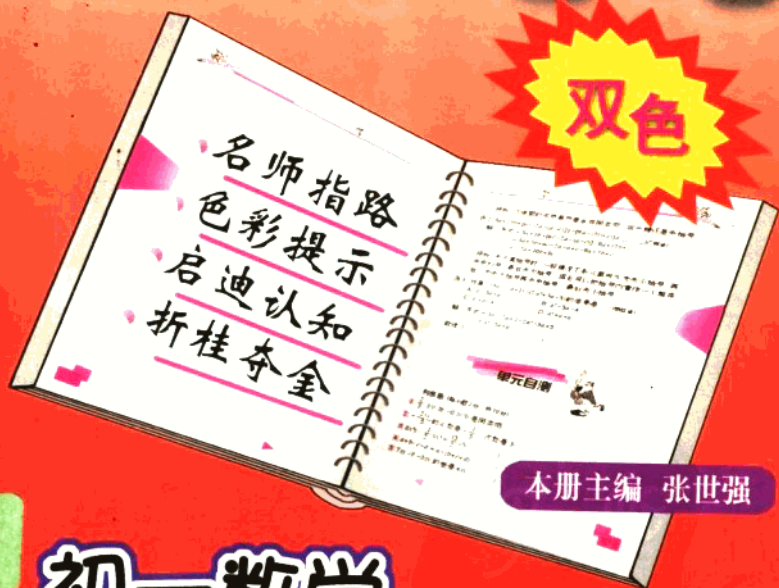




根据教育部新大纲及最新教材编写

金牌笔记

双色



本册主编 张世强

初一数学

北京师范大学出版社



金牌笔记



初一数学

主 编 张世强

编 写 张晓玲 姚立红 杨兰凤

孙红英 李丽华

北京师范大学出版社



图书在版编目(CIP)数据

金牌笔记. 初一数学/刘振山编. —北京: 北京师范大学出版社, 2001. 6

ISBN 7-303-05836-2

I. 金… II. 刘… III. 数学课-初中-教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 042437 号

北京师范大学出版社出版发行

(北京新街口外大街 19 号 邮政编码:100875)

出版人:常汝吉

丰润县印刷有限公司印装 全国新华书店经销

开本:850mm×1168mm 1/32 印张:10.375 字数:220 千字

2001 年 7 月第 1 版 2001 年 7 月第 1 次印刷

印数:1~31 000 定价:14.20 元

《金牌笔记》初中系列编委会

丛书顾问 倪传荣

(北京教育学院院长

北京教育学会会长)

整体策划 北京师范大学出版社综合编辑室

图文设计 企鹅服务技术有限公司

丛书主编 刘振山

编委会 张 艳 张佩珍 张庆华

陈 照 王 健 李庆茹

张效莲 刘西庚 韩雅君

孙 鲤 张世强 刘振山





双色教辅，中学生的朋友

——写在《金牌笔记》初中系列出版之前

初中阶段的学生，其年龄大体在十一二岁至十四五岁之间。心理学上把这个阶段叫作“少年期”或“学龄中期”。它是由童年期向青年期过渡，个体心理发展历程中的一个非常重要的转折期。幼稚与成熟、独立与依赖；感知的发展，求知欲的强烈；抽象思维能力的构建，思维的独立性和批判性显著增强等等，是这个阶段学生身心发展和认知能力的特点。了解这些特点，从学生自身的特点和规律出发，是我们编好教辅书的前提和依据。

近几年来，不少出版社一直在探索如何编写“高品味、高质量”的“新一代教辅书”。关于“高品味、高质量”的标准，人们尽管可以提出许多条，诸如：要体现新的教育观念、教育思想；要遵循教学规律；要满足不同教学环节功能的需要；要符合学生的认知特点等等，但我们认为，归根结底还是要从不同年龄段学生的身心发展实际和认知特点出发。因为新的教育思想也好，教学规律也好，作为观念性的东西，它也只能是对青少年身心发展特点的正确抽象。

