新课程同步导学

高二数学

（下）

新课程导学课题组 编

丛书主编 蓝新忠
本册主编 石懋山

互动导学

夯实基础 · 激活能力 · 拓展创新

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

http://www.phei.com.cn

新课程同步导学

高 二 数 学
（下）

新课程导学课题组　编

丛书主编　蓝新忠
本册主编　石懋山

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

本书由从事多年高中数学教学的一线特级教师和高级教师精心编写。本书内容与教材完全同步，依据教学大纲和考试大纲精心编写而成，采用新的编写理念，在内容取舍和体例编排上，注重学生的学习效率和学习效果，强调知识和能力的同步培养，本书具有全新的知识体系，可读性强，实用性、练习性并重。本书可以作为高二学生配合课堂教学使用。

图书在版编目(CIP)数据

新课程同步导学．高二数学．下/石懋山主编．—北京：电子工业出版社，2006.1

ISBN 7-121-01949-3

Ⅰ．新…　Ⅱ．石…　Ⅲ．数学课－高中－教学参考资料　Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 135159 号

责任编辑：刘向永

印　　刷：大连华伟印刷有限公司

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编 100036

经　　销：各地新华书店

开　　本：787×1092　1/16　印张：9　字数：259 千字

印　　次：2006 年 1 月第 1 次印刷

定　　价：10.50 元

凡购买电子工业出版社的图书，如有缺损问题，请向购买书店调换；若书店售缺，请与本社发行部联系。联系电话：(010) 68279077。质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

丛书编委会

序　言

本丛书是为了适应高中课程改革和高考改革的需要，更好地指导高中的教学工作，提高大连市高中教学质量而编写的。

编写一套体例科学、内容优质的教辅丛书绝非易事。本丛书是在全国课改专家、教育专家的指导下，倾大连市各学科优秀教师之力而完成的。参加本丛书编写的有大连市高中各学科的教研员和40多所学校的170余名教师。编者充分吸收了教育学、心理学和脑科学等领域最先进的教育理念，构建课程内容与学生生活及现代社会科技发展的联系，关注学生的学习兴趣和已有经验的结合，使学生养成会学习、爱学习的良好习惯；培养学生善于处理信息的能力，多方位获取知识的能力和分析问题、解决问题的能力，就成为编者在编写过程中渗透于各科之中的着力点。编者从多角度、多层次考虑本丛书的科学性和实用性，在体例的确定、内容的锤炼上下了很大工夫，而且还立足于辽宁的考情和大连的学情，突出学生自身发展的需求，注重学生的自主探究、亲身实践与开拓创新，关注学生已有的经验与社会、生产、生活的紧密结合。

《新课程同步导学》在整体设置上，既依据学习内容的要求，给学生以足够的、不同层次的、充分体现高中教学要求的训练内容，又依据学生的学习过程进行了科学的编排。它的练习分为三个不同的等次，能力不同的学生可以针对不同等次的题目进行练习，使学生的选择有了明显的较为科学的划分。同时，它摒弃了传统教辅资料题库式的试题堆砌，将学习的全过程引入到助学资料中，使之成为学生在学习过程中可以依托的助学读物。《高考全程复习》，无论是对考点的解释，还是典型试题的选择、练习题的设计，都下了很大工夫。

唐代教育家韩愈说过，“根之茂者其实遂”。祝愿广大读者通过使用本丛书，扎下丰茂之根，结出成熟之果。

丛书编委会

编写说明

本书由从事多年高中数学的一线特级教师和高级教师精心编写。本书内容与教材完全同步,并严格按照教学大纲和高考要求编写,可以作为高二学生配合课堂使用的教学用书。本书的编写较以往的教辅书有较大的突破,主要体现在以下三个方面:

1. 全新的知识体系。本书按"自学引领"、"知识导向"、"名题解析"、"同步测试"等环节展开,知识内容力求由浅人深,能力要求循序渐进。"名题解析"中所选例题或是最新高考题,或是往年好题、精题。全书注重知识点,以及重点和难点的解析,重在数学思想方法的引导,重在高考考点和应试技巧在课程学习阶段的提前渗透。"同步测试"又按基础闯关—应用迁移—开放创新逐步深入。所选习题新颖、覆盖面广,真正体现出了基础、应用、创新之间的有机结合。

