

中学生学习指导丛书

初二代数学习指导

北京西城区教研中心数学教研室 编

北京师范大学出版社

中学生学习指导丛书

初二代数学习指导

北京西城区教研中心数学教研室 编

北京师范大学出版社出版发行

全国新华书店经销

河北省大厂县印刷厂印刷

开本：787×1092 1/32 印张：6.5 字数：136千字

1988年7月第1版 1989年5月第2次印刷

印数：20,001—29,300

ISBN7-303-00326-6/G·143

定价：2.10元

前 言

数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学。它在现代生活和现代生产中的应用非常广泛，是学习和研究现代科学和技术必不可少的基本工具。在中学阶段，数学是重要的学科之一。怎样使学生爱学数学，学会数学、会学数学，已成为每个学生、教师所经常思考与研究的问题。已成为每个学生家长所关注的问题。为了帮助青少年学生在中学阶段系统牢固地掌握数学基础知识，加深对基本概念、定理、公式、法则的理解，培养运用基础知识解决问题，分析问题的能力，开阔眼界，活跃思维，激发学生对数学学习的兴趣，我们编写了这套“初中数学学习指导”小丛书。

这套小丛书是以国家教育委员会制定的全日制中学数学教学大纲为依据编写的，共五册、初一、初二、初三代数各一册，初二、初三几何各一册。它的特点是，每册书的每章主要包括以下三个方面的内容：(1)每章前言。(2)单元学习指导。(3)全章小结。

每章开始部分：简介本章内容，分析本章知识的重点、难点；指出应注意的问题；介绍必要的学习方法。

单元学习指导部分：介绍数学知识产生的背景；针对知识重点、难点讲清基本概念、基本思路；从各个角度来分析概念、巩固概念，分析知识内在的联系，区别。通过例题介绍典型的解题思路，在例题中尽量采取一题多解、一题多

变，并在每单元后配备巩固知识、加强判断分析能力的练习。

每章小结部分：分析一章知识间的联系，总结一章中主要解题思路，数学方法，以及与以后章节的联系。在每章后配有全章练习。

这套小丛书是北京市西城区教研中心数学教研室及西城区部分有经验的教师协同编写的。参加本书编写的有肖淑英、凌为淑、李大贞、康英琴、高秀琴、冼伟强、李松文、欧阳东方、方珊、刘绍贞等十位老师。由于我们水平有限，缺乏经验，如有缺点、错误请批评、指正。我们希望这套小丛书能为贯彻我国九年义务教育法，贡献出它的力量。

编 者

1987.4.

目 录

第九章 数的开方	1
第一单元 平方根	2
第二单元 立方根	6
第三单元 实 数	8
第四单元 查平方根表、立方根表及笔算开方	10
小 结	18
习 题	18
第十章 二次根式	22
第一单元 二次根式	22
第二单元 二次根式的性质及化简	28
第三单元 二次根式的加减	34
第四单元 二次根式乘法	37
第五单元 二次根式除法及分母有理化	41
小 结	46
习 题	47
第十一章 一元二次方程	51
第一单元 一元二次方程的解法	53
第二单元 一元二次方程的根的判别式	73
第三单元 一元二次方程的根与系数的关系	83
第四单元 可化为一元二次方程的方程	100
第五单元 简单的二元二次方程组	115
第六单元 解应用题	129

小 结	139
习 题	151
第十二章 指 数	155
第一单元 零指数、负整指数	156
第二单元 分数指数	168
第三单元 根式化简及根式运算	176
小 结	180
习 题	182
答案或提示	185

第九章 数的开方

这章主要学习数的开方运算(主要讲有理数的开平方运算和开立方运算),而后引入实数的概念,从而把数从有理数扩大到实数范围,建立实数和数轴上的点一一对应的关系.

这章内容的重点是平方根,立方根概念和性质.因为乘方运算和开方运算是互逆的运算,所以对于平方根和立方根的概念的理解是从乘方运算入手的,学习中要注意这一点,对于平方根,立方根性质的学习要比较着进行,更易于理解和掌握.

