面向21世纪课程教材学习辅导书

普通物理学教程
电磁学
第二版
习题分析与解答

梁竹健

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

面向21世纪课程教材学习辅导书

普通物理学教程
电 磁 学
第二版
习题分析与解答

梁竹健

高等教育出版社

内容提要

本书是梁灿彬修订的《普通物理学教程 电磁学》(第二版)的配套学习辅导书。书中按章节顺序对主教材中的习题给出了分析和解答,帮助学生启发思路,巩固所学知识;并对一部分思考题给出了分析和指导。

本书可作为高等院校物理类专业学生的学习辅导书,特别适合以《普通物理学教程 电磁学》(第二版)为主讲教材的师生使用,也可供其他读者参考。

图书在版编目(CIP)数据

普通物理学教程 电磁学(第二版)习题分析与解答/梁竹健.—北京:高等教育出版社,2005.11
ISBN 7-04-017567-3

Ⅰ.普... Ⅱ.梁... Ⅲ.电磁学-高等学校-解题 Ⅳ.0441-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 079679 号

策划编辑 陶 铮 **责任编辑** 陈海柳 **封面设计** 张 志 **责任绘图** 吴文信
版式设计 胡志萍 **责任校对** 朱惠芳 **责任印制** 孔 源

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010-58581000

经 销 北京蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京市卫顺印刷厂

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网 址 http://www.hep.edu.cn
http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.landraco.com
http://www.landraco.com.cn

开 本 787×960 1/16
印 张 17.25
字 数 320 000

版 次 2005 年 9 月第 1 版
印 次 2005 年 9 月第 1 次印刷
定 价 20.10 元

物料号 17567-00

前　言

《电磁学》(第一版)(梁灿彬、秦光戎、梁竹健)是以梁灿彬教授20世纪60年代在北京师范大学物理系本科讲授电磁学的自编讲义为基础编写的。笔者是梁灿彬教授进行电磁学教学的主要合作者,在完成教学任务的同时,参与了《电磁学》指导思想、结构和特色的策划与研讨,并执笔其中的部分章节。成书后期,笔者将主要精力转为组织搜集、编选全书的思考题和习题的工作。1980年《电磁学》(第一版)出版,被众多院校,特别是师范院校所采用,受到来自全国各地同行的关注,在全国有相当的影响。一些同行读者在来信中或是在教学刊物上对电磁学某些教学问题进行了探讨和切磋。不少读者希望能得到书中习题、思考题的解答。20世纪80年代,北京师范大学物理系教师赵云英、任翠娥、陈淑娴、张玉梅等曾参与书中习题解答的编解工作,最终经本人编审,署名北京师范大学物理系电学组编,由北京师范大学出版社在1982年和1985年分别以《电磁学习题解答》和《电磁学习题选解》出版。

在与梁灿彬教授合作过程中,我们经常对电磁学问题进行认真的研讨,梁灿彬教授对问题的深入钻研和独特见解使我受益匪浅,他严谨、生动的教学风格与特点,亦给我不少启迪。电磁学一直是北京师范大学物理系本科的重点课程,我用《电磁学》第一版进行过近20轮次的电磁学教学。时隔20多年,梁灿彬对《电磁学》进行了修订,2004年出版了《普通物理学教程　电磁学》(第二版),在保留原版教材风格的基础上,对原版内容和编排作了较大的变动和调整,对一些重要的概念和问题作了更准确的表述和更深入的分析。为此,对书中的思考题和习题亦作了相应的调整,笔者负责对书中的习题和思考题的筛选和补充,逐一核算每道习题和校对答案,完善了所选思考题的解答。这次应高等教育出版社的约稿,出版与《普通物理学教程　电磁学》(第二版)配套的《习题分析与解答》。将笔者多年进行电磁学教学积累的手边资料整理,汇编付印。各章的习题是为让读者掌握教材基本内容、熟悉物理规律而整理、设计安排的,这些习题来自多年教学的积累,也有不少选自或参照国内外同类教材的习题作了编汇,还结合多年的教学实践,增编了若干有特色的习题,有一些习题和思考题牵涉的内容还准备在日后出版的《电磁学》拓展篇中作进一步的分析和叙述。本书对教材中各章的习题都给出了详略不同的解答,整理出规范的解题步骤,注重题解中的某些细节,如对于作为矢量的物理量,除了求出其大小,还注意标出其方向。又如物理量的正负号、单位选择是学生应认真对待和重视的问题,因此在题解过程中给出