正是从这一认识出发，我们在设计《金牌笔记》（初中系列）丛书时，注意并遵循了下述几个原则：

第一，鉴于初中生感知的发展，求知欲的强烈，我们在书中既加大了知识量的供给，但



又要难易适中，体现少而精，使学生在“轻松”中学习。

第二，鉴于初中生思维方式由形象思维占主导向抽象思维占主导的过渡，我们在讲解知识的同时，注意解题思路、方法的渗透和培养，注意学习能力的养成。

第三，鉴于初中生独立探究事物意向的萌发，他们已不再像小学生那样，易于满足教科书的结论或权威解释。我们在书中设置了“误点矫正”，在有些例题解析中设计了不同情景，比较了不同解法，以便启迪异向思维，培养初步的创新能力。

第四，鉴于初中生感观区分能力的增强，我们在正文中使用了双色。“双色”主要不是为了装饰，为了好看；而是通过色彩的不同，把知识与方法；一般知识与重点知识；解析讲述与总结归纳相区别。通过区别、比较、鉴别，强化感观认知度，以增强学习效果。

在上述思想指导下，为方便学生使用，在具体编写过程中，我们力求使本丛书体现如下特点：

1. 依据大纲，同步教材。本丛书各册均按照教育部新大纲和2001年最新教材编写。理科同步到节，文科同步到单元或课。作为课堂笔记、学习指导类教辅书，学生可随教学进度即时参阅。

2. 讲练结合，学考兼济。本丛书将教材的内容进行了系统梳理。“重点分析”、“误点矫正”部分突出训练过程，注重总结归纳；“中考挂钩”部分对近年部分重点省、市中考试题进行了评点；“自检自测”、“综合自测”部分则精心设

了知识检验、能力训练、开放思维等不同类型的试题。既有助于平时学习，又有助于中考总



复习。

3.言简意赅，深入浅出。从减轻学生负担的角度出发，书中对教材中的重点、难点、疑点都做了深入浅出的解析，语言简洁准确，务求实用。

4.彩色提示，版面新颖。用色彩突出重点、难点、疑点；用色彩凸显公式、规律、原理；让色彩告诉你哪些应作为课堂笔记牢记于心。根据内容需要，行文中还不时插入栩栩如生的卡通画，以增加学习兴趣。

《金牌笔记》（初中系列）丛书是我们在探索“新一代教辅书”的过程中诞生的，无论是内容还是形式，都作了某些创新尝试，不敢妄言其好，但确是我们用心用力去做的一套高档次的教辅书。诚愿得到广大初中朋友们的喜欢，同时也就教于同行们的指点。

北京师范大学出版社综合编辑室
《金牌笔记》编委会

目录

代数

第一章 代数初步知识 (1)

第二章 有理数 (22)

第三章 整式的加减 (49)

第四章 一元一次方程 (65)

第五章 二元一次方程组 (114)

第六章 一元一次不等式和一元一次不等式组 (149)

第七章 整式的乘除 (184)

几何

第一章 线段、角 (249)

第二章 相交线、平行线 (274)



代数

第一章 代数初步知识





知识网络



重点分析

一、代数式的定义

用运算符号把数和表示数的字母连接起来的式子叫做代数式。
单独一个数或字母也叫代数式。

例 1. 下列各式中，哪些是代数式，哪些不是代数式

(1) $2x-x$;

(2) $a^2+3ab-2b^2$;

(3) a ;

(4) $7x-2y > 0$;

(5) $\frac{1}{2}$;

(6) $a+b=b+a$;



(7) $\frac{1}{x}+y$;

(8) $2+7=9$;

(9) a^2 ;

(10) $S=\frac{1}{2}(a+b)h$

分析: 根据代数式的定义可知, 代数式中只能含有运算符号, 如“+”、“-”、“ $\times$ ”、“ $\div$ ”和乘方等, 不能含有“=”、“>”、

“<”、“ $\neq$ ”等非运算符号, 所以(4) $7x-2y>0$; (6) $a+b=b+a$;

(8) $2+7=9$; (10) $S=\frac{1}{2}(a+b)h$, 都不是代数式.

解: (1) $2x-y$; (2) $a^2+3ab-b^2$; (3) a ; (5) $\frac{1}{2}$;

(7) $\frac{1}{x}+y$; (9) a^2 都是代数式.