这章的难点是对算术平方根概念、算术立方根概念(简称算术根)的理解,和符号的使用,以及无理数概念的建立.在算术学习中曾见过 π ,只是介绍 π 为无限不循环小数,没有出现无理数的概念.学习了数的开方之后,大量的出现了无限不循环小数,即无理数.无理数和有理数是有本质的区别,

有理数是整数和分数的总称(有理数都可以用 $\frac{q}{p}$ 来表示, p 、 q 为整数, $p \neq 0$)而无理数不是整数也不是分数,是无限不循环小数.有限小数和无限循环小数都是可以化为分数,有理数和无理数的总称为实数.全体实数和数轴上的所有点是一一对应的关系.

这章的学习表面上看好象较为简单容易,实际则不然,要建立的全新的概念多,较为抽象,难理解,算术根符号的使用也不容易,又都是极重要的基础知识,关系着以后的数学学习,要给予足够的重视.

第一单元 平方根

一、学习指导

由于实际的需要，仅加、减、乘、除、乘方几种运算就不够用了，例如已知正方形边长，求正方形面积，可以用乘方运算求得。若已知正方形面积，求正方形的边长，用什么运算？这就要引入一种新的运算：开方运算。

1. 平方根

若正方形边长为3，面积为 S ，则面积 $S=3^2$ ，用的是平方运算。

若已知正方形面积为9，求正方形边长 x ，就是求一个平方后等于9的数 x 。

$$\text{即 } x^2=9, \text{ 求 } x.$$

一般地，如果一个数的平方等于 a ，这个数就叫 a 的平方根(也叫二次方根)。

例如 $x^2=4$ ， x 叫4的平方根。

$$\because 2^2=4, (-2)^2=4,$$

$\therefore 2, -2$ 都是4的平方根。

又如 $(\pm 7)^2=49$ ， $\therefore \pm 7$ 都是49的平方根。

$$\because \left(\pm \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}, \therefore \pm \frac{2}{3} \text{ 都是 } \frac{4}{9} \text{ 的平方根.}$$

根据平方运算得到，不等于零的两个相反数的平方是同一个正数，所以，一个正数的平方根有两个，是互为相反数的关系。

$$\because 0^2=0, \therefore 0 \text{ 的平方根还是 } 0.$$

$\therefore$ 正数，负数的平方数都是正数，

∴ 负数没有平方根.

平方根定义: 若一个数的平方等于 $a(a \geq 0)$, 这个数就叫 a 的平方根. 正数的平方根有两个, 它们互为相反数; 零的平方根是零; 负数没有平方根.

求一个数(正数或零)的平方根的运算叫开平方运算.

若求 $a(a \geq 0)$ 的平方根, 就用符号“ $\pm\sqrt{a}$ ”, 这里 a 叫被开方数, 2叫根指数. 当根指数是2时, 可省略不写, 就记作“ $\pm\sqrt{a}$ ”, 读作二次根号下 a .

例1 求下列各数的平方根,

$$(1) 25; (2) \frac{4}{9}; (3) 2.25; (4) 1\frac{9}{16}.$$

解: (1) $\because (\pm 5)^2 = 25$, $\therefore 25$ 的平方根是 ± 5 ,

$$\text{即 } \pm\sqrt{25} = \pm 5.$$

$$(2) \because \left(\pm \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}, \therefore \frac{4}{9} \text{ 的平方根是 } \pm \frac{2}{3}.$$

$$\text{即 } \pm\sqrt{\frac{4}{9}} = \pm \frac{2}{3}.$$

$$(3) \because (\pm 1.5)^2 = 2.25, \therefore 2.25 \text{ 的平方根是 } \pm 1.5,$$

$$\text{即 } \pm\sqrt{2.25} = 1.5.$$

$$(4) \because 1\frac{9}{16} = \frac{25}{16},$$

$$\text{又} \because \left(\pm \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}, \therefore \frac{25}{16} \text{ 的平方根是 } \pm \frac{5}{4},$$

$$\text{即 } \pm\sqrt{\frac{25}{16}} = \pm \frac{5}{4}.$$

注意: ① 求平方根时, 根号前的“ $\pm$ ”号一定要写, 若不写只表明两个平方根中的一个正根了. 如 $\sqrt{25} = \pm 5$ 是错的.

