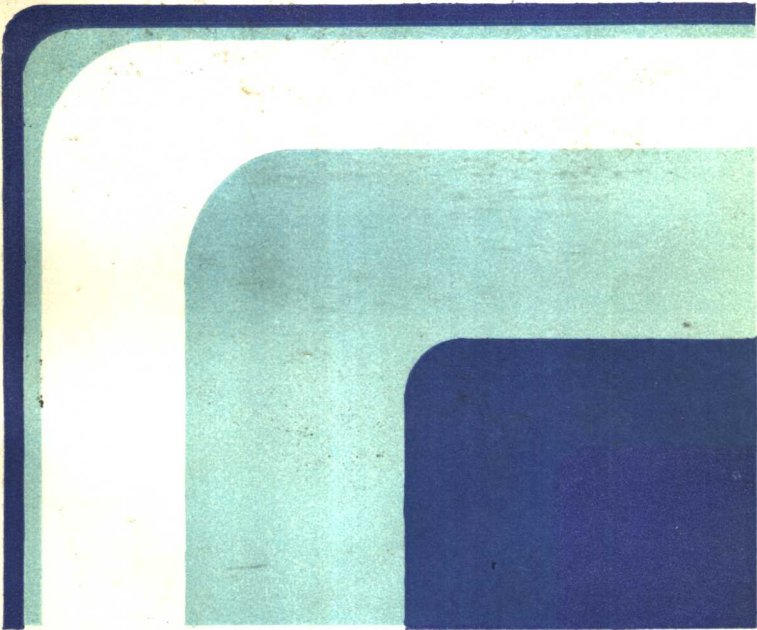


初中数学客观题 及其解法

主 编 贺家勇

副主编 曹星照 邱景若



东北师范大学出版社

本、书 编 写 人

主 编 贺家勇
副主编 曹星照 邱景若
编 委 罗廷金 王观初
李世权 傅绍立
周乃安 刘镜明
戴仁贵 向延维
田仲平 黄继炳
曹继银 韩建忠
周绍杰 郑传真
李祖宣

初 中 数 学 客 观 题 及 其 解 法
ZHONGXUE SHUXUE KEGUANTI JIQI JIEFA
主 编 贺家勇 副主编 曹星照 邱景若

责任编辑：李殿国 封面设计：王晓夕 责任校对：金 伦

东北师范大学出版社出版 吉林省新华书店发行
(长春市斯大林大街110号) 长春市第五印刷厂印刷

开本：787×1092毫米1/32 1988年4月第1版
印张：12 6875 1988年4月第1次印刷
字数：280千 印数：00001—30000册

ISBN 7 - 5602 - 0141 - 5/G · 46 定价：2.50元

前 言

现行初中数学课本中客观性例题、习题不多，而现行各类考试中，客观性试题却占很大的比重。教师为查找或编写这类习题，常常花费很多精力，这就无形中加重了教师的负担。广大初中同学也迫切希望知道一些标准化考试的常识，全面了解客观性试题的概貌，掌握解答客观性试题的基本规律。如果有一本配合初中数学课本的客观性习题集，对于广大初中师生的教学与学习无疑是十分有益的。基于这样的想法，我们参照《全日制中学数学教学大纲》（1987年1月版）和现行初中数学课本，编写了这本《初中数学客观题及其解法》。

本书编写计划由罗廷金、贺家勇拟定。分别由贺家勇（第一章）、罗廷金（第二章）、邱景若（第三章§1）、王观初（第三章§2）、李世权（第三章§3）、傅绍立（第三章§4）、周乃安（第三章§5）、刘镜明（第三章§6）、戴仁贵（第三章§7）、向延维、田仲平（第三章§8）、黄继炳（第三章§9）、曾继银（第三章§10）、韩建忠（第三章§11）、周绍杰（第三章§12）、曹星照（第三章§13）、郑传真、李祖宣（第三章§14）写出初稿。经正、副主编统稿修改后，湖南教育学院张运筹副教授、湖南常德教师进修学院罗廷金副教授分别审阅了部分书稿，并提