(4) $7x-2y>0$; (6) $a+b=b+a$; (8) $2+7=9$;

(10) $S=\frac{1}{2}(a+b)h$ 都不是代数式.

例 2. 说出下列代数式的意义

(1) $3x-2$;

(2) $2(a-3)$;

(3) a^2-b^2 ;

(4) a^2+b^2 ;

(5) $(a+b)^2$;

(6) $\frac{b}{a+1}$;

解: (1) $3x-2$ 的意义是 $3x$ 与 2 的差;

(2) $2(a+3)$ 的意义是 2 与 $a+3$ 的积;

(3) a^2-b^2 的意义是 a 、 b 的平方差;

(4) a^2+b^2 的意义是 a 、 b 的平方和;

(5) $(a+b)^2$ 的意义是 a 、 b 的和的平方;

(6) $\frac{b}{a+1}$ 的意义是 b 除以 $a+1$ 的商.

二、列代数式

把与数量有关的词语用代数式表示出来叫列代数式.

例 3. 用代数式表示



(1) a 的 2 倍与 b 的平方的差, $2a - b^2$

(2) x 的 3 倍与 y 的一半的和, $3x + \frac{1}{2}y$

(3) a 除以 b 加 2 和的商, $a \div (b+2)$

(4) a 的百分之三与 b 的百分之五的和, $3\%a + 5\%b$

解: (1) $2a - b^2$;

(2) $3x + \frac{1}{2}y$;

(3) $\frac{a}{b+2}$;

(4) $3\% \cdot a + 5\% \cdot b$.

注意: (1) 在代数式中若出现数与字母相乘时, 一般地将数放在字母的前面. 如: $a \cdot 2$ 写为 $2a$.

(2) 在代数式中一般地用 “ $\cdot$ ” 代替乘号或省略. 如 $2 \times a$, 写为 $2 \cdot a$ 或 $2a$. 当然若出现数与数相乘时是不能省略的, 如 2×3 写为 $2 \cdot 3$, 而中间的乘号或 “ $\cdot$ ” 是不能省略的.

(3) 在代数式中出现除法运算时, 一般用分数线代替除号.

例 4. 设甲数为 x , 用代数式表示乙数

(1) 乙数比甲数的 2 倍大 5, $2x + 5$

(2) 乙数比甲数的平方小 3, $x^2 - 3$

(3) 乙数的 2 倍比甲数大 7, $\frac{x+7}{2}$

(4) 甲数的 16% 比乙数大 8, $16\%x - 8$

解: (1) $2x + 5$;

(2) $x^2 - 3$;

(3) $\frac{1}{2}(x+7)$;

(4) $16\%x - 8$;

例 5. 用代数式表示

(1) 一项工程, 甲独作需 m 天, 乙独作需 n 天, 则甲乙合作需多少天? $\frac{1}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}$

(2) 甲乙两车从相距 m 千米的 A、B 两地同时相向出发, 甲的速度为 a 千米/时, 乙的速度为 b 千米/时, 则需多少小时两车相遇? $\frac{m}{a+b}$

(3) 一轮船在静水中的速度为每小时 a 公里, 水流的速度是每小



$$\frac{s}{a-b}$$

时 b 公里. 问: 轮船逆水航行 s 公里需要多少时间?

(4) 一个两位数, 十位上的数字为 a , 个位上的数字比十位上的数字大3, 则这个两位数是多少? $10a+(a+3)$

分析: (1) 甲独作需 m 天, 那么甲一天可做全部工程的 $\frac{1}{m}$.

乙独作需 n 天, 那么乙一天可做全部工程的 $\frac{1}{n}$. 因此, 可

知甲、乙合作一天可做全部工程的 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$, 所以甲、乙合

作需 $\frac{1}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}$ 天.

(2) 甲、乙的路程和为 m 千米, 若所用的时间为 t 小时, 则

$t \cdot a + t \cdot b = m$, 所以 $t = \frac{m}{a+b}$ (小时).

(3) 轮船在逆水航行时的实际速度为 $(a-b)$ 公里/时, 所以航行 s 公里需 $\frac{s}{a-b}$ 小时.

(4) 根据题意, 个位上的数字为 $a+3$, 则这个两位数应为

$10a+(a+3)$.