② 平方运算和开平方运算是互为逆运算.

③ 从平方运算入手, 来求平方根的方法, 只适用于被

开方数是简单的完全平方数，对于一般数的开方就要查平方根表解决。

2. 算术平方根

一个正数有两个平方根，其中那个正的平方根，就叫这个正数的算术平方根。

简而言之，正数 a 的那个正的平方根，叫 a 的算术平方根；零的算术平方根是零。

算术平方根的符号“ $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$)”。

例如 9 的算术平方根是 3，即 $\sqrt{9} = 3$ 。

16 的算术平方根是 4，即 $\sqrt{16} = 4$ 。

3 的算术平方根是 $\sqrt{3}$ 。

2 的算术平方根是 $\sqrt{2}$ 。

注意：“ $\pm\sqrt{a}$ ”是 a 的平方根符号

“ $\sqrt{a}$ ”是 a 的算术平方根符号，使用时，要严格区别。

例2 求下列各数的算术平方根：

(1) 100；(2) 0.81；(3) $\frac{49}{121}$ 。

解：(1) $\because 10^2 = 100$ ， $\therefore$ 100 的算术平方根是 10，
即 $\sqrt{100} = 10$ 。

(2) $\because (0.9)^2 = 0.81$ ， $\therefore$ 0.81 的算术平方根是 0.9，
即 $\sqrt{0.81} = 0.9$ 。

(3) $\because \left(\frac{7}{11}\right)^2 = \frac{49}{121}$ ， $\therefore$ $\frac{49}{121}$ 的算术平方根是 $\frac{7}{11}$ ，
即 $\sqrt{\frac{49}{121}} = \frac{7}{11}$ 。

例3 求下列各式的值：

(1) $\pm\sqrt{169}$ ，(2) $\sqrt{\frac{25}{144}}$ ，(3) $-\sqrt{2.89}$ 。

解: (1) $\because (\pm 13)^2 = 169, \therefore \pm\sqrt{169} = \pm 13.$

另一方法, 也可以先求169的算术平方根

如 $\because 13^2 = 169,$

$\therefore \sqrt{169} = 13, \therefore \pm\sqrt{169} = \pm 13.$

(2) $\because \left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{25}{144}, \therefore \sqrt{\frac{25}{144}} = \frac{5}{12}.$

(3) $\because (1.7)^2 = 2.89,$

$\therefore \sqrt{2.89} = 1.7, \therefore -\sqrt{2.89} = -1.7.$

注意: 思考上面三个题, 可以体会到严格区分符号, 弄清题目是求什么, 很重要.

另外, 只要求出一个正数的算术平方根, 再解决其他问题就容易了.

3. 学会查平方根表(在本章第三单元讲)

根据平方运算观察出一些特殊的整数、小数和分数的平方根, 是很有限的. 对于一般的数若求其平方根, 就要通过查平方根表求得.

二、单元练习

1. 判断正误(对的在()内打“√”, 错的在()内打“×”).

(1) 25的平方根是5 ()

(2) 49的算术平方根是7 ()

(3) -4是16的平方根 ()

(4) -36的平方根是-6 ()

(5) -3是9的算术平方根的相反数 ()

2. 求下列各数的平方根:

(1) 0.0025; (2) $\frac{121}{196}$; (3) $1\frac{24}{25}$; (4) 2.89.

3. 求下列各数的算术平方根:

(1) 81; (2) 0.0225; (3) 1.69; (4) $3\frac{1}{16}$.

4. 求下列各式的值:

(1) $-\sqrt{2.56}$; (2) $-\left(-\sqrt{\frac{9}{16}}\right)$;

(3) $\pm\sqrt{361}$; (4) $\sqrt{(-4)^2}$.

