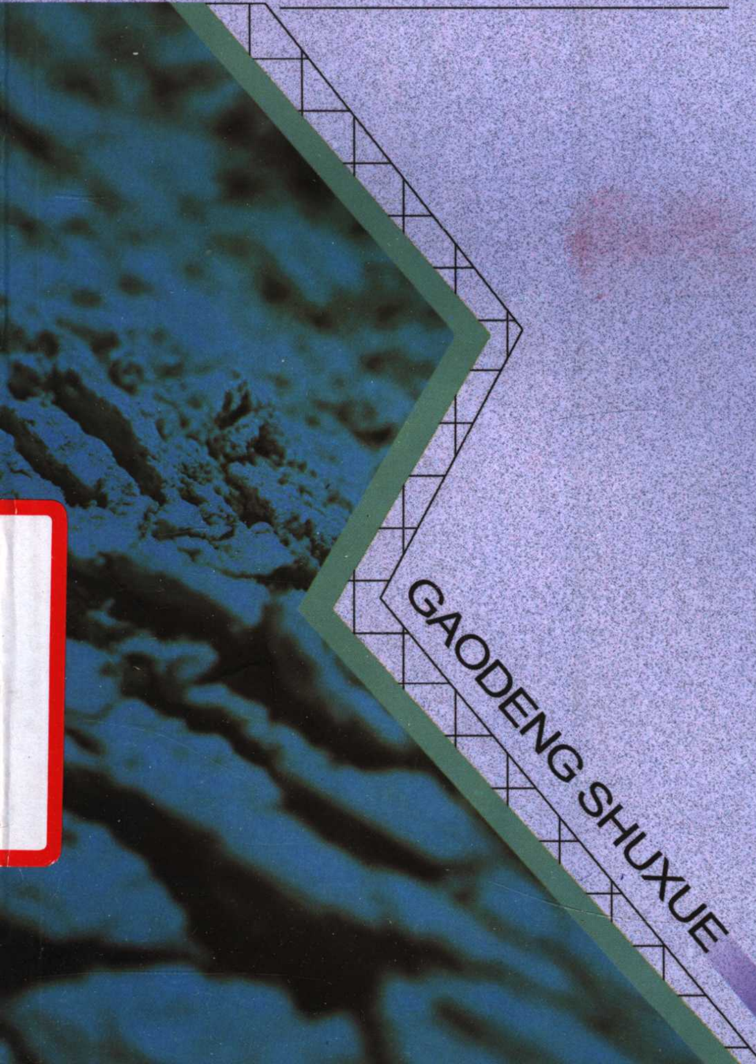
高等数学

下册 GAODENG SHUXUE

李德新 张朝阳 编



GAODENG SHUXUE

厦门大学出版社

高等数学

下册

GAODENG SHUXUE

李德新 张朝阳 编

厦门大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 下/李德新,张朝阳编. —厦门:厦门大学出版社,2003.8

ISBN 7-5615-2807-5

Ⅰ.高… Ⅱ.①李…②张… Ⅲ.高等数学-高等学校-教材 Ⅳ.O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第059551号

厦门大学出版社出版发行

(地址:厦门大学 邮编:361005)

http://www.xmupress.com

xmup @ public.xm.fj.cn

三明地质印刷厂印刷

2003年9月第1版 2003年9月第1次印刷

开本:850×1168 1/32 印张:8.75 插页:2

字数:218千字 印数:1—7 200册

定价:16.00元

前　言

由于现代科学技术特别是电子计算机技术的迅猛发展,数学在各个领域中的应用日趋普遍.数学成了学习每门现代科学技术都必须掌握的通用语言,而以数学思维为代表的清晰周密的思辩推断的能力,更是做好任何工作都必不可缺的基本素质.

为了适应高等教育、高等院校向综合性或多科性发展的时代要求,我们根据高等数学课程自身的特点,结合同仁们多年教学实践和长期交流合作的基础上编写了这套《高等数学》(上、下册)教材.

在确保农、林、医、经、管、文、工等专业数学课程教学基本要求的前提下,本书对高等数学的基本概念、基本理论和基本方法的阐述力求严谨简明,详略适当,同时突出了微积分基本思想在农、经、工以及生命科学中的应用,可作为非数学专业本科生的公用教材,也可供科技人员参考.

