初中数学复习指导

CHU ZHONG SHU XUE FU XI ZHI DAO

山东教育出版社

初中数学复习指导

《初中数学复习指导》编写组 编

山东教育出版社

一九八二年·济南

初中数学复习指导

《初中数学复习指导》编写组编

*

山 东 教 育 出 版 社 出 版

（济南经九路胜利大街）

山东省新华书店发行　山东新华印刷厂潍坊厂印刷

*

787×1092毫米 32开本　12印张　258千字

1982年3月新1版　1982年3月第1次印刷

印数 1—150,000

书号 7275·47　定价 0.81元

前　　言

为了帮助初中毕业生系统地复习、巩固所学知识，我们组织编写了初中语文、数学、物理、化学、英语的复习指导。

各科复习指导，均以教育部制定的教学大纲为准绳，紧扣课文，力求做到系统、完整，并突出指导性，以使学生既能较好地掌握各门学科的基础知识和基本技能，又能懂得一些学习要领，扎扎实实打好初中阶段的基础。

各科复习指导都由三部分组成：复习要点，基础知识，练习。这三部分内容体现在各章节、单元之中，以便于提纲挈领、系统地进行复习。书末附有三组自我测验题，供读者自我测试或教师参考。

《初中数学复习指导》由郭承康、张绪勇二同志编写。

由于我们水平所限，缺乏编写经验，本书可能存有缺点和不妥之处，恳切希望读者多提宝贵意见，以便再版时修改、补充。

编　者

1981年9月

目　　录

第一章　有理数的概念和运算

数的概念是随着人类生产活动的需要逐渐形成和发展起来的。数的概念每一次扩展都给数学解决实际问题提供了新的工具。

一、自　然　数

1. 自然数的有关概念　表示物体的个数或事物次序的数叫做自然数，又叫正整数，如1，2，3，4，……等等。其中2，4，6，8，……叫做偶数。一般用$2n$表示，n为自然数。1，3，5，7，……叫做奇数。一般用$2n-1$表示，n为自然数。

质数　大于1的正整数，只能被1和它本身整除，而不能被其他正整数整除，这样的正整数叫做质数，也叫素数。如2，3，5，7，……。

合数　一个正整数除了能被1和它本身整除以外，还能被另外的正整数整除，这样的正整数叫做合数，也叫复合数。如4，6，9，10，……。

由此可知全体正整数可分为三类：

（1）单位“1”这一个数；

（2）全体质数；

(3) 全体合数。

互质　如果两个正整数的最大公约数是1，就叫做这两个数互质，也叫互素，如9与25等。

2. 自然数的性质

(1) 在自然数集合中，有最小的数"1"，没有最大的数。

(2) 自然数有顺序性，即任意两个自然数可比较大小。

(3) 每个自然数都有它自己的唯一的后继数。如：1，2，3，4，……的后继数分别是2，3，4，5，……。

(4) 因为　正整数＋正整数＝正整数；

正整数×正整数＝正整数.

是很明显的。所以在自然数集合中，永远可以进行加法与乘法两种运算。

二、整　　数

正整数减去正整数，得到的可能是正整数，也可能不是正整数.

$-1, -2, -3, -4, \cdots\cdots, -n, \cdots\cdots$，这些数叫做负整数。而正整数和负整数再加零，就统一叫做整数。$0, -2, -4, -6, \cdots\cdots$也叫偶数；$-1, -3, -5, -7, \cdots\cdots$也叫奇数。

在整数集合中，有：

整数＋整数＝整数；

整数－整数＝整数；

整数×整数＝整数。

所以在整数集合中，永远可以进行加法、减法、乘法三种运算。

但整数除整数不一定得到整数，究竟什么样的整数除什么样的整数才能得到整数呢？这就需要研究整数的整除性。

1．定义　设 a、b 是整数（$b\neq 0$），如果有一个整数 c，它能使得 $a=bc$，则 a 叫做 b 的倍数，b 叫做 a 的因数。我们有时说，b 能整除 a 或 a 能被 b 整除；也有时说，b 能除尽 a 或 a 能被 b 除尽。记作：$b|a$。例如 $2|4$，$6|(-30)$，$(-5)|20$。如果 b 不能整除 a，记作：$b\nmid a$，例如 $2\nmid 3$，$(-5)\nmid 12$。