了规范处理的思路和方法。有的题还提供了不同的解题思路和方法。由于每道题的难度不一,功能各异,除了一些纯具练习功能、仅仅代入数据就得出答案的习题外,大部分题解后面都对应注意的问题及解题的思路作出适当的剖析和展开。思考题一部分来自于编书过程中某些灵感和设计,有些思考题是在教学过程中,对学生答疑、解惑所得的心得和联想,有的是与学生共同研讨较为深入、有代表性或者是属佯谬的问题,经过提炼整合而编成。这些思考题经历了多年教学的研讨和历届学生的审思,对学生拓宽思路,启迪思维颇有裨益,根据需要,本书只选择了部分思考题作了解答。

梁灿彬教授在修订《电磁学》过程中就习题、思考题涉及的问题多次与笔者进行深入的研究和讨论,提供了他在进行电磁学教学时积累的教学资料,并对全书每道习题都作了仔细推演和审核,认真审阅了本书稿,我的同事狄增如教授仔细审校了全书的手稿,提出了中肯的意见和建议。

使用《电磁学》进行教学的教师希望手边有一本此教材的习题分析与解答,作为比较权威且详尽的教学参考资料,是完全合理的。要学好基础课,独立完成习题是不可少的教学环节。学生以此作为学习电磁学的辅助资料,了解解题的思路和规范亦可以理解。但若是仅为完成习题作业任务,将本书作为一本可以不动脑子而直接抄录的手册,恐怕就有损无益了。我经常建议学生在完成一道作业题时要前思后想,除了得到正确的答案外,不妨以审视、批判的眼光看看题目出得是否合理,条件是否充分、完善,答案和结论能否进一步引申和扩展等。这个过程看似费时多一些,却可能收获更大。希望本书能给读者一些帮助,更希望大家不吝指正。

梁竹健

2005年4月于北京师范大学

目　　录

第一章　静电场的基本规律

习题解答

1.2.1　真空中有两个点电荷,其中一个的电荷量是另一个的 4 倍.它们相距 5.0×10^{-2} m时的相互排斥力为 1.6 N. 问:

(1) 它们的电荷量各为多少?

(2) 它们相距 0.1 m时排斥力是多少?

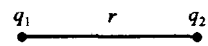


图 1.2.1

解答:

(1) 如图 1.2.1 所示,$q_2=4q_1$, 由库仑定律

$$F=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{4q_1^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

代入数据解得:$q_1=\pm3.3\times10^{-7}$C,$q_2=\pm1.3\times10^{-6}$C.

(2) 代入数据解得:$F=0.4$ N.

1.2.2　两个同号点电荷所带电荷量之和为 Q.在两者距离一定的前提下,它们带电荷量各为多少时相互作用力最大?

解答:

设一个点电荷的电荷量为 $q_1=q$,另一个点电荷的电荷量为 $q_2=(Q-q)$,两者距离为 r,则由库仑定律求得两个点电荷之间的作用力为

$$F=\frac{q(Q-q)}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

令力 F 对电荷量 q 的一阶导数为零,即

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}q}=\frac{(Q-q)-q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=0$$

得

$$q_1=q_2=\frac{Q}{2}$$

即取 $q_1=q_2=\dfrac{Q}{2}$时力 F 为极值,而

$$\left.\frac{\mathrm{d}^2F}{\mathrm{d}q^2}\right|_{q=\frac{Q}{2}}=-\frac{2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}<0$$

故当 $q_1=q_2=\dfrac{Q}{2}$时，F 取最大值．

1.2.3　两个相距为 L 的点电荷所带电荷量分别为 $2q$ 和 q，将第三个点电荷放在何处时，它所受的合力为零？

解答：

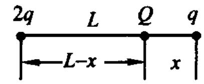


图 1.2.3

要求第三个电荷 Q 所受的合力为零，只可能放在两个电荷的连线中间，设它与电荷 q 的距离为 x，如图 1.2.3 所示．电荷 Q 所受的两个电场力方向相反，但大小相等，即

$$\frac{2qQ}{4\pi\varepsilon_0(L-x)^2}-\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0x^2}=0$$