2. 可读性强。本书选取了许多课本之外的数学知识,不仅能拓展学生的知识视野,同时也对课堂内容做了有益的补充。阅读本书后,一定会有一种耳目一新的、豁然开朗的全新感受和体会。

3. 实用性、练习性并重。每章结束,作者对本章的重点、难点、高考热点予以精要的总结,并配以相应的单元测试,同时对所选的习题都附有准确、简洁的答案和提示,体现了与教材的有效配合,具有极强的实用性和练习性。

目　录

第 9 章　直线、平面、简单几何体 …… 1
一、空间直线和平面 …… 1
9.1　平面 …… 1
9.2　空间直线 …… 6
9.3　直线与平面平行的判定和性质 …… 12
9.4　直线与平面垂直的判定和性质 …… 17
9.5　两个平面平行的判定和性质 …… 23
9.6　两个平面垂直的判定和性质 …… 29
二、简单几何体 …… 35
9.7　棱柱 …… 35
9.8　棱锥 …… 41
9.9　研究性课题:多面体欧拉公式的发现 …… 46
9.10　球 …… 51
单元总结 …… 56
单元测试(一) …… 57
单元测试(二) …… 61
拓展视野 …… 64
第 10 章　排列、组合和概率 …… 65
一、排列与组合 …… 65
10.1　分类计数原理和分步计数原理 …… 65
10.2　排列 …… 69
10.3　组合 …… 73
10.4　二项式定理 …… 77
二、概率 …… 81
10.5　随机事件的概率 …… 81
10.6　互斥事件有一个发生的概率 …… 85
10.7　相互独立事件同时发生的概率 …… 89
单元总结 …… 94
单元测试(一) …… 95
单元测试(二) …… 97
拓展视野 …… 100
期中测试 …… 101
期末测试 …… 105
参考答案 …… 108

第 9 章　直线、平面、简单几何体

一、空间直线和平面

9.1 平　　面

自学引领

为什么有的自行车后轮旁只安装一只撑脚？怎样用两根拉紧的细线来检查桌子四条腿的底端是否共面呢？

知识导向

本节知识如图 1-1 所示.

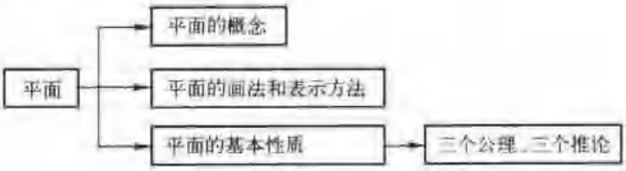


图 1-1

习题解析

例1 下列说法中正确的一个是　　(　　)

A. 平面就是平行四边形

B. 任何一个平面图形都是一个平面

C. 平静的太平洋洋面就是一个平面

D. 圆和平面多边形都可以表示平面

【解析】 A、B 选项都不正确，平面是无限延展、没有边界的，而平行四边形和所有的平面图形都是有边界的，当我们画平面时，只能画出它的一部分，习惯上用平行四边形来表示平面；C 选项也不正确，一是太平洋不可能平静，二是太平洋无论再大也会有边际，加之地球为椭球状，因此平静的太平洋无论如何都不可能是绝对平的；D 选项正确，在需要时，除用平行四边形表示平面，还能用三角形、圆等来表示平面.

【反思】 要理解几何里的平面是无限延展的，平面与平面图形的区别.

例2 如图 1-2 所示，在正方体中，三个面 A_1C_1、A_1B、BC_1 所在平面分别记成 α, β, γ, 用适当符号填空.

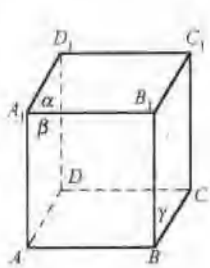


图 1-2

(1) A ________ α, B ________ β, C ________ γ, A ________ BC.

(2) AB ________ α, AB_1 ________ β,

AC_1 ________ γ.

(3) $AB\cap AC_1=$ ________, $A_1C\cap\beta=$ ________, $\alpha\cap\beta=$ ________, $\alpha\cap\gamma=$ ________, $\beta\cap\gamma=$ ________.