本书共 12 章,分上、下两册,上册 7 章,下册 5 章.每节后附有习题,每章后另附有总习题.总习题分 A、B 两组,A 组是客观题,是基本题,含填空题和选择题等;B 组是主观题,是提高题,含计算、证明、应用题.习题量丰富,题型覆盖面广,有利于各种门类不同教学要求的筛选使用.

本书由张朝阳、李德新编写.张朝阳负责第二、三、四、五、六、七、十二章的编写和上册的统稿.李德新负责第一、八、九、十、十一章的编写和下册的统稿.

陈同英教授,林文浩、姜永、温永仙副教授为本书编写付梓提供了许多宝贵意见和建议,在此谨表诚挚的谢意.

编者才学疏浅，书中不足之处在所难免.敬请使用本书的教师和读者们不吝评正.

编　者

2003年6月

目　录

第八章　空间解析几何与向量代数

空间解析几何与平面解析几何相类似，也是用代数方法来研究空间几何图形.它是学习多元函数微积分的必要基础.

§8.1　空间直角坐标系

一、空间点的直角坐标

在空间任取一点 O，过点 O 引三条互相垂直的数轴，它们都以 O 为原点，而且一般都具有相同的长度单位.这三条数轴分别称为 x **轴（横轴）**、y **轴（纵轴）**、z **轴（竖轴）**，统称**坐标轴**.它们的正方向按**“右手规则”**确定：即以右手握住 z 轴，当右手的四个手指从 x 轴正方向以 $\pi/2$ 角度转向 y 轴正方向时，大拇指的指向就是 z 轴的正方向.这样确定的三条数轴就构成了一个**空间直角坐标系**，点 O 称为**坐标原点**（图 8-1）.

三条坐标轴中的任意两条可以确定一个平面，这样定出的三个平面统称为**坐标面**. x 轴及 y 轴所确定的坐标面叫做 xOy **面**，另外还有 yOz **面**和 zOx **面**.三个坐标面把空间分为八个部分，每个部分叫做一个**卦限**，共八个卦限，其顺序是这样规定的，在 xOy 坐标上方，从 x,y,z 三个坐标轴为正的那个卦限开始，按逆时针方向，依次是第Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ卦限，在 xOy 坐标面下方与上面的四个卦限依次对应的是第Ⅴ、Ⅵ、Ⅶ、Ⅷ卦限（图 8-2）.

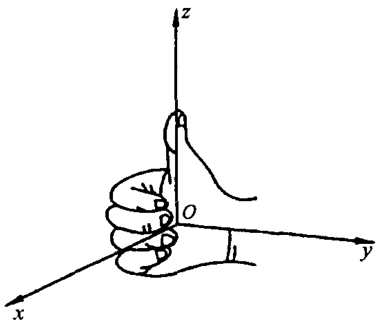


图 8-1

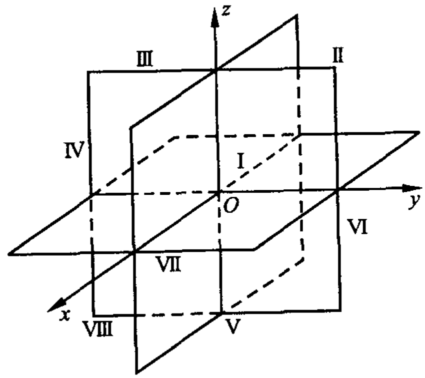


图 8-2

取定了空间直角坐标系后，就可以建立起空间点与三元有序数组之间的对应关系．设 M 为空间一点，过 M 作三个平面分别垂直于三条坐标轴，它们与 x 轴、y 轴、z 轴的交点依次为 P,Q,R 三点，这三点在坐标轴上的坐标分别为 x,y,z．这样空间的点 M 就惟一地确定了一有序数组 (x,y,z)．反之，对惟一的有序数组 (x,y,z)，也可以在 x,y,z 轴上分别取坐标为 x,y,z 的点 P,Q,R，过 P,Q,R 三点分别作 x,y,z 轴的垂直平面，这三个平面相交于点 M，于是任给一个有序数组 (x,y,z) 也惟一地确定了空间的点 M，这样就建立空间点 M 与三元有序数组 (x,y,z) 之间的一一对应关系，