2．整数的整除性　（a、b、c 均为整数）

（1）如果 $b|a$，那么，$(-b)|a$，$b|(-a)$，$(-b)|(-a)$，$|b|\,\big|\,|a|$。

（2）如果 $a|b$，$b|c$，那么，$a|c$。

（3）如果 $a|b$，$a|c$，那么，$a|(b\pm c)$。

（4）如果数 a 的末位数字能被 2 或 5 整除，那么，数 a 一定能被 2 或 5 整除．反之也是正确的。

（5）如果数 a 的末两位数（就是由末两位数字所组成顺序相同的两位数）能被 4 或 25 整除，那么，数 a 就一定能被 4 或 25 整除．反之也是正确的。

（6）如果数 a 的末三位数能被 8 或 125 整除，那么，数 a 就一定能被 8 或 125 整除。反之也是正确的。

（7）如果数 a 的数字和能被 3 或 9 整除，那么，数 a 就一定能被 3 或 9 整除．反之也是正确的。

（8）如果数 a 的奇数位的数字和与偶数位的数字和之差能被 11 整除，那么，数 a 就一定能被 11 整除，反之也是正确的。

例　182831 能否被 11 整除？

解：∵ $\frac{(8+8+1)-(1+2+3)}{11}=1$，

∴ 182831 能被 11 整除。

3．运算定律

(1) 加法交换律、结合律：

$$a+b=b+a;\qquad (a+b)+c=a+(b+c).$$

(2) 乘法交换律、结合律：

$$ab=ba;\qquad (ab)c=a(bc).$$

(3) 乘法对加法分配律：

$$a(b+c)=ab+ac.$$

三、有 理 数

1．有理数的有关概念

正分数、负分数统称为分数．整数和分数统称为有理数。任何一个有理数都可以用 $\frac{m}{n}$ 形式表示（m、n 为互质整数，$n\neq0$）。

数轴 规定了原点、方向和长度单位的直线叫做数轴。有理数集合中每一个数在数轴上都对应着唯一的点．虽很稠密，但还有空隙．

相反数 a 与 $-a$ 互为相反数，零的相反数是零．相反数的几何意义是数轴上在原点两方而和原点距离相等两个对应点所表示的数．

绝对值 正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零．就是：

$$|a|=\begin{cases}a & a\text{ 为正数时,}\\ 0 & a\text{ 为零时,}\\ -a & a\text{ 为负数时.}\end{cases}$$

注意：任何一个数的绝对值总是正数或零，绝不是负数。即$|a|$为非负数。

$|a|$的几何意义是数a在数轴上的对应点到原点的距离。

大小比较

在数轴上表示两个有理数，右边的数总比左边的数大。因此，正数都大于零，也大于一切负数。反之，大于零的数为正数。负数都小于零，也小于一切正数。反之，小于零的数为负数。两个正数，绝对值大的数较大，两个负数绝对值大的数反而小。

2．有理数数系表

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数(自然数)}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\text{有限小数}\\ \text{无限循环小数.}\end{cases}\end{cases}$$