【解析】 (1) A 不在 α 内,则 $A\notin\alpha$;B 在 β 内,则 $B\in\beta$;C 在 γ 内,则 $C\in\gamma$;A 不在直线 BC 上,所以 $A\notin BC$.

(2) AB 在 α 外,则 $AB\not\subset\alpha$;AB_1 在 β 内,则 $AB_1\subset\beta$;AC_1 在 γ 外,则 $AC_1\not\subset\gamma$.

(3) 直线 AB 与 AC_1 交于点 A,则 $AB\cap AC_1=A$;A_1C 与 β 交于点 A_1,则 $A_1C\cap\beta=A_1$;α 与 β 的交线为 A_1B_1,则 $\alpha\cap\beta=A_1B_1$;α 与 γ 的交线为 B_1C_1,则 $\alpha\cap\gamma=B_1C_1$;β 与 γ 的交线为 B_1B,则 $\beta\cap\gamma=B_1B$.

【反思】 弄清集合中符号 $\in$,$\notin$,$\subset$,$\not\subset$,$\cap$ 在立体几何中所表示的意义,$\in$ 与 $\notin$ 用于表示点在或不在直线上或平面内,$\subset$ 与 $\not\subset$ 用于表示直线在或不在平面内,$\cap$ 表示直线、平面之间的交点与交线.

例3 已知:如图 1-3,直线 $a/\!/b/\!/c$,直线 d 与 a、b、c 分别相交于 A、B、C.

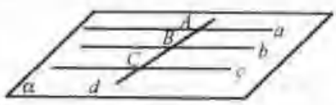


图 1-3

求证:a、b、c、d 四条直线共面.

【解析】 $\because a/\!/b$,$\therefore a$、b 共面,设该平面为 α.

$\because A\in a$,$B\in b$,$\therefore A\in\alpha$,$B\in\alpha$.

又 $\because A\in d$,$B\in d$,$\therefore d\subset\alpha$.

同理可证 b、c、d 共面,设此平面为 β.

$\because b\subset\alpha$,$d\subset\alpha$,$b\subset\beta$,$d\subset\beta$,而 $b\cap d=B$,

$\therefore \alpha$ 与 β 为同一平面,

$\therefore a$、b、c、d 四条直线共面.

【反思】 根据确定平面的条件,指出 α、β 为同一平面.

例4 如图 1-4,已知四边形 $ABCD$ 中,$AB/\!/CD$,AB、BC、CD、DA 所在直线分别与平面 α 交于 E、G、F、H.求证:E、H、F、G 四点共线.

【解析】 $\because AB/\!/CD$,

$\therefore AB$ 与 CD 确定一个平面 β,

$\because$ 点 E、F、G、H 分别在直线 AB、CD、BC、AD 上,

$\therefore$ 点 E、F、G、H 都在 β 内,

又点 E、F、G、H 都在 α 内,

$\therefore$ 点 E、F、G、H 在 α 与 β 的交线上.

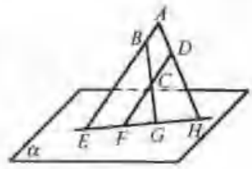


图 1-4

由公理 2 可知,两个有公共点的平面有且只有一条交线,

故点 E、F、G、H 四点共线.

【反思】 在立体几何中证明若干个点共线,一般证明这些点在两个平面的交线上,即分别证明这些点都在两个平面内.

同步测试

基础闯关

一、选择题

1. 点 M 在直线 a 上,直线 a 在平面 α 内,可记为 ( )

   A. $M\in a\in\alpha$　　B. $M\in a\subset\alpha$

   C. $M\subset a\subset\alpha$　　D. $M\subset a\in\alpha$

2. 以下命题正确的是 ( )

   A. 两个平面有一条交线

   B. 一条直线与一个平面最多有一个公共点

   C. 两个平面有一个公共点,它们可能相交

   D. 两个平面有三个公共点,它们一定重合

3. 下列说法正确的是 ( )

   (1) 一条直线上有一点在平面内,则这条直线上所有的点在这个平面内

   (2) 一条线上有两点在一个平面内,则这条线在这个平面内

   (3) 若线段 $AB\subset$ 平面 α,则线段 AB 延长线上的任何一点必在平面 α 内

   (4) 一条射线上有两点在一个平面内,则这条射线上所有的点都在这个平面内

   A. (1)(2)(3)　　B. (2)(3)(4)

   C. (3)(4)　　D. (2)(3)

4. 公理 1 用符号表示,正确的是 ( )