出不少建设性意见。本书全部插图由李树珍绘制。在此，对两位重视和关心初中数学教学的同志及其他有关同志表示衷心的感谢。

限于水平，书中的疏漏甚至错误在所难免，恳切地希望使用本书的教师和同学批评指正。

编 者

一九八七年十月

目 录

第一章 绪 论	(1)
§1 客观题的意义和作用	(1)
一、标准化考试简介	(1)
二、客观题的意义和作用	(5)
§2 客观题的类型及其结构分析	(8)
一、选择题	(8)
二、填空题	(17)
三、判断题	(21)
§3 编拟客观题的原则和方法	(22)
一、编拟选择题应遵循的几个原则	(22)
二、编拟选择题的几种常用方法	(30)
第二章 客观题的基本解法	(34)
§1 观察法	(35)
一、细致观察	(35)
二、对比观察	(39)
三、归纳观察	(40)
四、探索性观察	(41)
五、机遇观察	(42)
§2 试验法	(43)
一、——试验	(43)

二、特值(特性)试验	(44)
§3 筛选法	(47)
一、特值(特性)筛选	(47)
二、定义筛选	(49)
三、矛盾筛选	(51)
四、反例筛选	(52)
§4 逻辑分析法	(54)
§5 几何直观法	(58)
§6 多元选择题的解法	(64)
§7 其它类型的客观题解法举例	(70)
第三章 客观题荟萃及解法举例	(75)
§1 实数	(75)
一、解法举例	(75)
二、客观题荟萃	(79)
三、答案、提示或略解	(85)
§2 式	(86)
一、解法举例	(86)
二、客观题荟萃	(98)
三、答案、提示或略解	(108)
§3 一次方程	(110)
一、解法举例	(110)
二、客观题荟萃	(118)
三、答案、提示或略解	(128)
§4 二次方程	(132)
一、解法举例	(132)
二、客观题荟萃	(146)
三、答案、提示或略解	(164)

§5 不等式	(166)
一、解法举例	(166)
二、客观题荟萃	(175)
三、答案、提示或略解	(181)
§6 指数与对数	(183)
一、解法举例	(183)
二、客观题荟萃	(199)
三、答案、提示或略解	(206)
§7 直角坐标系	(211)
一、解法举例	(211)
二、客观题荟萃	(218)
三、答案、提示或略解	(222)
§8 解三角形	(223)
一、解法举例	(223)
二、客观题荟萃	(233)
三、答案、提示或略解	(242)
§9 函数及其图象	(244)
一、解法举例	(244)
二、客观题荟萃	(252)
三、答案、提示或略解	(270)
§10 三角形	(274)
一、解法举例	(274)
二、客观题荟萃	(287)
三、答案、提示或略解	(300)
§11 四边形	(305)
一、解法举例	(305)
二、客观题荟萃	(313)

三、答案、提示或略解	(325)
§12 相似形	(327)
一、解法举例	(327)
二、客观题荟萃	(335)
三、答案、提示或略解	(338)
§13 圆	(353)
一、解法举例	(353)
二、客观题荟萃	(364)
三、答案、提示或略解	(379)
§14 综合练习	(382)
一、解法举例	(382)
二、客观题荟萃	(386)
三、答案、提示或略解	(394)

第一章 绪 论

§ 1 客观题的意义和作用

一、标准化考试简介

本书介绍初中数学客观题及其解法。为了说明什么是客观题，我们从标准化考试谈起。

标准化考试是近几十年来国际上广泛流行的一种考试方法。我国各科高考试题的标准化程度愈来愈高，不久将会采用这种考试形式（上海、广东等地从1985年开始，已经在进行标准化考试试验），不少省、市、地区的中考，也正在逐步向标准化考试靠拢。

所谓标准化考试，就是按照系统的科学程序组织，具有统一的标准，并对误差作了严格控制的考试。具体来说，就是制定出比较客观和规范的标准，从命题、施测到阅卷评分等各个环节，努力减少或避免各种误差，从而测出考生比较真实的成绩的过程。因此，标准化考试也可以说是一种公平性考试。

