恒谦教学与备考研究中心研究成果

全国名牌重点中学特高级教师编写

常考知识点

归纳精析与题型设计

常考考点提示

考题回顾精析

方法归纳突破

题型梯度设计

初中数学

主编　陈文远

中国人民大学出版社

常考知识点

归纳精析与题型设计

初中数学

主　编　陈文远
撰稿人　陈文远　陈利中　吴勤文
　　　　张爱华　肖　宁　刘安宁

中国人民大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

常考知识点归纳精析与题型设计. 初中数学/陈文远主编. 3版
北京:中国人民大学出版社,2002

ISBN 7-300-03514-0/G·682
Ⅰ. 常…
Ⅱ. 陈…
Ⅲ. 数学课-初中-教学参考资料
Ⅳ. G634

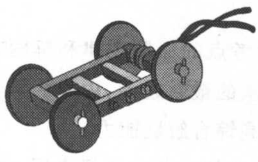
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 031776 号

常考知识点
归纳精析与题型设计
初中数学
主编　陈文远

出版发行:中国人民大学出版社
(北京中关村大街 31 号　邮编 100080)
邮购部:62515351　门市部:62514148
总编室:62511242　出版部:62511239
E-mail:rendafx@public3.bta.net.cn
经　销:新华书店
印　刷:三河市新世纪印刷厂

开本:880×1230 毫米 1/32　印张:10
2000 年 6 月第 1 版
2002 年 6 月第 3 版　2002 年 6 月第 1 次印刷
字数:394 000

定价:11.00 元
(图书出现印装问题,本社负责调换)



前 言

我国各地初中使用的教材不尽相同，中考习惯上也是各省自行操作，但这并不意味着中考题便无章可循。毕竟都要遵照统一的教学大纲的要求，而且教育部考试中心今年特别强调：中考要突出对考生能力的考查。这指明了今后几年中考命题改革的大方向。

众所周知，考查能力必须通过一些重要的知识点来实现。我们对中考命题改革较为超前的北京、上海以及江苏、浙江等地的一些大城市近几年的中考题进行了研究统计。结果表明，许多知识点的复现率高达80%以上。我们称之为常考知识点。它们是已往中考的核心，也是未来中考永恒的主题。只有熟练掌握了这些常考点，中考才敢言不败，未来高中的学习才能驾轻就熟！

为此，我们参照刚刚颁布的初中教学大纲的新精神，综合近年中考改革的最新趋势，精心编写了这套《初中常考知识点归纳精析与题型设计》，以协助考生有的放矢，拾阶而上，提高应考能力。

本丛书包括语文、数学、英语、物理、化学五个科目，各科目遵循统一的编写体例，而内容的划分和题型的选取又依学科的不同各有千秋。

对每一部分常考知识点的剖析、讲解都包括以下几个方面：

常考知识点提示：简要罗列该部分的常考知识点，以指明中考复习的方向和目标。

考题回顾与精析：历年的中考题是研究中考最好的素材，在此回顾列举近几年考查上述常考点的典型中考题，并加以精析和评注，从中可以把握近几年中考命题的稳定风格，探索命题改革的最新脉搏。

常考知识点归纳与突破：总结各常考点之间的区别与联

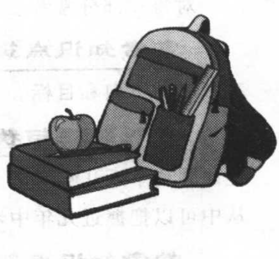
系、近几年中考的题型特点和考查规律，有针对性地指出复习中的突破方法及复习中的注意事项，并就这些考点举例讲解诠释，点拨思路方法。

题型发散设计：针对上述常考点的命题规律和解题方法，精心设计基本型、提高型、综合型三个层次的最新题型，由浅入深，进行梯级训练，最终开拓学生的发散思维，提高综合解题能力。