   A. $M\in a$,$N\in a$,且 $M\in\alpha$,$N\in\beta$,则 $a\in\alpha$

B. $M\in a, N\in a$，且 $M\in\alpha, N\in\alpha$，则 $a\subset\alpha$

C. $M\in\alpha, N\in\alpha$，则 $a\subset\alpha$

D. $M\in a, N\in a$，则 $a\subset\alpha$

5. 下列四个命题中，正确的一个是　（　）

A. 四边形一定是平面图形

B. 空间的三个点确定一个平面

C. 梯形一定是平面图形

D. 六边形一定是平面图形

6. 空间三个平面两两相交，那么它们的交线条数是　（　）

A. 1条　　B. 2条

C. 3条　　D. 1条或3条

7. 经过空间三点能确定　（　）

A. 一个平面

B. 无数个平面

C. 一个或无数个平面

D. 一个平面或不能确定

8. 空间四点 A、B、C、D 共面而不共线，则在这四点中　（　）

A. 必有三点共线

B. 必有三点不共线

C. 至少有三点共线

D. 不可能有三点共线

二、填空题

9. 如果一条直线上有一个点不在平面上，则这条直线与这个平面的公共点最多有______个.

10. 两两相交的三条直线，仅当交点数等于______时，这三条直线才可能不共面.

11. 三个平面最多可将空间分成______个部分，最少分成______个部分.

12. 有不重合的三条直线 a、b、c，若 $a\cap b=M$，$b\cap c=N$，M、N 是相异两点，则这三条直线最多可以确定______个平面.

13. 以下三个命题：①两组对边分别平行的四边形是平行四边形；②有三个角是直角的四边形是矩形；③有四条边相等的四边形是菱形，其中正确的命题是______.

14. 四条直线两两平行，任何三条不共面，如果经过其中任意两条作平面，那么可作平面的个数为______.

15. 设 α、β 是不重合的两个平面，$\alpha\cap\beta=a$，下面四个命题：①如果点 $P\in\alpha$，且 $P\in\beta$，那么 $P\in a$；②如果点 $A\in\alpha$，点 $B\in\beta$，那么 $AB\subset\alpha$；③如果点 $A\in\alpha$，那么点 $B\in\beta$；④如果线段 $AB\subset\alpha$，且 $AB\subset\beta$，那么 $AB\subset a$. 其中正确命题的序号是______.

16. 四条线段顺次首尾相接，所得图形______为平面图形，在______的条件下为平面图形.

应用迁移

三、解答题

17. 根据下列条件画出图形：

(1) 平面 $\alpha\cap$平面 $\beta=AB$，直线 $a\subset\alpha$，直线 $b\subset\beta$，$a/\!/AB$，$b/\!/AB$.

(2) 平面 $\alpha\cap$平面 $\beta=l$，$\triangle ABC$ 的三个顶点满足条件：$A\in l$，$B\in\alpha$，$B\notin l$，$C\in\beta$，$C\notin l$.

18. 如图 1-5，已知：$\triangle ABC$ 中，$AB \subset \alpha$，$BC \subset \alpha$，求证：$AC \subset \alpha$.

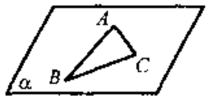


图 1-5

19. 求证：若一条直线与两条平行线都相交，则这三条直线共面.

20. 已知空间四点 A、B、C、D 不在同一平面内，求证：AB 和 CD 既不平行也不相交.

21. 如图 1-6，已知 $\triangle ABC$ 在平面 α 外，$AB \cap \alpha = P$，$AC \cap \alpha = Q$，$BC \cap \alpha = R$，求证：P、Q、R 三点共线.

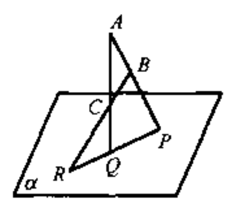


图 1-6

22. 求证:三个平面两两相交得到三条交线,若其中两条交线交于一点,那么第三条交线必过这个点.