标准化考试应具备以下基本要素

1. 要有考试大纲或考试指导书。考试大纲可以使教学大纲具体化，它的作用在于明确地告诉考生考试的要求、内容和方法。考生可按照大纲要求全面备考，不用花功夫去猜测题型，以减少临场的心理负担。考试大纲或考试指导书的主要内容是：考试的性质是什么（成绩考试、水平考试、学能考试、诊断性考试）；考试的范围、内容和要求如何；各部分内容的比重怎样；考试采用哪种形式（开卷、闭卷或实际操作等）；采用哪些题型；怎样计分，考试时间多长，等等。在考试大纲或考试指导书的最后，一般还附上一份模拟试题。模拟试题是考试大纲的直接体现，考生动手做一遍，可以从模拟试题中揣摩正式考试试题的难度，了解正式考试的实际要求。

考试大纲或考试指导书一般提前一年（或半年）公布，其目的是使全体考生尽早明确考试的目的与要求，基本做到心中有数，以便向同一目标努力。

2. 命题必须标准化。命题时，要有依照考试大纲或考试指导书制定的“命题双向细目表”。命题双向细目表是一种考查目标与考查内容的联列表，表中具体规定每项考查目标与内容的比例（一般根据教学时数或重要性来确定）。它是设计试题的蓝图，由少数命题人员制定和掌握。

3. 试题必须经过试测或调试，并计算出各题的难度和区分度，进而估计整个试卷的信度和效度。所谓试测，就是将初步确定的一些试题在能代表将来的考试对象的样本（学生）中进行测验，看是否真正符合既定的意图。因为初步拟定的试题尽管在内容上和形式上基本符合要求，但试题性能

之优劣，不能凭主观臆断，必须经过实际测试获得客观资料，为进一步筛选确定试题提供依据。一个标准化考试有成千上万个考生，它本身又是一个选拔人才的决策过程，需要有较高的信度与效度，这就决定了试测是标准化考试的一个重要步骤。试测有两个目的，一是测定试题的质量，看难度、区分度、信度、效度是否符合要求；二是检验几套平行试题是否基本等值。

信度和效度是衡量一个优良考试的两个重要指标。信度和效度，前者所关心的是考试是否可靠，后者所关心的是考试考什么以及考试对考试目的的有效性问题的。具体地说，信度指测量和评分的准确度，它反映考试分数可准确重现的程度（即同一个人再进行同样的考试，是否还能得到同样的考分）。效度则是指考试对于考试目的测量的有效性程度，是一个优良考试首先必须具备的指标。计算信度和效度有现成的公式，限于篇幅，我们不作专门介绍。

4. 考试的实施过程必须统一规范，考试的时间和进程必须统一。比如，对于考场设置、收发试卷的手续、考生注意事项、对考试的说明、主试者的态度、意外事件如何处理等都应明确规定，任何人不得随意变更。总的要求是，无论什么人、在什么时候、什么地点主持同一考试，都必须说同样的话、做同样的事，以保证施测条件与实施手续尽量客观化，努力避免客观环境与各种偶然因素对考生成绩的影响。

标准化考试大量采用的是选择题等能客观评分的题目。对于求解题、证明题等，则应定出详细的评分准则，并适当采用一些评分技巧，以克服各种无关效应，使阅卷评分工作尽可能准确、客观。

5. 必须提供为解释考试分数之用的常模。所谓常模，

就是应考对象实有的一般水平。比如，初三学生数学水平的常模，是全体初三学生的数学知识和能力的一般水平或平均水平。由于全体施测后再确定平均水平是不可能的，一般采用抽样试测，并参考一些历史资料，确定平均分作为常模。有了常模才能真正了解考生考试分数的意义，确定考生在团体中的相对位置。

标准化考试固然优越于传统的考试，但对标准化考试也应该客观评价，它不可能十全十美。因为标准化是相对的，没有一种考试做到了完全的标准化，也没有一种考试没有一点标准化。况且标准化考试要求很高，组织工作非常严格，所以一般只适用于某些重大考试，如高考，地区性的中考等。因此，教师在教学班级所进行的“自编考试”仍然是必要的，行之有效的。当然，教师在拟定“自编考试”试题和实际施测时，应该借鉴标准化考试的主要思想，尽可能减少测量误差。