本丛书是一套小型工具书，既可作为初三备考复习之用，也可供初一、初二学生同步学习参考。

由于水平所限，错漏之处在所难免，敬请读者批评指正。

《常考知识点归纳精析与题型设计》初中编委会



目录 MU LU

第一部分　有理数、整式、统计初步

第二部分　分式、数的开方与根式

第三部分　因式分解、方程和不等式

第四部分 函数及其应用

第五部分 线段、角及其关系

第六部分 三角形、四边形、相似形

第七部分 解直角三角形和圆

第八部分　综合模拟训练

第一部分

有理数、整式、统计初步

常考知识点提示

代数式,科学计数法,近似数,列代数式,代数式的值,正数和负数,数轴,相反数,绝对值,有理数的加,减,乘,除,乘方运算;同底数的幂的乘法,幂的乘方与积的乘方;单项式的乘法,单项式与多次项相乘;多项式的乘法;平方差公式,完全平方公式;立方和与立方差公式;同底数幂的除法;单项式除以单项式,多项式除以单项式;平均数,众数,中位数,方差,频率分布.

考题回顾与精析

考题1 (1999年北京)19 990用科学计数法表示为(　　).

A. 19.99×10^3　　B. 199.9×10^2

C. 1.999×10^4　　D. 1.999×10^{-4}

精析 科学计数法的形式为 $a\times10^n$,其中 $1\leqslant|a|<10$,n 为整数,故19 990的科学计数法表示为 1.999×10^4,选C.

●注意 这是常考知识点,往往以选择、填空题的形式出现.例如:

(2001年河北)用科学的计数法表示12 700的结果是__________.

答:1.27×10^4

(2001年四川)地球的半径约为6 370千米,用科学的计数法表示为(　　).

A. 637×10千米　　B. 63.7×10^2千米

C. 6.37×10^3千米　　D. 6.37×10^{-3}千米

答:选C.

(2001年江西)我国最近研制出的"曙光3000超级服务器"排在全世界运算速度最快的

500台高性能计算机的第80位左右,它的峰值计算速度达到每秒403 200 000 000次,用科学计数法表示它的峰值计算速度为(　　)

A.0.4032×10^{12}次/秒　　B.403.2×10^{9}次/秒

C.4.032×10^{11}次/秒　　D.4.032×10^{8}次/秒

答:选C.

(2001年南京)我国最长的河流长江全长约为6 300千米,用科学计数法表示为(　　).

A.63×10^{3}千米　　B.6.3×10^{2}千米

C.6.3×10^{3}千米　　D.6.3×10^{4}千米

答:选C.

(2001年北京东城区)1纳米=0.000000001米,则2.5纳米用科学计数法表示为______.

答:2.5×10^{-9}米.

考题2　(1997年乌鲁木齐)下列各数是由四舍五入得到的近似数,其中判断正确的是(　　).

A.43.8精确到个位,有3个有效数字

B.0.038 067精确到十万分位,有3个有效数字

C.0.851 4精确到千分位,有4个有效数字

D.2.4万精确到千位,有2个有效数字

精析　43.8是精确到十分位;0.038 067是精确到百万分位,有5个有效数字;0.851 4是精确到万分位;所以A,B,C均不对,而2.4万=24 000,有2个有效数字且精确到千位,故D正确.

●注意　求近似值往往与有效数字联系在一起,只要认准第一个非零数与最后一个有效数字,问题就可以解决,这种题是热点题,例如:

(1998年浙江)用四舍五入法对318.96取近似值,要求保留4个有效数字,则318.96约等于(　　).

A.318　　B.318.0　　C.319　　D.319.0

答:D.

(1998年西宁)近似数0.015 063的有效数字的个数是(　　).

A.4个　　B.5个　　C.6个　　D.7个

答:B.

(2001年吉林)今年3月,国家统计局公布我国总人口为129 533万人,如果以亿为单位保留两位小数,可以写成约为______亿.

答:12.95.

考题3　(1999年北京)如果在数轴上表示a,b两个实数的点的位置如图

1-1 所示.

那么 $|a-b|+|a+b|$ 化简的结果等于(　　).

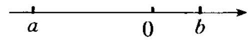


图 1-1

A.$2a$　　B.$-2a$　　C.0　　D.$2b$

精析　由于数轴上的点从左到右是按由小到大的顺序排列,所以如图可知 $a<-b<0<b$,$\therefore a-b<0,a+b<0$,$\therefore |a-b|+|a+b|=b-a-a-b=-2a$,选 B.