开放创新

23. 一个西瓜切3刀,最多能切出几块?如果切4刀呢?

24. 如图1-7,A、B、C、D四点不在同一平面内,但$AB = CD$,$AD = BC$,$AC = BD$,求证:$\angle BAC + \angle CAD + \angle DAB = 180°$.

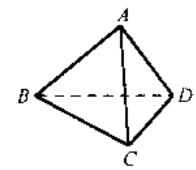


图1-7

9.2 空间直线

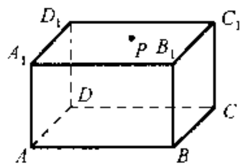


图 1-8

如图 1-8,木工师傅要过长方形木块的面 A_1C_1 上一点 P,且过棱 DC 锯一个平面,那么木工师傅怎样在长方体表面上画线呢?

本节知识如图 1-9 所示.

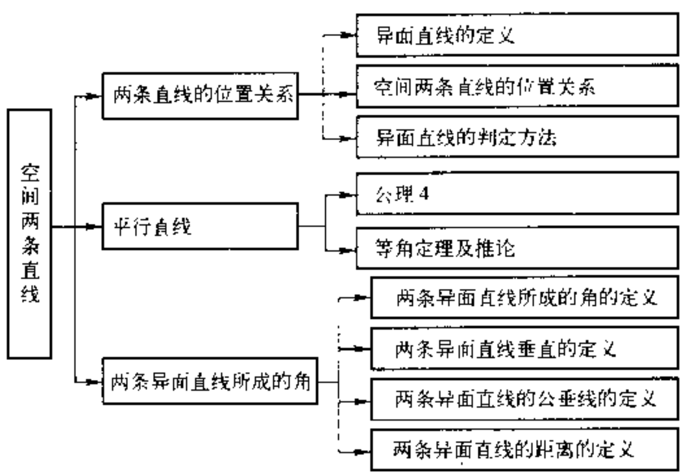


图 1-9

例1 如图 1-10,已知 $\alpha\cap\beta=a$,$b\subset\beta$,$a\cap b=A$,且 $c\subset\alpha$,$c\parallel a$,求证:b、c 是异面直线.

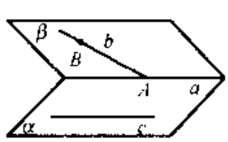


图 1-10

【解析】 方法一(定理法):∵ $A\in a$,$\alpha\cap\beta=a$,∴ $A\in\alpha$,而 $c\parallel a$,∴ $A\notin c$,在直线 b 上任取一点 B(不同于 A),∵ $b\subset\beta$,$B\notin a$,∴ $B\notin\alpha$.

∴ AB 与 c 是异面直线,即 b 与 c 是异面直线.

方法二(反证法):假设 b、c 不是异面直线,即 b、c 共面于平面 γ,∵ $A\in b$,$b\subset\gamma$,∴ $A\in\gamma$,又∵直线 $c\subset\gamma$,∴平面 γ 经过直线 c 和点 A.又∵ $A\in a$,$a\parallel c$,∴ $A\notin c$,于是过 c 和点 A 的平面就是平面 α,∴平面 γ 与平面 α 重合,∴ $b\subset\alpha$ 与已知 $b\subset\beta$ 矛盾,∴ b、c 是异面直线.

【反思】 判定或证明两条直线是异面直线,经常使用这两种方法,即(1)用判定定理,(2)反证法.

例2 如图 1-11,已知 E,F,G,H 分别是空间四边形 $ABCD$ 的四条边 AB,BC,CD,DA 的中点.

(1) 求证四边形 $EFGH$ 为平行四边形.

(2) 若 $AC=BD$,求证四边形 $EFGH$ 为菱形.

(3) 若 $AC\perp BD$,求证四边形 $EFGH$ 为矩形.

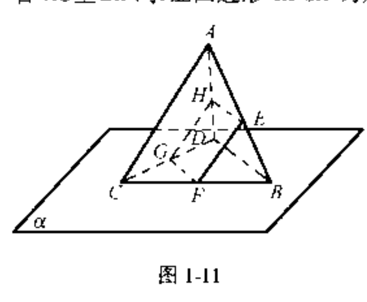


图 1-11

【解析】 (1) $\because E,F$ 分别是 AB、BC 的中点，$\therefore EF \underline{\parallel} \frac{1}{2}AC$.

