有“ $A$  中任何一个元素, 在  $B$  中都有唯一的元素和它对应”的性质, 而第(2)、(3)、(5)、(6)四个对应都有此性质, 我们把有此性质的对应叫做映射.

[教师在学生讨论的基础上及时小结, 可顺利地过渡到映射的定义.]

师: 现在看课本(指出页数和行数), 这里映射的定义是: 一般地, 设  $A$ 、 $B$  是两个集合, 如果按照某种对应法则  $f$ , 对于集合  $A$  中的任何一个元素, 在集合  $B$  中都有唯一的元素和它对应, 这样的对应叫做从集合  $A$  到集合  $B$  的映射, 记作

$$f: A \rightarrow B.$$

根据定义, 如果给定两个集合  $A$ 、 $B$  和由  $A$  到  $B$  的对应法则  $f$ , 我们如何判断这个对应是否是映射?

生: 如果集合  $A$  中的任何一个元素, 在集合  $B$  中都有唯一的元素和它对应, 那么这个对应就是映射, 否则就不是.

师: 很好. 定义中的“唯一”是什么意思?

(停顿一下, 扫视学生.)

“唯一”包括两层意思: 一是必有一个; 二是只有一个. 也就是有且只有一个的意思.

[教师有时可以在提出问题后自行回答. 提出问题旨在引起注意; 自行回答旨在避免答问太琐碎.]



师：由定义可以判断上面的六个对应哪些是映射？哪些不是？为什么？

生(差生)：(2)、(3)、(5)、(6)四个对应是映射，因为  $A$  中的任何一个元素，按对应法则，在  $B$  中都有唯一的元素和它对应，而(1)和(4)两个对应不是映射，因为  $A$  中某些元素，在  $B$  中对应的元素不是唯一的。

师：很好。如果给定一个集合  $A$  到集合  $B$  的映射，那么  $A$  中的元素  $a$  对应的  $B$  中的元素  $b$  叫做  $a$  的像， $a$  叫做  $b$  的原像。如上面的第(2)个对应，集合  $A$  的元素 3 的像是 9，-3 的像也是 9，9 的原像是 3 或 -3； $B$  中的 8 没有原像。同学们考虑一下，第(2)个对应，集合  $A$  的元素 2、-1 的像各是什么？集合  $B$  中元素 4、1 的原像各是什么？第(3)个对应， $A$  的元素的像各是什么？ $B$  中元素的原像各是什么？

生：略。

师：关于映射，我们还要注意下面几点：

(1) 映射中的集合  $A$ 、 $B$  可以是数集，也可以是点集或其他集合。如上面的六个对应中，(2)是数集，(3)是量集与数集，(6)是数集与点集，而(5)是学生集和名次集。

(2) 映射包括集合  $A$ 、 $B$  以及  $A$  到  $B$  的对应法则  $f$ ，这三者构成映射这一整体，三者缺一不可。

(3) 像是对原像而言的，原像也是对像而言的。如上面的映射(2)中，不能简单地说是 9 是像，3、-3 是原像，必须说谁的像，谁的原像。

(4) 原像和像是不能互换的。互换后就不是原来的对应了，而且把一个映射的原像与像互换后所得到的新对应不一定是映射。如上面的(2)是映射，(1)却不是映射。

(5) 对于一个从集合  $A$  到集合  $B$  的映射来说， $A$  中的每一个元素必有唯一的像，但  $B$  中的每一个元素却不一定都有原像，若