得

$$x^2+2Lx-L^2=0$$

舍去 $x<0$ 的解，得

$$x=(\sqrt{2}-1)L$$

1.2.4　在直角坐标系的(0 m,0.1 m)和(0 m,－0.1 m)的两个位置上分别放有电荷量 $q=10^{-10}$ C 的点电荷，在(0.2 m,0 m)的位置上放一电荷量为 $Q=10^{-8}$C的点电荷，求 Q 所受力的大小和方向．

解答：

点电荷 Q 受到两个电荷 q 的力 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$ 及它们的合力 $\boldsymbol{F}$，如图 1.2.4 所示．根据对称性，合力 $\boldsymbol{F}$ 仅有 x 分量，即

$$F=F_x=F_{1x}+F_{2x}=2F_{1x}=2F_1\cos\alpha$$

式中

$$F_2=F_1=\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0r^2}=1.8\times10^{-7}\text{N}$$

$$\alpha=\arctan\frac{0.1}{0.2}=26.6°$$

得

$$\boldsymbol{F}=2F_1\cos\alpha\boldsymbol{i}=(3.2\times10^{-7}\boldsymbol{i})\ \text{N}$$

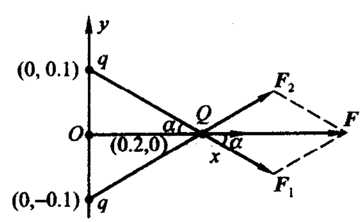


图 1.2.4

1.2.5　在正方形的顶点上各放一个电荷量相等的同性点电荷 q．

(1) 证明放在正方形中心的任意电荷量的点电荷所受的力为零；

(2) 若在中心放一点电荷 Q，使顶点上每个电荷受到的合力恰为零，求 Q

与 q 的关系.

解答:

(1) 如图 1.2.5(a)所示,正方形顶端 A、B、C、D 放置相等的电荷 q,因为 A 与 C 及 B 与 D 的电荷 q 至正方形中心 O 的距离相等,而 $\boldsymbol{F}_{AO}=-\boldsymbol{F}_{CO}$,$\boldsymbol{F}_{BO}=-\boldsymbol{F}_{DO}$. 故无论电荷 Q 的电荷量的大小如何,其所受的合力均为零.

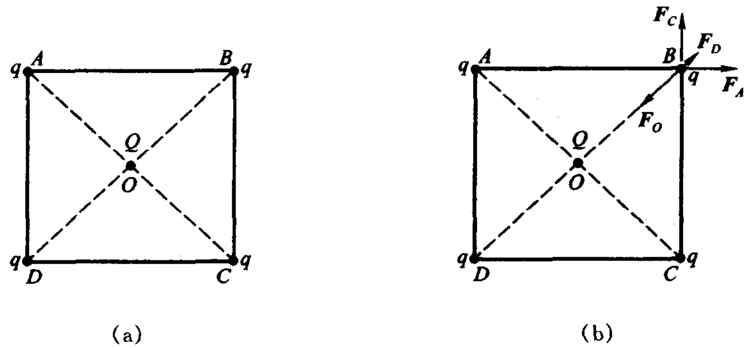


图 1.2.5

(2) 讨论放在 B 点的电荷 q 所受的力. 设位于 A、O、C、D 的点电荷对 B 点的点电荷 q 的作用力分别为 $\boldsymbol{F}_A$、$\boldsymbol{F}_O$、$\boldsymbol{F}_C$、$\boldsymbol{F}_D$,如图 1.2.5(b)所示,故

$$\boldsymbol{F}_A=k\frac{q^2}{a^2}\boldsymbol{e}_A,\boldsymbol{F}_C=k\frac{q^2}{a^2}\boldsymbol{e}_C,\boldsymbol{F}_D=k\frac{q^2}{2a^2}\boldsymbol{e}_D,\boldsymbol{F}_O=k\frac{2Qq}{a^2}\boldsymbol{e}_O$$

式中:k 为静电力常量;$\boldsymbol{e}_A$、$\boldsymbol{e}_C$、$\boldsymbol{e}_D$、$\boldsymbol{e}_O$ 为由 A、C、D、O 指向 B 点的单位矢.

$$\boldsymbol{F}_D=k\frac{q^2}{2a^2}\boldsymbol{e}_D=k\frac{q^2}{2a^2}(\cos 45^\circ\boldsymbol{e}_A+\sin 45^\circ\boldsymbol{e}_C)=k\frac{\sqrt{2}q^2}{4a^2}(\boldsymbol{e}_A+\boldsymbol{e}_C)$$

$$\boldsymbol{F}_O=k\frac{2Qq}{a^2}\boldsymbol{e}_D=k\frac{\sqrt{2}Qq}{a^2}(\boldsymbol{e}_A+\boldsymbol{e}_C)$$