$\because G,H$ 分别是 CD,AD 的中点，$\therefore GH \underline{\parallel} \frac{1}{2}AC$.

$\therefore EF \underline{\parallel} HG$，即四边形 $EFGH$ 为平行四边形.

(2) $\because E,F$ 分别是 AB,BC 的中点，$\therefore EF=\frac{1}{2}AC$，

又 $\because F,G$ 分别是 BC,CD 的中点，

$\therefore FG=\frac{1}{2}BD$.

$\because AC=BD$，$\therefore EF=FG$.

$\because$ 四边形 $EFGH$ 为平行四边形，$\therefore EFGH$ 为菱形.

(3) $\because EF\parallel AC$，$FG\parallel BD$，$AC\perp BD$，$\therefore EF\perp FG$.

又 $\because EFGH$ 为平行四边形，$\therefore EFGH$ 为矩形.

【反思】 注意平行公理及异面直线垂直的定义在解题中的应用.

例3 如图 1-12，P 是 $\triangle ABC$ 所在平面外的一点，M、N 分别是 AB 和 PC 的中点，已知 $PA=BC$，$AC=PB$，求证：MN 是 AB 和 PC 的公垂线.

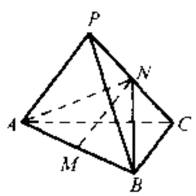


图 1-12

【解析】 连接 AN 和 BN，在 $\triangle PAC$ 和 $\triangle CBP$ 中，$PA=BC$，$AC=PB$，$PC=PC$，$\therefore \triangle PAC\cong\triangle CBP$.

$\because N$ 是 PC 的中点，$\therefore AN=BN$，又 $\because M$ 是 AB 的中点，$\therefore NM\perp AB$.

同理可证 $MN\perp PC$，$\therefore MN$ 是 AB 和 PC 的公垂线.

例4 如图 1-13，在空间四边形 $ABCD$ 中，各边长及对角长都是 a，点 M、N 分别是 BC、AD 的中点，求异面直线 CN，DM 所成角的余弦值.

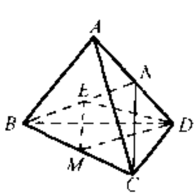


图 1-13

【解析】

方法一：连接 BN，取 BN 的中点 E，连接 ME、DE，$\because$ 点 M 为 BC 的中点，$\therefore ME\parallel CN$，且 $ME=\frac{1}{2}CN$，$\therefore$ 直线 DM、ME 所成的角就是异面直线 CN 与 DM 所成的角. 由已知可知 $\triangle BCD$、$\triangle ACD$、$\triangle ABC$ 都是边长为 a 的正三角形，且 $BN\perp AD$，

$\therefore DM=CN=BN=\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

在 $Rt\triangle DNE$ 中，$\because EN=\frac{\sqrt{3}}{4}a$，$ND=\frac{1}{2}a$，

$\therefore DE=\sqrt{EN^2+ND^2}=\frac{\sqrt{7}}{4}a$.

在 $\triangle DME$ 中，$\because ME=\frac{\sqrt{3}}{4}a$.

$$\therefore \cos\angle DME=\frac{DM^2+ME^2-DE^2}{2DM\cdot ME}=$$

$$\frac{\frac{3}{4}a^2+\frac{3}{16}a^2-\frac{7}{16}a^2}{2\times\frac{\sqrt{3}}{2}a\times\frac{\sqrt{3}}{4}a}=\frac{2}{3},$$

即异面直线 CN 和 DM 所成角的余弦值为 $\frac{2}{3}$.

方法二：如图 1-14，延长 BD 到 E，使 $DE=BD$，连接 CE、NE.

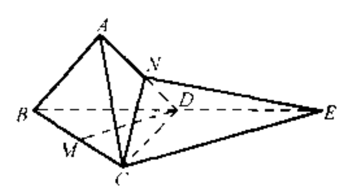


图 1-14

$\because M$ 为 BC 的中点，$\therefore CE\parallel DM$，且 $CE=2DM$.

$\therefore$ 直线 CN 与 CE 所成的角就是异面直线 CN、DM 所成的角.