●注意　此题涉及到公式 $|a|=\begin{cases}a & (当\ a\geqslant 0)\\ -a & (当\ a<0)\end{cases}$ 的应用,另外在观察图像时应仔细,看出 $a<-b$ 这个大小关系,此知识点是常考知识点,例如:

(1999 年天津)当 $a<0$ 时,化简 $\dfrac{|a|-a}{a}$ 得(　　).

A.-2　　B.0　　C.1　　D.2

答:A.

(1999 年山西)已知 $(\sqrt{a})^2<1$,化简 $\sqrt{a^2(a-1)^2}=$________.

答:$a(1-a)$.

(2001 年广西)若 $x>1$,则化简 $\sqrt{(1-x)^2}$ 的结果是(　　).

A.$1-x$　　B.$x-1$　　C.$1+x$　　D.$-(1+x)$

答:选 B.

(1999 年南京)已知 $0<x<1$,化简 $|x|+\sqrt{(x-1)^2}$ 的结果是(　　).

A.$2x-1$　　B.$1-2x$

C.-1　　D.1

答:D.

(1999 年杭州)若 $a<-1$,则 $a+\sqrt{(a+1)^2}=$(　　).

A.-1　　B.1　　C.$2a$　1　　D.$2a+1$

答:A.

这样的例子还很多,在此不一一列举.

考题 4　(1999 年重庆)计算 $(-3)^0+(-\frac{1}{2})^{-2}\div|-2|$ 的结果是(　　).

A.-1　　B.1　　C.3　　D.$\dfrac{9}{8}$

精析　本题考查的是指数幂的运算,应正确地掌握零指数,负指数及分数指数的运算.

原式 $=1+4\div 2=3$,选 C.

●注意　此知识点涉及到下列运算公式 $a^0=1(a\neq 0)$,$a^{-1}=\dfrac{1}{a}$,$a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}(a>0)$,$a^n\cdot a^m=a^{n+m}$,$a^n\div a^m=a^{n-m}$,$(ab)^n=a^nb^n$,$(a^n)^m=a^{n\cdot m}$,常见的考题有:

(1999 年呼和浩特)计算 $-(\sqrt{2}-1)^0+(\frac{1}{8})^{-2}-(-2)^2-\frac{1}{1-\sqrt{2}}$.

答:$60+\sqrt{2}$.

(2001 年山西)计算 $2\sin60^\circ-(\frac{1}{2})^{-1}+(\sqrt{2}-1)^0=$______.

答:$3+\sqrt{3}$.

(2001 年北京)计算:$(2-\sqrt{3})^2+(\pi-3.14)^0-(2+\sqrt{3})^{-1}=$______.

答:$6-3\sqrt{3}$.

(2001 年呼和浩特)计算:

$\frac{2}{\sqrt{3}-1}-(\sqrt{2}+1)^0-\sqrt{12}+2^{-1}=$______.

答:$\frac{1}{2}-\sqrt{3}$.

此类题常以计算题的形式出现,并且综合性较强.

考题 5 (1999 年天津)一个到火星旅行的计划,来回的行程需要 3 个地球年(包括在火星上停留 449 个地球天),已知火星和地球之间的距离为34 000 000 km,那么这个旅行的平均速度是每小时( ) km(说明:地球年,地球天是指在地球上 1 年或 1 天,即 1 年 = 365 天,1 天 = 24 小时)?

A. $\frac{(3\times365-449)\times12}{34\ 000\ 000}$

B. $\frac{34\ 000\ 000}{(3\times365-449)\times24}$

C. $\frac{2\times34\ 000\ 000}{(3\times365-449)\times24}$

D. $\frac{34\ 000\ 00\times24}{2\times(3\times365-449)}$

精析 由公式知速度 $=\frac{\text{距离}}{\text{时间}}$,但要注意单位的统一,来回路程的和,停留的时间,所以平均速度 $=\frac{2\times34\ 000\ 000}{(3\times365-449)\times24}$,选 C.