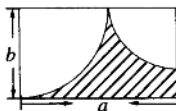
解: (1) $\frac{1}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}$ 天, 或化简为 $\frac{mn}{m+n}$ 天;

(2) $\frac{m}{a+b}$ (小时);

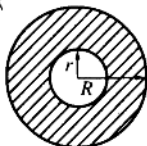
(3) $\frac{s}{a-b}$ 小时;

(4) $10a+(a+3)$;

例 6. 用代数式表示下列各图中阴影部分的面积



$$ab - \frac{1}{4}\pi a^2 = \frac{1}{4}\pi b^2$$



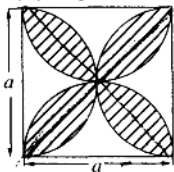
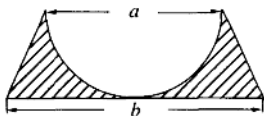
$$\pi R^2 - \pi r^2$$





$$\frac{1}{2}(a+b) \times h - \frac{1}{2}(\frac{a}{2})^2 \pi$$

$$2R^2 - a^2$$



- 分析: 图(1)中的阴影部分的面积是长方形中挖去了两个 $\frac{1}{4}$ 圆;
图(2)中的阴影部分是大圆中挖去一个小圆;
图(3)中的阴影部分是梯形中挖去一个半圆;
图(4)中的阴影部分是两个圆与正方形重叠的部分.

解: 图(1) $ab - \frac{1}{4} \pi b^2 - \frac{1}{4} \pi (a-b)^2$;

图(2) $\pi R^2 - \pi r^2$ 或 $\pi(R^2 - r^2)$;

图(3) $\frac{1}{4}(a+b)a - \pi(\frac{a}{2})^2$;

图(4) $2\pi \cdot (\frac{a}{2})^2 - a^2$.

- 思考: 图(4)还有什么方法吗?

三、代数式的值

用数值代替代数式里的字母, 计算后所得的结果, 叫做代数式的值.

例 7. 求下列代数式的值

- (1) $3x^2 - 2x + 1$, 其中 $x=2$; 9
(2) $a^2 - 2ab + b^2$, 其中 $a=1$, $b=\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$
(3) $\frac{a-b}{a+b}$, 其中 $a=3$, $b=1$; $\frac{1}{2}$
(4) $a^2 - \frac{b}{2a}$, 其中 $a=2$, $b=2$; $\frac{1}{2}$

- 解: (1) 当 $x=2$ 时, $3x^2 - 2x + 1 = 3 \cdot (2)^2 - 2 \cdot 2 + 1 = 9$;



○ (2) 当 $a=1, b=\frac{1}{2}$ 时, $a^2-2ab+b^2=(1)^2-2(1)\times(\frac{1}{2})+(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$;

○ (3) 当 $a=3, b=1$ 时, $\frac{a-b}{a+b}=\frac{3-1}{3+1}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$;

○ (4) 当 $a=2, b=2$ 时, $a^2-\frac{b}{2a}=2^2-\frac{2}{2\times 2}=4-\frac{1}{2}=3\frac{1}{2}$;

例 8. 当 $x-y=3$ 时, 求代数式 $2(x-y)^2+3x-3y+1$ 的值

○ 解: $2(x-y)^2+3x-3y+1=2(x-y)^2+3(x-y)+1$;

当 $x-y=3$ 时, 原式 $=2\times(3)^2+3\times 3+1=28$.

例 9. 当 $\frac{2b+3}{3a+1}=\frac{3}{2}$ 时, 求代数式 $\frac{4b+6}{3a+1}-\frac{6a+2}{6b+9}-\frac{1}{9}$ 的值

○ 分析: $\frac{4b+6}{3a+1}=\frac{2(2b+3)}{3a+1}$; $\frac{6a+2}{6b+9}=\frac{2(3a+1)}{3(2b+3)}$, 通过代数式

○ 的整理后, 我们发现将 $\frac{2b+3}{3a+1}=\frac{3}{2}$ 整体代入代数式中使问题

可以解决. 这种方法我们称为整体代入法.