欲使 $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_A+\boldsymbol{F}_C+\boldsymbol{F}_D+\boldsymbol{F}_O=k\left(\frac{q^2}{a^2}+\frac{\sqrt{2}q^2}{4a^2}+\frac{\sqrt{2}Qq}{a^2}\right)(\boldsymbol{e}_A+\boldsymbol{e}_C)=0$

即
$$\frac{q^2}{a^2}+\frac{\sqrt{2}q^2}{4a^2}+\frac{\sqrt{2}Qq}{a^2}=0$$

解得
$$Q=-\left(\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)q$$

1.2.6 两个电荷量相等的同性点电荷相距为 $2a$,在两者连线的中垂面上置一试探点电荷 q_0,求 q_0 受力最大的点的轨迹.

解答：

如图 1.2.6(a)所示，设有两个电荷量为 q 的点电荷，坐标分别为$(-a,0,0)$和$(a,0,0)$，试探点电荷 q_0 置于两者连线的中垂面 Oyz 上坐标为$(0,\ y,\ z)$. $\boldsymbol{r}=y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$为原点$O$至试探点电荷$q_0$的矢径，距离为 $r=\sqrt{y^2+z^2}$，如图 1.2.6(b)所示.

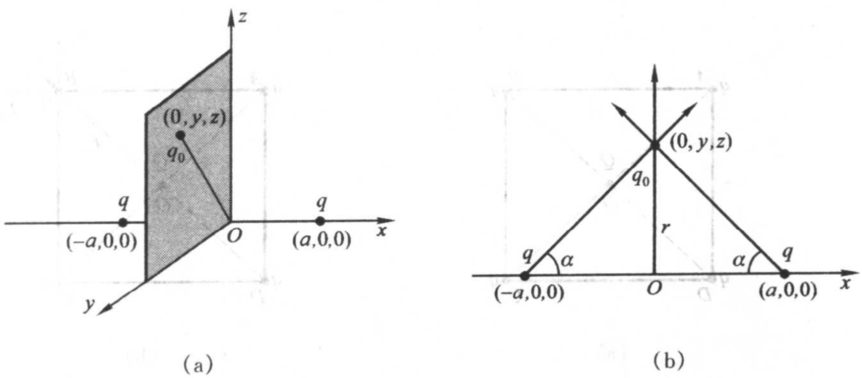


图 1.2.6

根据对称性，q_0 所受合力的方向与矢径 $\boldsymbol{r}$ 平行或反平行. 其大小为

$$F=2k\ \frac{q_0 q}{r^2+a^2}\sin\alpha=2k\ \frac{q_0 qr}{(r^2+a^2)^{3/2}}$$

求上式的极值，取 F 对 r 的一阶导数并令其为零，得方程

$$-3r^2+(r^2+a^2)=0$$

求得

$$r=\frac{\sqrt{2}a}{2}$$

求二阶导数并代入 $r=\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$，得

$$\left.\frac{\mathrm{d}^2F}{\mathrm{d}r^2}\right|_{r=\frac{\sqrt{2}a}{2}}=-12a^2kqq_0r(a^2+r^2)^{-7/2}<0$$

说明此时 F 取极大值.

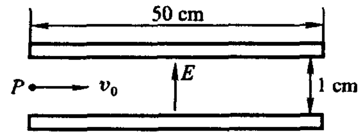
因此，q_0 受力最大的点的轨迹是在中垂面上圆心坐标为$(0,0,0)$、半径为$\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$的圆.

1.3.1 在长为 50 cm、相距为 1 cm 的两个带电平行板间的电场是均匀电

场(场强方向竖直向上).将一电子从 P 点(与上下板等距离)以初速 $v_0=10^7$ m/s 水平射入电场(见附图).若电子恰在下板右侧离开电场,求该均匀电场的大小.(忽略边缘效应,认为板外场强为零,且略去重力对电子运动的影响.)