3．有理数的性质

(1) 在有理数集合中，没有最小的数，也没有最大的数。

(2) 有理数具有稠密性，即任意两个有理数之间都存在有其他很多个有理数。

(3) 有理数具有顺序性。

(4) 有理数具有间断性，即任意两个有理数之间有非有

理数存在，所以有理数集合与数轴上点的集合不是一一对应的。

(5) 在有理数集合中，永远可以进行加、减、乘（包括乘方）、除（除数不为零）四种运算。

4. 有理数的运算

有理数的运算定律与整数运算定律相同。

加法与减法、乘法与除法互为逆运算，在一定条件下可以互相转化。

加法：同号两数相加，符号不变，并把绝对值相加；异号两数相加，取绝对值较大加数的符号，并用较大绝对值减较小绝对值。

减法：将减法转化为加法。减去一个数等于加上这个数的相反数，再按加法法则计算。

乘法：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。

倒数：$1 \div a(a \neq 0)$所得的商$\frac{1}{a}$，叫做数a的倒数。因为$a \times \frac{1}{a} = 1$，所以，若两个数的乘积是1，叫做这两个数互为倒数。如$\frac{c}{b}$与$\frac{b}{c}$等。

除法：两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除（除数不为零）。除法也可以转化为乘法：即除以一个不为零的数，等于乘以这个数的倒数，再按乘法法则计算。

乘方：求相同因数积的运算叫做乘方。乘方的结果叫做幂。即：

$$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\cdots\cdots\cdot a}_{n\text{ 个}}=a^n. \quad (n\text{ 为正整数})$$

在 a^n 中 a 叫做底数，n 叫做指数，a^n 叫做幂。

注意：$(-1)^{2n}=1$，$(-1)^{2n+1}=-1$，$0^n=0$。

混合运算：按运算顺序，先算乘方，再算乘除，最后算加减，由左向右进行计算。如果有括号，先算括号里面的数。多个括号可以由内到外，也可由外到内计算。

5．近似数和有效数字

表示量的准确值的数叫做准确数，用一个和准确数相差不大的有理数来表示准确数，这个有理数就是近似数。

近似数的截取方法：一般使用四舍五入法，有时也用收尾法或去尾法。近似数和准确数相差越小，近似数就更接近于准确数，我们就说这个近似数有较高的精确度。

在这类近似数里，从左边第一个不是零的数字起到保留的数位为止，所有的数字都叫做这个近似数的有效数字。如：0.03204、180 的有效数字分别是 3204 与 180。

6．平方表与立方表的使用(略)

例 1　比较大小：

(1) -0.74 与 $-\frac{3}{4}$；　(2) a 与 $-a$。

解：(1) $\because\ -\frac{3}{4}=-0.75$，　而 $|-0.74|<|-0.75|$，

$$\therefore\ -0.74>-\frac{3}{4}.$$

(2) 如　$a>0$，　则　$a>-a$；

如　$a=0$，　则　$a=-a$；

如 $a<0$，　则 $a<-a$。

例 2　计算：

（1）$|a-2|$；　　（2）$|6-a|-|2a+1|$。$(a<-5)$

解：（1）如 $a>2$，则 $|a-2|=a-2$；

如 $a=2$，则 $|a-2|=0$；

如 $a<2$，则 $|a-2|=-(a-2)=2-a$。

（2）$\because\ a<-5$，

$\therefore\ 6-a$ 为正值；$2a+1$ 为负值。

$\therefore\ |6-a|-|2a+1|=(6-a)-[-(2a+1)]$

$=6-a+2a+1=7+a$。

说明：第(1)题中因为没有指出 a 的取值范围，所以需要通过讨论 a 的取值范围，判定出绝对值符号内的数的正负，从而脱掉绝对值符号，而得到三种不同的答案。

第(2)题中由于给出了 a 的取值范围，所以只需根据 a 值范围，判定出绝对值符号内的数的正负，而脱掉绝对值符号就可以了。

例 3　计算：

（1）$-2^2+(-2)^2-(-1)^3\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\div\frac{1}{6}-|-1|$；

（2）$\frac{1}{(-0.2)^2}\div\left[2\frac{1}{2}-\left(-1+2\frac{1}{4}\right)\right]\times0.4$。

解：（1）原式 $=-4+4-(-1)\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times6-1$

$=\frac{2-3}{6}\times6-1=-1-1=-2$。

（2）原式 $=\frac{1}{0.04}\div\left[2\frac{1}{2}-1\frac{1}{4}\right]\times0.4$