第二单元 立 方 根

一、学习指导

若已知正方体的体积是64立方厘米,求正方体的边长(x)该怎么算呢?就是 $x^3=64$,求 x ,这就要用到开立方的运算,求立方根了.

1. 立方根

若 $x^3=a$,则 x 叫 a 的立方根(也叫三次方根), a 叫 x 的立方数.

a 的立方根用符号“ $\sqrt[3]{a}$ ”,读作三次根号下 a .

求立方根的运算,叫开立方.

若 $x>0$,则 $x^3=a>0$;

若 $x=0$,则 $x^3=a=0$;

若 $x<0$,则 $x^3=a<0$.

立方根定义:若 $x^3=a$,则 x 叫 a 的立方根.一个正数($a>0$)的立方根是一个正数;一个负数($a<0$)的立方根是一个负数;零的立方根是零.

例1 求下列各数的立方根:

(1) -27; (2) $\frac{8}{125}$; (3) 0.064; (4) 343; (5) 0.

解: (1) $\because (-3)^3 = -27, \therefore -27$ 的立方根是 -3 ,

$$\text{即 } \sqrt[3]{-27} = -3.$$

(2) $\because \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}, \therefore \frac{8}{125}$ 的立方根是 $\frac{2}{5}$,

$$\text{即 } \sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{2}{5}.$$

(3) $\because (0.4)^3 = 0.064, \therefore 0.064$ 的立方根是 0.4 ,

$$\text{即 } \sqrt[3]{0.064} = 0.4.$$

(4) $\because 7^3 = 343, \therefore 343$ 的立方根是 7 ,

$$\text{即 } \sqrt[3]{343} = 7.$$

(5) $\because 0^3 = 0, \therefore 0$ 的立方根是 0 ,

$$\text{即 } \sqrt[3]{0} = 0.$$

注意: 1 到 10 间的整数的立方数要熟记.

例2 (1) 3 的立方根就表示为 $\sqrt[3]{3}$;

(2) -5 的立方根就表示为 $\sqrt[3]{-5}$.

例3 求下列各式的值:

$$(1) \sqrt[3]{-64}; (2) -\left(\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}\right); (3) \left(\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}\right)^2;$$

$$(4) -\left(-\sqrt[3]{4\frac{17}{27}}\right)^2; (5) \left(\sqrt[3]{-1}\right)^3.$$

解: (1) $-\sqrt[3]{-64} = -(-4) = 4.$

$$(2) -\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = -\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}.$$

$$(3) \left(\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

$$(4) -\left(-\sqrt[3]{4\frac{17}{27}}\right)^2 = -\left(-\sqrt[3]{\frac{125}{27}}\right)^2$$

$$= -\left(-\frac{5}{3}\right)^2 = -\frac{25}{9}.$$

(5) $(\sqrt[3]{-1})^4 = (-1)^4 = 1.$

2. 要学会查立方根表(本章第四单元讲)

二、单元练习

1. 判断正误(对的在()内打“√”, 错的在()内打“×”);

(1) 64的立方根是 ± 4 ()

(2) $\frac{1}{8}$ 的立方根是 $\frac{1}{2}$ ()

(3) -27的立方根是3 ()

(4) -216的立方根是-6 ()

(5) -1的立方根是-1 ()

(6) a 的立方根是 $\sqrt[3]{a}$ ()

(7) -3的立方根是 $\sqrt[3]{-3}$ ()

2. 求 值:

(1) $(\sqrt[3]{-8})^2$; (2) $\sqrt{-64} \cdot \sqrt{64}$;

(3) $(\sqrt[3]{-1})^{10}$; (4) $(-\sqrt[3]{125})^2$;

(5) $\sqrt[3]{-0.027} \cdot (\sqrt{4})^2$; (6) $\sqrt{-\frac{343}{512}}$.