●注意 此题重点考查对文字题的理解,要求从实际问题中抽象出数量间的运算关系,并用数学符号表示出来.在列代数式前要认真审题,注重对题中关键字的分析,弄清问题中的和、差、积、商、大、小、多、少、倍、几分之几等关键词的意义和它们之间的关系,另外还要弄清楚某些实际问题中基本数量间的换算关系.

考题 6 (2001 年哈尔滨)先化简:$\frac{3}{1+a}-\frac{1^2}{a^2-1}-\frac{6}{1-a}$,其中 $a=\tan60^\circ-1$.

精析 先正确运用整式的加、减、乘、除运算进行化简,然后代入求值即可.

原式 $=\frac{3(a-1)-12+6(a+1)}{a^2-1}=\frac{9(a-1)}{a^2-1}=\frac{9}{a+1}$

又 $a=\tan60^\circ-1=\sqrt{3}-1$ 时，

原式 $=\dfrac{9}{\sqrt{3}-1+1}=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$.

●注意 此题就是要求熟练掌握整式的运算，熟悉乘法公式.由于是基本运算题，所以也是常考知识点，不过往往与分式结合在一起，例如：

(1999 年哈尔滨)化简并求值 $\dfrac{1-2a+a^2}{a-1}-\dfrac{\sqrt{a^2-2a+1}}{a^2-a}-\dfrac{1}{a}$，其中 $a=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$.

答：$1-\sqrt{3}$.

(1999 年山东)当 $a=3-2\sqrt{2}$ 时，代数式 $\dfrac{2a+4}{a^2+a-2}+\dfrac{\sqrt{(a-1)^2}}{a^2-2a+1}$ 的值为(　　).

A. $\dfrac{\sqrt{2}+2}{2}$　　B. $-\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$

C. $-\dfrac{3(\sqrt{2}+1)}{2}$　　D. $\dfrac{3(\sqrt{2}+1)}{2}$

答：B.

考题 7 (1999 年河北)若实数 m,n 满足 $|2m-1|+(n+2)^2=0$，则 $m\cdot n$ 的值等于(　　).

A. -1　　B. 1　　C. -2　　D. 2

精析 对于任意一个实数 a，有 $|a|\geqslant0$，$a^2\geqslant0$，当且仅当 $a=0$ 时等号成立，所以当 $|2m-1|+(n+2)^2=0$ 时，必有 $2m-1=0$ 且 $n+2=0$.

$\therefore m=\dfrac{1}{2}$ 且 $n=-2$.

$\therefore m\cdot n=-1$.

故选 A.

●注意 绝对值的概念是代数中的重要概念之一，它是学习代数后继课程的基础，同时也可以利用绝对值的概念进一步认识我们已学过的概念.例如，任一个实数，都是由符号和绝对值两方面来确定的，又如互为相反的两个数，是绝对值相等符号相反的两个数，在课本中还有公式 $\sqrt{a^2}=|a|$，$a^2=|a^2|=|a|$ 等，即绝对值的概念是广泛存在的.

另外理解绝对值的意义，应注意以下三点：

(1)绝对值的非负性，即 $|a|\geqslant0$.

(2)绝对值相等的两个数相等或互为相反数.

(3)有了绝对值的几何意义后，数轴的概念、画法，利用数轴比较数的大小，相反数，绝对值等这些知识通过数轴都联系起来了.

这部分知识也是常考知识点，例如：

(2001 年北京)已知 a,b 是实数,且 $\sqrt{2a+6}+|b-\sqrt{2}|=0$,解关于 x 的方程 $(a+2)x+b^2=a-1$.

答:$x=6$.

(1999 年四川)如果实数 x,y 满足 $|x-2|+(x+y)^2=0$,那么 x^y 的值等于(　　).

A. $-\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. -4　　D. 4

答:B.

考题 8　(1999 年天津)如果一组数据 x_1,x_2,x_3,x_4,x_5 的平均数是 $\overline{x}$,则另一组数据 $x_1,x_2+1,x_3+2,x_4+3,x_5+4$ 的平均数是(　　).