○ 解: $\frac{4b+6}{3a+1}-\frac{6a+2}{6b+9}-\frac{1}{9}$

○ $=\frac{2(2b+3)}{3a+1}-\frac{2(3a+1)}{3(2b+3)}-\frac{1}{9}$;

○ 当 $\frac{2b+3}{3a+1}=\frac{3}{2}$ 时, 即 $\frac{3a+1}{2b+3}=\frac{2}{3}$

○ 原式 $=2\times\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}-\frac{1}{9}=3-\frac{4}{9}-\frac{1}{9}=\frac{22}{9}$

例 10. 若代数式 $3x^2+4x+5$ 的值是 6, 求代数式 $6x^2+8x+11$ 的值

○ 解: 由已知可得:

$3x^2+4x+5=6$;

○ 即: $3x^2+4x=6-5$;

$3x^2+4x=1$;

○ $6x^2+8x+11=2(3x^2+4x)+11$



当 $3x^2+4x=1$ 时,

原式 $= 2 \times 1 + 11 = 13$.

例 11. (1) 已知 $x+2y=1$, 求代数式 $\frac{2x+4y-2}{3}$ 的值

(2) 已知 $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}$, 且 $a+2b+c=32$, 求代数式 $a-3b+5c$ 的值.

解: (1) $\frac{2x+4y-2}{3} = \frac{2(x+2y)-2}{3}$ 当 $x+2y=1$ 时,

原式 $= \frac{2 \times 1 - 2}{3} = 0$,

解: (2) 设 $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = k$, 则 $a=3k, b=4k, c=5k$, 那么

$a+2b+c=3k+8k+5k=32$ 即: $16k=32$,

所以 $k=2$, 那么 $a=3k=6, b=4k=8, c=10$.

则 $a+3b+5c=6+24+50=80$.

例 12. 当 $a=3b$ 时, 求代数式 $\frac{3a+4b}{2a-b}$ ($b \neq 0$) 的值

解: 当 $a=3b$ 时,

$\frac{3a+4b}{2a-b} = \frac{9b+4b}{6b-b} = \frac{13b}{5b}$,

$\because b \neq 0$

$\therefore$ 原式 $= \frac{13b}{5b} = \frac{13}{5}$.

四、公式:

表示一些常用的、基本的数量关系的等式叫做公式.

常用的公式有:

(1) 路程公式 $s=vt$. (其中 s 表示路程, v 表示速度, t 表示时间).

(2) 正方形的周长公式:

$L=4a$. (L 表示周长, a 表示边长).

(3) 正方形的面积公式:

$S=a^2$. (S 表示正方形的面积, a 表示边长).

(4) 长方形的周长公式



$L=2(a+b)$. (a 表示长方形的长, b 表示宽)

(5) 长方形的面积公式:

$S=ab$. (a 表示长方形的长, b 表示宽)

(6) 三角形的面积公式:

$S=\frac{1}{2}ah$. (a 表示三角形的一边的长, h 表示此边对应的高)

(7) 梯形的面积公式:

$S=\frac{1}{2}(a+b)h$. (a 表示梯形的上底, b 表示梯形的下底, h 表示梯形的高)

(8) 圆的周长公式:

$C=2\pi R$. (C 表示圆的周长, R 表示半径, π 表示圆周率)

(9) 圆的面积公式:

$S=\pi R^2$. (S 表示圆的面积, R 表示半径)

(10) 正方体的体积公式:

$V=a^3$. (V 表示正方体的体积, a 表示正方体的棱长)

(11) 长方体的体积公式:

$V=abc$. (a 、 b 、 c 分别表示长方体的长、宽、高)

(12) 圆柱的体积公式:

$V=\pi R^2h$. (R 表示底圆的半径, h 表示圆柱的高)

(13) 圆锥的体积公式:

$V=\frac{1}{3}\pi R^2h$. (R 表示圆锥底圆的半径, h 表示圆锥的高)

例13. 已知梯形的上底 $a=3\text{cm}$, 下底 $b=5\text{cm}$, 高为 6cm , 求梯形的面积.

解: $S=\frac{1}{2}(a+b)h$

$$=\frac{1}{2}(3+5)\times 6$$
$$=\frac{1}{2}\times 8\times 6$$