第三单元 实 数

一、学习指导

在前边学习了有理数, 即整数和分数(有限小数和无限循环小数), 还学过圆周率 π , $\pi=3.1415926\cdots$ 是无限不循环小数, 所以 π 不是有理数, 我们把 π 这个无限不循环小

数叫做无理数.学习了开方运算之后,见到的无限不循环小数就多了,如 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ ……等,凡是开方不尽所得到的小数都是无限不循环小数.

1. 实数

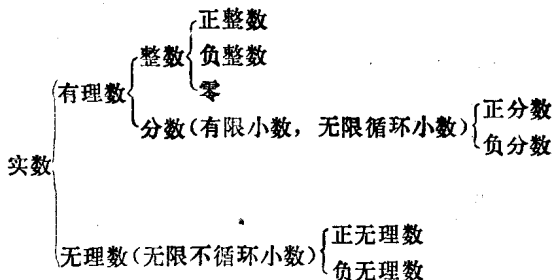
(1) 无理数定义 无限不循环小数叫无理数.分正无理数和负无理数.

如 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$, $-\sqrt{6}$, $\sqrt{0.3}$, $\sqrt{0.4}$ ……等都是无理数.

(2) 实数: 有理数与无理数的统称叫实数.

今后的学习均在实数范围内进行了.

实数系表如下:



2. 实数是在有理数的基础上继续发展的,所以有关有理数的一些定义、运算法则、定律等均适用于实数范围.

如 (1) 绝对值 一个正实数的绝对值就是它本身,一个负实数的绝对值是它的相反数,零的绝对值是零.

(2) 相反数 绝对值相等,符号相反的两个实数叫做互为相反数.

(3) 数轴(也叫实数轴) 规定了正方向、原点和单位长度的一条直线叫实数轴.实数和数轴上的点是一一对应的.即每一个实数都可以用数轴上的一个点表示,反过来数轴上的

每一个点都表示一个实数.

二、单元练习

1. 填空:

- (1) 无理数就是_____.
- (2) 零是有理数中的_____数.
- (3) π 是_____小数. 即 π 是_____.
- (4) 绝对值最小的整数是_____.
- (5) $3.424242\cdots$ 是_____数.
- (6) $\sqrt{2}$ 是_____数. $\sqrt{9}$ 是_____数.

2. 下列各数中, 哪些是有理数、正数、无理数、负数.

1.732 , $-\sqrt{36}$, $\sqrt{-8}$, $\sqrt{2}$, 4.3 , $5\frac{11}{26}$, π ,
 $0.121121112\cdots$.

3. 计算(精确到0.01):

- (1) $\sqrt{5} + \frac{2}{3} - \sqrt[3]{16}$,
- (2) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \pi + \frac{1}{7}$.

第四单元 查平方根表、立方根表及笔算开方

一、学习指导

本单元主要介绍查表方法, 掌握方法之后, 要努力提高查表的准确率.

1. 查平方根表

“中学数学用表”中的表三就是平方根表, 从平方根表中可直接查出1.00到99.9之间各个只具有三个数位的数的算术

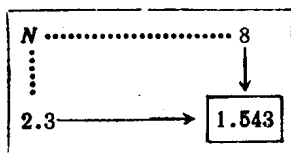
平方根，查得的结果一般是近似值

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0																			
1.1																			
1.2																			
1.3																			
1.4																			
1.5																			

表 9-1

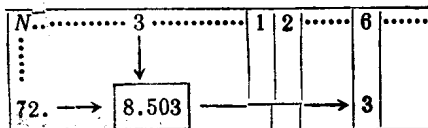
表中字母N所在竖行是被开方数的前两位数，N所在横行中的数是被开方数的第三位数，表右边的细格中的数是被开方数的第四位数（一般是四舍五入得到的），叫修正值。表中间的四位数是所求的算术平方根。

例1 查表求 $\sqrt{2.38}$ 。



即 $\sqrt{2.38} = 1.543$ 。

例2 查表求 $\sqrt{72.36}$ 。



查到72.3的算术平方根是8.503，在最后一位加上6的修