A. $\overline{x}$　　　　B. $\overline{x}+2$

C. $\overline{x}+\frac{5}{2}$　　　　D. $\overline{x}+10$

精析　$\because x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=5\overline{x}$,

$$\therefore \frac{x_1+(x_2+1)+(x_3+2)+(x_4+3)+(x_5+4)}{5}$$

$$=\frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{5}+2=\overline{x}+2.$$

●注意　解此题的关键是理解和掌握求平均数的公式,求平均数是现实生活中经常利用到的知识.在对数据的分析统计中作用巨大,是常考知识点,另外在统计中,如众数、中位数、方差等也是常考知识点,例如:

(1999 年北京)如果数据 1,3,x 的平均数是 3,那么 $x=$(　　).

A.5　　B.3　　C.2　　D. -1

答:A.

(1999 年西安)在一次数学测验中,20 名学生的得分如下:

70	80	100	60	80	70	90	50	80	70
90	80	90	80	70	90	60	80	70	80

则这次数学测验中学生得分的众数和中位数分别是(　　).

A. 70,80　　　　B. 80,75

C. 80,70　　　　D. 80,80

答:D.

(2001 年南京)南京长江二桥连续七天的车流量(每日过桥车辆次数)分别为(单位:千辆/日):

8.0	8.3	9.1	8.5	8.2	8.4	9.0

这七天平均车流量为______千辆/日 .

答:8.5.

(2001年河南),已知一个样本1、3、2、5、x,它的平均数是3,则这个样本的标准差是______.

答:$\sqrt{2}$.

任意这一部分知识在许多省、市的中考题中都是以一个小题的形式出现,只要能理解平均数,众数,中位数,方差等基本概念,并会计算即可.

考题9 (1999年河北)甲、乙两台机床同时加工直径为100 mm的零件,为了检验产品的质量,从产品中各随机抽出6件进行测量,测得数据如下(单位:mm):

甲机床	99	100	98	100	103	100
乙机床	99	100	99	100	102	100

(1)分别计算上述两组数据的平均数及方差.

(2)由(1)的结果说明哪一台机床加工这种零件更符合要求.

精析 (1)观察众数易算得甲、乙两组数据的平均数相等且$\overline{x}_{甲}=\overline{x}_{乙}=100$,又可算得$S_{甲}^2=\frac{7}{3}$,$S_{乙}^2=1$. .

(2)由于甲、乙平均数相等,甲的方差大,乙的方差小,所以乙机床更符合加工这种零件.

●注意 在计算方差时,除了使用公式

$S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]$外还可以用公式

$S^2=\frac{1}{n}[(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2)-n\overline{x}^2]$.

考题10 (1998年四川)下列各式中,正确的是( ).

A.$a^3+a^3=a^6$ B.$(3a^3)^2=6a^6$

C.$a^3\cdot a^2=a^6$ D.$(a^3)^2=a^6$

精析 此题重点是熟练掌握公式$a^n\cdot a^m=a^{n+m}$,$(a^n)^m=a^{n\cdot m}$,$(ab)^n=a^n\cdot b^n$,且应看到$a^3+a^3=2a^3\neq a^6$,$(3a^3)^2=9a^6\neq 6a^6$,$a^3\cdot a^2=a^{3+2}=a^5\neq a^6(a\neq 0)$时,所以A,B,C均错,D满足公式$(a^n)^m=a^{n\cdot m}$,所以选D.

●注意 解此类题第一要熟记上述公式,并应了解可能产生的错误,以及上述公式适用的范围.在初中一般要求掌握在$a>0$且n,m属于自然数的范围内使用.例如:

(2001年厦门)下面计算错误的是( ).

A.$3^2\times 3^4=3^8$ B.$2x^3\div x=2x^2$

C.$(\sqrt{2}-\sqrt{3})^0=1$ D.$(-a^3)^2=a^6$

答:选A.

(2001年武汉)下列计算正确的是( ).

A.$x^3+x^3=2x^6$ B.$(-x^3)^2=x^6$

C. $x^3 \cdot x^3 = x^9$　　　　D. $x^6 \div x^2 = x^3$

答：选 B.

(1999 年河北)下列运算中，不正确的为(　　).