解答:

具有水平速度进入带电平行板空间的电子,由于受到竖直向下的电场力的作用而作平抛运动,其水平分速度为 v_0,经过长为 $l=50$ cm 的平行板所用的时间为



习题 1.3.1 附图

$$t=\frac{l}{v_0}=5\times10^{-8}\text{ s}$$

电荷量为 e 的电子在竖直方向受大小为 eE 的电场力,以加速度 a 做匀加速运动.按题意,在时间 t 内经过的竖直路程应恰好等于两板距离 $d=1\times10^{-2}$ m 的一半,即

$$\frac{d}{2}=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\left(\frac{eE}{m}\right)t^2$$

求得均匀电场的大小为

$$E=\frac{md}{et^2}=22.8\text{ N/C}$$

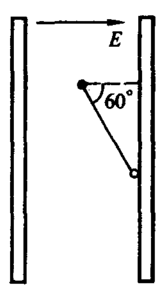
解析:

这相当于力学中运动学的平抛问题,只是在竖直方向作用的是静电力.

1.3.2 用细线悬一质量为 0.2 g 的小球,将其置于两个竖直放置的平行板间(见附图).设小球所带电荷量为 6×10^{-9} C,欲使悬挂小球的细线与电场夹角为 60°,求两板间的场强.

$$(mg=2\times10^{-4}\times9.8\text{ kg}\cdot\text{m/s}^2=1.96\times10^{-3}\text{kg}\cdot\text{m/s}^2)$$

解答:



习题 1.3.2 附图

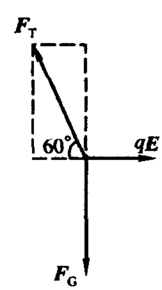


图 1.3.2

小球所受的力如图 1.3.2 所示，电荷量 $q=6\times10^{-9}$C 的带电小球所受的电场力为 $q\boldsymbol{E}$；质量 $m=0.2$ g 的小球所受的重力为 $\boldsymbol{F}_G$，张力为 $\boldsymbol{F}_T$. 根据力的平衡条件得

$$F_T\sin 60^\circ = mg$$

$$F_T\cos 60^\circ = qE$$

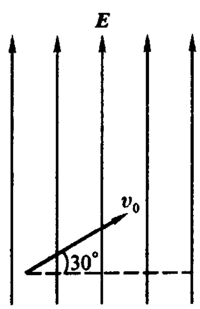
即

$$E=\frac{mg}{q}\cot 60^\circ = 1.9\times10^5\ \text{N/C}$$

1.3.3 一个电子射入强度是 5×10^3 N/C、方向竖直向上的均匀电场中，电子的初速为 10^7 m/s，与水平面所夹的入射角为 30°(见附图)，不考虑重力的影响. 求：

(1) 电子上升的最大高度；

(2) 电子回到原来高度时的水平射程.



习题 1.3.3 附图

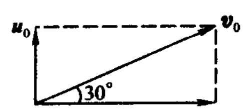


图 1.3.3

解答：

(1) 因电子所受的静电力为 $\boldsymbol{F}=-e\boldsymbol{E}$，方向为竖直向下，加速度为 $\boldsymbol{a}=-\frac{e\boldsymbol{E}}{m}$，电子做斜上抛运动，如图 1.3.3 所示. 竖直向上的初速度为

$$u_0=v_0\sin 30^\circ=\frac{v_0}{2}$$

到最高点距离为 h 时的末速度 u_h 为 0. 代入运动学公式

$$u_0^2-u_h^2=2ah$$

$$h=\frac{mv_0^2}{4\times2eE}=1.4\times10^{-2}\text{m}$$

(2) 电子回到原来高度所需时间为

$$t=\frac{2u_0}{a}=\frac{v_0 m}{eE}$$

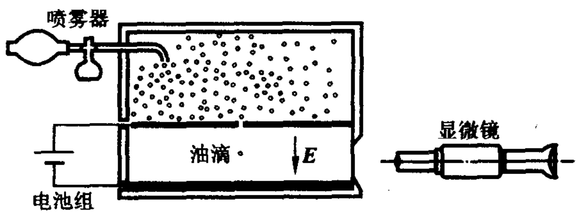
水平距离

$$d=\frac{1}{2}v_0\cos 30^\circ t=9.8\times10^{-2}\,\mathrm{m}$$

解析:

这相当于力学中运动学的斜抛问题,只是竖直方向是静电力.