有人担心标准化考试只是“一阵风”，对它的前途表示怀疑。标准化考试是一定历史时期的产物，它是在工业社会中随着教育的标准化（学校教育、班级授课等）应运而生的，是历史的进步。随着新的技术革命的到来，计算机的广泛应用，已经出现了由集中化教学转向分散式教学的趋势。在某些发达国家，教学与考试已经融为一体，开创了机器教学与变通式测验的新局面。其考试方法是：计算机显示出一个题目由被试者作答，如果答对了，下一题便难一些。反之则根据错误类型，在相应的方面显示一个比较容易的题目。在这种变通式测验面前，每个考生接受的是不同的试题，当然是不公平的。但这种不公平的考试又恰恰是这种考试的长处，因为这种考试能更准确的反映每个考生的真实情况。这

与那种用一套固定的模式（标准化考试）来衡量所有考生的作法又是一个进步。不过，目前我国离那一步尚有一段距离，那只是远景和发展趋势。在近一个时期，我们仍然有必要实行标准化考试。

二、客观题的意义和作用

数学考试的基本要求，是能够全面地、客观地、比较准确地考查学生所学知识和应该具备的各种能力的掌握情况。这就要求试卷覆盖面要大，题量要多，试题布局要合理，并且便于简单而准确地阅卷评分。

我国传统的数学考试经常采用问答题、求解题、证明题等。采用这几类试题不可避免地受到题量等因素的限制，要达到上述要求有一定的困难，况且这几类试题一般只适合人工评分，其评分标准又不容易掌握，这就使得传统的数学考试不具备严格统一的标准，难以做到对每个考生都公平化。不仅如此，阅卷评分工作既费工费时，又相当费钱。

为了克服传统的数学考试的这种弊端，广大数学教育工作者创造出一些新颖的题型，如选择题等。选择题和传统的填空题、判断题有几个共同的特点，一是题目小；二是灵活性强；三是评分客观，并且评分手续极为简单，使采用机器阅卷成为可能；四是阅卷时不受阅卷者的身份、爱好、态度、情绪以及阅卷先后次序的影响。各类考试中如果大量地采用这几种类型的试题，便于达到全面地、客观地、比较准确地考查学生所学知识和应具备的各种能力的要求。因此，这几种类型的试题正在被各地标准化考试（或向标准化考试靠拢的考试）中大量地采用。这种能够客观评分，不受

阅卷者本身以及外界各种因素影响的题型，我们称为客观题。相应地，问答题、求解题、证明题等这些难以客观评分的题型，称为非客观题，或称为主观题。

有些同志担心，这几类客观题只便于考查学生对琐碎知识的记忆和简单应用，无法测量和比较学生复杂的思维能力。这种担心是不必要的。经过多年的实践，我国数学教育工作者对客观题，特别是对选择题已经设计出多种形式。在内容上，可用于文字、图形、数字、符号等不同性质的材料；在结构上，可构造简单式和复合式，可以只有一个正确选择，也可以把几个正确选择综合起来作为答案，还可以择选择题和传统的填空题之特长，构造聚选择题与填空题之精华的选择填空题。不仅如此，由选择题演变而成的匹配题、连缀题，也可起到传统的简答题，证明题类似的作用。这足以说明，客观题不仅可以考查学生对简单事实和基本结论的再认识能力，而且可以考查他们的分析辨别、比较判断、逻辑推理、空间想象等能力。那种认为只有简单的输出方式不能考查学生心理复杂的信息加工和处理过程的想法，是不切合实际的。

当然，学生在解答客观题时，一般只在试卷上写出几个简单的代号作为答案，不可能完整地记录其心理思维过程。因此，标准化考试（或其他考试）中，如果全部采用客观题，要考查学生的书面表达能力，特别是综合运用数学知识解决实际问题的探究能力，就受到一定的局限。为了弥补这种不足，在我国所实行的标准化考试中，一般都配备了适当数量的计算题、求解题、证明题等。与传统的数学考试不同的是，对于这几种类型的主观题，都采取了切实有力的措施，包括一些有效的评分技巧，以控制和尽量减少在评分过