由已知 $\triangle BCD$、$\triangle ACD$、$\triangle ABD$ 都是边长为 a 的正三角形，

$\therefore DM=CN=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，$\angle ADB=60°$，$\therefore CE=\sqrt{3}a$，$\angle NDE=120°$.

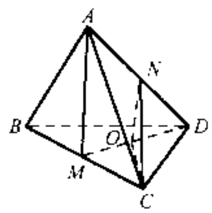
在 $\triangle NDE$ 中，

$$NE=\sqrt{DE^2+DN^2-2DE\cdot DN\cos\angle NDE}=\frac{\sqrt{7}}{2}a.$$

在 $\triangle NCE$ 中，$\cos\angle NCE=\frac{CN^2+CE^2-NE^2}{2\times CN\times CE}=\frac{2}{3}$，即异面直线 CN、DM 所成角的余弦值为 $\frac{2}{3}$.

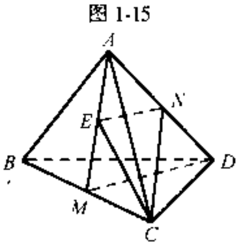
同学们还可采用图 1-15,图 1-16 两种作辅助线的方法进行解题.

【反思】 求异面直线所成的角,可运用异面直线所成的角的定义,采用"平移线段法",将空间问题转化为平面问题,它是求异面直线所成角最基本的方法,处理好平移两条直线中的一条或同时平移两条至恰当位置,是解好这类问题的关键."平移线段法"有(1) 直接平移法;(2) 中位线平移法;(3) 补形平移法等.



其中 O 是 MD 的中点.

图 1-15



其中 E 是 AM 的中点.

图 1-16

基础闯关

一、选择题

1. 直线 a 和 b 是异面直线,直线 $c\parallel a$,那么直线 b 与 c ( )
   A. 异面　　B. 平行
   C. 相交　　D. 相交或异面
2. 直线 m、n 与异面直线 a、b 都相交,则 m、n 的位置关系是 ( )
   A. 平行　　B. 相交
   C. 垂直　　D. 相交或异面
3. 直线 a、b、c 两两异面且两两垂直,a、b 的公垂线为 d,则 d 与 c 的关系为 ( )
   A. 平行　　B. 相交
   C. 异面　　D. 无法确定
4. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,各面正方形的对角线与 AD_1 成 $60°$角的有 ( )
   A. 4 条　　B. 6 条
   C. 8 条　　D. 10 条
5. 若 a、b 是异面直线,c 是 a、b 的公垂线,$d\parallel c$,则 d 与 a、b 两直线交点的个数为 ( )
   A. 0 个　　B. 1 个
   C. 最多 1 个　　D. 1 个或 2 个
6. 图 1-17 是正方体的平面展开图,在这个正方体中,

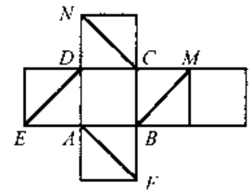


图 1-17

   ① BM 与 ED 平行;
   ② CN 与 BE 是异面直线;
   ③ CN 与 BM 成 $60°$角;
   ④ DM 与 BN 垂直.
   以上四个命题中,正确命题的序号是 ( )
   A. ①②③　　B. ②④
   C. ③④　　D. ②③④
7. 如图 1-18,在正三角形中,D、E、F 分别为各边的中点,G、H、I、J 分别为 AF、AD、BE、DE 的中点,将△ABC 沿 DE、EF、DF 折成三棱锥以后,GH 与 IJ 所成角的度数为 ( )

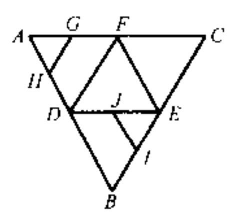


图 1-18

   A. $90°$　　B. $60°$
   C. $45°$　　D. $0°$
8. 如图 1-19,在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,O 是底面 $ABCD$ 的中心,E、F 分别是 CC_1、AD 的中点.那么异面直线 OE 和 FD_1 所成角的余弦值等于 ( )

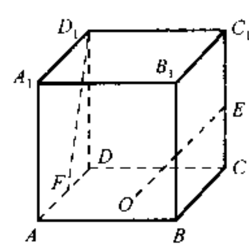


图 1-19

   A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$
   C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{2}{3}$

二、填空题

9. 直线 a、b 是异面直线，$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，且平面 $\alpha\cap\beta=c$，那么 c 与 a、b 的位置关系是________________________.