1.3.4 电子的电量最先是由密立根通过油滴实验测出的.密立根设计的实验装置如附图所示.一个很小的带电油滴在电场 $\boldsymbol{E}$ 内.调节 $\boldsymbol{E}$ 使作用在油滴上的电场力与油滴的重力平衡.如果油滴的半径为 1.64×10^{-4} cm,平衡时 $E=1.92\times10^5$ N/C.



习题 1.3.4 附图

(1) 已知油的密度为 0.851 g/cm³,求油滴电荷量的绝对值;

(2) 此值是元电荷 e 的多少倍?

解答:

(1) 当带电油滴所受的电力和重力平衡时,有

$$qE=mg=\rho\frac{4\pi}{3}R^3g$$

因而求得油滴电荷量

$$q=\frac{4\pi\rho R^3g}{3E}=8.02\times10^{-19}\ \mathrm{C}$$

(2) 此带电粒子带的电荷量与元电荷 $e=1.6\times10^{-19}$ C之比为

$$n=\frac{q}{e}=5$$

1.3.5 两个点电荷 $q_1=4.0\ \mu$C 和 $q_2=8.0\ \mu$C 相距 10 cm,求离它们都是 10 cm 处的场强 $\boldsymbol{E}$.

解答：

如图 1.3.5 所示，有

$$E_1 = k\frac{q_1}{r^2} = 3.6\times10^6\ \text{N/C}$$

$$E_2 = k\frac{q_2}{r^2} = 2E_1$$

$$E_{1x} = E_1\cos 60^\circ = \frac{E_1}{2}$$

$$E_{2x} = -2E_{1x} = -E_1$$

所以 $E_x = E_{1x} + E_{2x} = -\dfrac{E_1}{2} = -1.8\times10^6\ \text{N/C}$

$$E_{1y} = E_1\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}E_1}{2}$$

$$E_{2y} = 2E_{1y} = \sqrt{3}E_1$$

所以 $$E_y = E_{1y} + E_{2y} = \frac{3\sqrt{3}E_1}{2} = 9.3\times10^6\ \text{N/C}$$

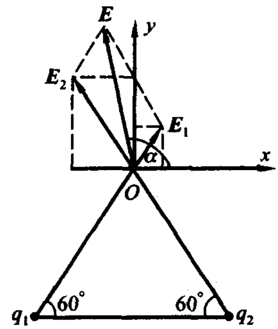


图 1.3.5

解得场强 $\boldsymbol{E}$ 的大小

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 9.5\times10^6\ \text{N/C}$$

$$\boldsymbol{E} = E_x\boldsymbol{i} + E_y\boldsymbol{j} = (-1.8\ \boldsymbol{i} + 9.3\ \boldsymbol{j})\times10^6\ \text{N/C}$$

场强与 x 轴的夹角

$$\alpha = \arctan\frac{E_y}{E_x} = 101^\circ$$

解析：

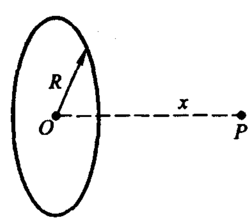
矢量的相加可建立适当的坐标系，本题为直角坐标系，将 x、y 分量相加后，再合成，用矢量的单位矢表示.

1.3.6 附图中均匀带电圆环的半径为 R，总电荷量为 q.

(1) 求轴线上离环心 O 为 x 处的场强 $\boldsymbol{E}$；

(2) 轴线上何处场强最大？其值是多少？

(3) 大致画出 $E-x$ 曲线.



习题 1.3.6 附图

解答：

(1) 设圆环的带电线密度为

$$\eta = \frac{q}{2\pi R}$$

如图 1.3.6(a)所示,圆环一小段 $\mathrm{d}l$ 到轴上一点 P 的距离为 r,即有 $\mathrm{d}q=\eta\mathrm{d}l$,$\cos\alpha=\frac{x}{r}$,该小段对 P 点产生的场强大小为

$$\mathrm{d}E=k\frac{\mathrm{d}q}{r^2}=k\frac{\eta\mathrm{d}l}{r^2}$$

根据对称性,P 点场强仅有 x 分量,$\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 在 x 轴的分量大小为

$$\mathrm{d}E_x=\mathrm{d}E\cos\alpha=k\frac{\eta x\mathrm{d}l}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$

$$E=\int\mathrm{d}E_x=k\frac{\eta x}{(R^2+x^2)^{3/2}}2\pi R=\frac{\eta Rx}{2\varepsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}}=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}}$$