程中的误差。这一作法符合我国的实际，也正在逐渐地被其他国家的考试机构所接受。

还有人提出，学生在解答客观题时，可以凭猜测得分，不利于考查学生的真实水平。

对学生在考试过程中所进行的合理猜测，应该正确对待。猜想能力无论对大学生、中学生，还是对科技工作者来说，都十分重要。理论研究和实践结果表明，学生解答判断题、选择题时，确实可以凭猜测得一些分。但纯粹靠猜测想得高分是不可能的。经验还告诉我们，对于主观题，教师在考试之前“押题”，就是一种最明显的猜测。还有，学生在解答主观题时，不少时候也伴有猜测的成份。因此，凭猜测得分并不是解答客观题所独有的弊病。重要的是应该教育学生学好基础知识，打下扎实的知识功底。如果需要的话，引导学生在考试时根据自己所储备的各种信息和题目要求，抓住已知和未知之间的某种联系进行合理猜测，还是可以的。当然，胡编滥造，盲目瞎猜的作法是不应该提倡的。

客观题和主观题究竟谁优谁劣？教育与心理测量理论界对此各抒己见，现在作出定论似乎为时太早。综合各种意见，可将客观题和主观题的优缺点对比如下：

客 观 题	主 观 题
不容易测量综合能力	容易测量综合能力
不易命题	容易命题
易引起考试中的猜测	不易引起考试中的猜测
易于评分	不易评分
有较宽的考试覆盖面	考试覆盖面较窄
具备较高的信度	不具有较高的信度
不易引起考前猜测	易于引起考前猜测
较经济	较不经济
可采用机器判卷	较难采用机器判卷

由此可见，客观题和主观题有着各自不能替代的长处，同时各有短处，但它们能够很好地相互补充。

§2 客观题的类型及其结构分析

标准化考试的研究和实践，促进了数学试题的不断改革。目前所出现的客观性题型，可粗略地划分为选择题、填空题和判断题三种类型。下面我们分别讨论它们的结构及其变体。

一、选择题

弄清选择题的结构特征，对于深刻理解选择题的实质以及探索解答选择题的规律，有着十分重要的意义。

任何一个选择题，都由以下三部分组成。

1. 指示语：即用于说明所给的若干个备选答案中，“有且只有一个是正确的”、“至少有一个是正确的”，请把正确答案的代号填在指定的括号内，以及如何计分之类的指令性语言。如果同时出示两个或两个以上的选择题，指示语一般统一给出。

2. 题干：分问题式题干和填空式题干两种。问题式题干由一个问句构成，填空式题干由一个不完整的句子构成。题干实际上是选择题的已知条件，这一点与常规习题的已知条件类似。

3. 选择支：即位于题干后面的若干个备选答案。备选答案中，不应该“中选”的答案称为迷惑支或干扰支。选择支的设计是选择题与常规习题的一个显著区别。给出若干个（一般是三个、四个或五个）选择支，既有结论因素（从这一意义上说，有点象证明题），又没有给出明显的结论（从这一意义上说，有些象计算题或化简题）；既象填空，又不完全是填空。

例 1 下列各题中，每题都给出代号为A、B、C、D的答案供选择，其中有且只有一个是正确的。请把正确答案前的代号填入每题右边的括号内。

① $\lg x_1$ 的尾数与 $\lg x_2$ 的尾数相同， $\lg x_1$ 的省数与 $\lg x_2$ 的首数之差为 3，则 $\frac{x_1}{x_2}$ 的值是（ ）。

(A) 0.01； (B) 0.001；

(C) 0.0001 (D) 1000。

② 已知 $a < b < 0$ ，那么下列不等式中哪一个成立？（ ）

(A) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ； (B) $ab < 1$ ；

(C) $\frac{b}{a} < 1$ ； (D) $\frac{b}{a} > 1$ ；

(①应选择B；②应选择C)

例 1 中，开头的一段说明是两题公共的指示语。第①题的题干是一个不完整的句子，属填空式题干；第②题的题干是一个问句，属问题式题干。两题都有四个选择支。

选择题的题干和每一个选择支都可构成一个命题，有几个选择支便可构成几个命题。因此，一个选择题实质上就是若干个或真或假的命题组，解选择题的过程就是在这组真假