10. 如果把两条异面直线看做"一对"，那么正方体的12条棱所在的直线中，共有__________对异面直线.

11. 如图1-20，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E、F、G、H、M、N 分别是所在棱的中点，给出以下四个命题：

① GH 和 MN 是平行直线；

② MN 和 EF 是异面直线；

③ GH 和 NF 是异面直线；

④ MN 和 GH 是异面直线.

填上你认为是正确命题的序号________________________.

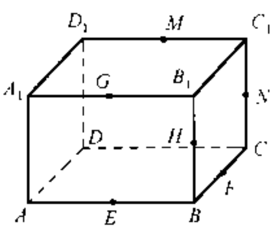


图1-20

12. 如图1-21，空间四边形 $ABCD$，若 M、N 分别为 BD、AC 的中点，$AB=CD=2$，$MN=\sqrt{3}$，则 AB 与 CD 所成的角是____________.

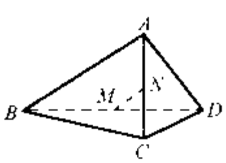


图1-21

13. 如图1-22，$ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是正方体，$B_1E_1=D_1F_1=\frac{A_1B_1}{4}$，则 BE_1 与 DF_1 所成角的余弦值是________________________.

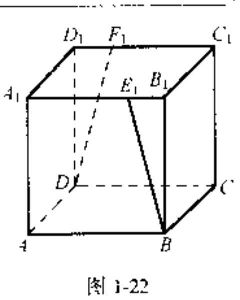


图1-22

14. 把边长为 a 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折起，使 A、C 的距离等于 a，则异面直线 AC 和 BD 的距离为________________.

15. 空间四边形 $ABCD$ 中，E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、DA 的中点，若 $AC=BD=a$，且 AC 与 BD 所成的角为60°，则四边形 $EFGH$ 的面积是________________.

16. 如图1-23，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=b$，$BC=a$，P 是 $\triangle ABC$ 所在平面外一点，$PB\perp AB$，M 是 PA 的中点，$AB\perp MC$，异面直线 MC 与 PB 间的距离为____________.

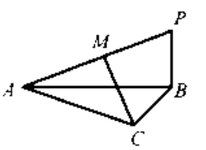


图1-23

应用迁移

三、解答题

17. 如图1-24，已知 E、F 分别是空间四边形 $ABCD$ 的边 AB 与 BC 的中点，G、H 分别是 CD 与 AD 上靠近点 D 的所在边的三等分点，求证：四边形 $EFGH$ 是梯形.

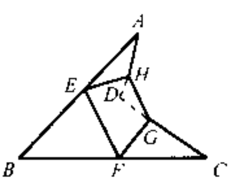


图1-24

18. a、b 是异面直线，A、$B\in a$，C、$D\in b$，E、F 分别是线段 AC 和线段 BD 的内分点，判断 EF 与 a、EF 与 b 的位置关系，并证明你的结论.

19. 已知$\triangle ABC$ 的边 AC 的长为定值，$D\notin$平面 ABC，点 M、N 分别是$\triangle DAB$ 和$\triangle DBC$ 的重心.
求证：无论 B、D 如何变换位置，线段 MN 的长必为定值.

20. 在共点 O 的三条不共面的直线 a、b、c 上，在点 O 的同侧分别取点 A 和 A_1，B 和 B_1，C 和 C_1，使得 $\frac{OA_1}{OA}=\frac{OB_1}{OB}$，$\frac{OA_1}{OA}=\frac{OC_1}{OC}$.
求证：$\triangle ABC\backsim\triangle A_1B_1C_1$.

21. 如图 1-25，已知直线 a，b 是异面直线，a 上两点 A，B 的距离为 8，b 上两点 C，D 的距离为 6，AD，BC 的中点分别为 M，N，且 $MN=5$，求证：$a\perp b$.

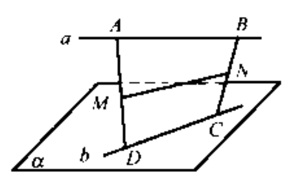


图 1-25