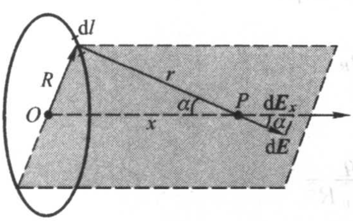
P 点场强为

$$\boldsymbol{E}=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}}\boldsymbol{i}$$

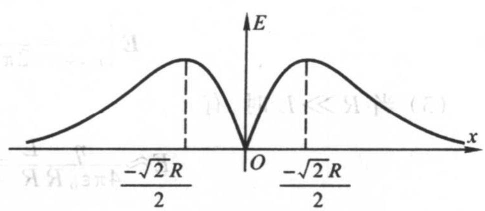
(2) 应求$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}$并令其值为 0,求得当 $x=\frac{R\sqrt{2}}{2}$,E 取极值,而$\left.\frac{\mathrm{d}^2E}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=\frac{R\sqrt{2}}{2}}<0$,根据对称性,位于轴上 $x=\pm\frac{R\sqrt{2}}{2}$点的场强取最大值,其值为

$$\boldsymbol{E}=\pm\frac{q}{6\sqrt{3}\pi\varepsilon_0R^2}\boldsymbol{i}$$

(3) 如图 1.3.6(b)所示.



(a)



(b)

图 1.3.6

解析:

$E-x$ 曲线中的E 是场强的大小,因此 y 轴是图 1.3.6(b)曲线的对称轴,图线在 1、2 象限;若是 E_x-x 曲线,则是曲线对原点 O 对称,图线在 1、3 象限.

1.3.7 电荷以线密度 η 均匀分布在长为L 的直线段上.

(1) 求带电线的中垂面上与带电线相距为 R 的点的场强；

(2) 试证当 $L\to\infty$ 时，该点的场强大小 $E=\dfrac{\eta}{2\pi\varepsilon_0 R}$；

(3) 试证当 $R\gg L$ 时，所得结果与点电荷场强公式一致.

解答：

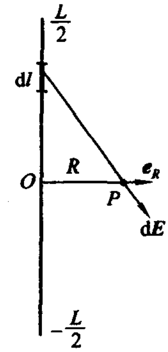


图 1.3.7

(1) 如图 1.3.7 所示，在带电线上取一微元段 dl，其电荷量为 $\mathrm{d}q=\eta\mathrm{d}l$，与带电线相距为 R 的 P 点的场强为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{E}=k\frac{\eta\mathrm{d}l}{r^2}\boldsymbol{e}_r$$

由于 P 点在中垂面上，根据对称性，其场强仅有径向分量，故仅考虑 d$\boldsymbol{E}$ 的径向分量的积分计算

$$\mathrm{d}E_R=k\frac{\eta\mathrm{d}l}{r^2}\cos\alpha=k\frac{\eta R\mathrm{d}l}{(R^2+l^2)^{3/2}}$$

$$E=E_R=k\eta R\int_{-L/2}^{L/2}\frac{\mathrm{d}l}{(R^2+l^2)^{3/2}}=\frac{\eta}{4\pi\varepsilon_0 R}\frac{L}{\sqrt{R^2+\dfrac{L^2}{4}}}$$

得

$$\boldsymbol{E}=\frac{\eta}{4\pi\varepsilon_0 R}\frac{L}{\sqrt{R^2+\dfrac{L^2}{4}}}\boldsymbol{e}_R$$

(2) 因

$$\lim_{L\to\infty}\frac{L}{\sqrt{R^2+\dfrac{L^2}{4}}}=\lim_{L\to\infty}\frac{1}{\sqrt{\dfrac{R^2}{L^2}+\dfrac{1}{4}}}=2$$

故

$$\boldsymbol{E}\Big|_{L\to\infty}=\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_0 R}\boldsymbol{e}_R$$

(3) 当 $R\gg L$ 时，有

$$E\approx\frac{\eta}{4\pi\varepsilon_0 R}\frac{L}{R}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

式中

$$\eta L=q$$

解析：

$L\to\infty$ 是无限长均匀带电直线的情况，$R\gg L$ 是将带电直线看作点电荷的情况.这是两个极端情况下得到的结果.

1.3.8 把线电荷密度为 η 的无限长均匀带电线分别弯成附图(a)、(b)所示的两种形状，若圆弧半径为 R，求两图中 O 点的场强 $\boldsymbol{E}$.

解答：