A. $3xy - (x^2 - 2xy) = 5xy - x^2$

B. $2a^2b \cdot 4ab^3 = 8a^3b^4$

C. $5x(2x^2 - y) = 10x^3 - 5xy$

D. $(x+3)(x^2 - 3x + 9) = x^3 + 9$

答案　选 D.

(1999 年四川)下列运算中，错误的是(　　).

A. $2x^2 + 3x^2 = 5x^2$　　　　B. $2x^3 - 3x^3 = -1$

C. $2x^2 \cdot 3x^2 = 6x^4$　　　　D. $2x^3 \div 3x^3 = \frac{2}{3}$

答案　选 B.

考题 11　(2000 年河北)为了解学生的身高情况，抽测了某校 17 岁的 50 名男生的身高，数据如下(单位：m)：

身高	1.57	1.59	1.60	1.62	1.63	1.64	1.65	1.66	1.68	1.69	1.70	1.71	1.72	1.73	1.74	1.75	1.76	1.77
人数	1	1	2	2	3	2	1	6	5	8	7	2	3	2	1	2	1	1

若将数据分成 7 组，取组距为 0.03 m，相应的频率分布表是：

分组	频数	频率
1.565～1.595	2	0.04
1.595～1.625	4	0.08
1.625～1.655	6	0.12
1.655～1.685	11	0.22
1.685～1.715	17	0.34
1.715～1.745	6	0.12
1.745～1.775	4	0.08
合　计	50	1

请回答下列问题：

(1)样本数据中，17 岁男生身高的众数、中位数分别是多少？

(2)依据样本数据，估计这所学校 17 岁的男生中，身高不低于 1.65 m 且不高于 1.70 m 的学生所占的百分比；

(3)观察频率分布表，指出该校 17 岁的男生中，身高在哪个数据范围内的频率最大。如果该校 17 岁的男生共有 350 人，那么在这个身高范围内的人数估计有多少人？

精析　(1)样本数据中，17 岁男生身高的众数、中位数依次是 1.69 m、1.69 m.

(2)在样本数据中，身高不低于 1.65 m 且不高于 1.70 m 的学生占 54%，估计这所学校 17 岁的男生中，身高不低于 1.65 m 且不高于 1.70 m 的学生占 54%.

(3)从频率分布表中可以看出，该校 17 岁的男生中，身高在 1.685 m～1.715 m 这个范围内的频率最大.

当该校 17 岁的男生人数为 350 人时，估计该校在这个身高范围内的人数是 119 人.

●**注意** 做有关统计初步的计算题，应熟练掌握总体、个体、样本、平均数、众数、中位数、方差、标准差，频率分布等有关概念，在中考中统计初步是常考知识，且往往以大题的形式出现，例如：

(2000 年上海)为制定本市初中七、八、九年级学生校服的生产计划，有关部门准备对 180 名初中男生的身高作调查.现有三种调查方案：

(A)测量少体校中 180 名男子篮球、排球队员的身高；

(B)查阅有关外地 180 名男生身高的统计资料；

(C)在本市的市区和郊县各任选一所完全中学、两所初级中学，在这六所学校有关年级的(1)班中，用抽签的方法分别选出 10 名男生，然后测量他们的身高.

(1)为了达到估计本市初中这三个年级男生身高分布的目的，你认为采用上述哪一种调查方案比较合理，为什么？(答案分别填在空格内.)

答：选____；理由：______.

(2)下表中的数据是使用了某种调查方法获得的：

初中男生身高情况抽样调查表

年级 / 人数 / 身高/cm	七年级	八年级	九年级	总计(频数)
143～153	12	3	0	
153～163	18	9	6	
163～173	24	33	39	
173～183	6	15	12	
183～193	0	0	3	

(说明：每组可含最低值，不含最高值.)

根据表中的数据填写表中的空格.

(1)答：选(C).

理由：方案(C)采用了随机抽样的方法.随机样本比较具有代表性，可以被用来估计总体.

(2)如图 1-2 所示.

(2000 年山西)某校为了解一个年级的学习情况，在这个年级抽取了 50 名学生，对某学科进行测试，将所得成绩(成绩均为整体)整理后，画出频率分布直方图，如图 1-3 所示.