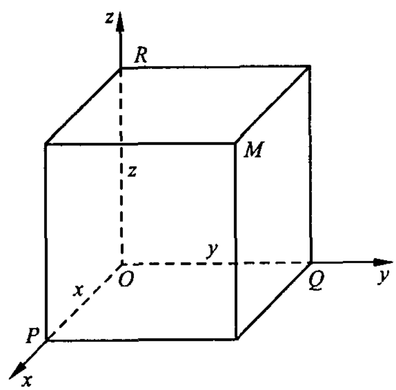


图 8-3

这个有序数组 (x,y,z) 称为点 M 的**坐标**，记为 $M(x,y,z)$，并依次称 x,y,z 为点 M 的**横坐标**，**纵坐标**，**竖坐标**(图 8-3)．

显然，原点的坐标为(0,0,0)，在 x,y,z 轴上的点的坐标分别为 $(x,0,0),(0,y,0),(0,0,z)$，在 xOy,yOz,zOx 坐标面上的点的坐标分别为 $(x,y,0),(0,y,z),(x,0,z)$.

二、空间两点间的距离

设 $M_1(x_1,y_1,z_1),M_2(x_2,y_2,z_2)$ 为空间的两点，过 M_1,M_2 各做三个平面分别垂直于三个坐标轴，这六个平面围成一个以 M_1M_2 为对角线的长方体(图 8-4).

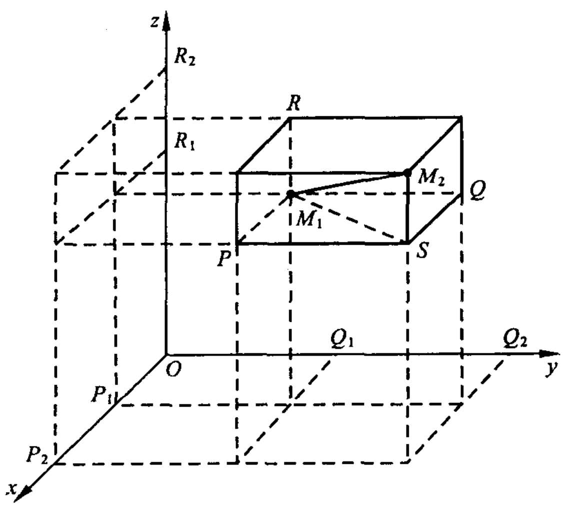


图 8-4

从图 8-4 可以看出：

$$|M_1M_2|^2=|M_1S|^2+|SM_2|^2,$$

而

$$|M_1S|^2=|M_1P|^2+|M_1Q|^2,$$

$$|M_1P|=|P_1P_2|=|x_2-x_1|,$$

$$|M_1Q|=|Q_1Q_2|=|y_2-y_1|,$$

$$|SM_2|=|R_1R_2|=|z_2-z_1|,$$

所以

$$|M_1M_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}.$$

这就是**空间两点间的距离公式**.

特殊地，点 $M(x,y,z)$ 与原点 $O(0,0,0)$ 的距离为

$$|OM|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}.$$

另外，利用图 8-4 还可获得线段 M_1M_2 的中点 $M_0(x_0,y_0,z_0)$ 的坐标为

$$x_0=\frac{x_1+x_2}{2},y_0=\frac{y_1+y_2}{2},z_0=\frac{z_1+z_2}{2}.$$

例 1 求在 y 轴上的与两点 $A(1,-2,3)$，$B(3,4,-1)$ 等距离的点.

解 因为所求的点在 y 轴上，所以设该点为 $M(0,y,0)$，由题意有

$$|MA|=|MB|$$

即

$$\sqrt{(1-0)^2+(-2-y)^2+(3-0)^2}=\sqrt{(3-0)^2+(4-y)^2+(-1-0)^2}$$

两边同平方，解得 $y=1$，故所求点 M 的坐标为 $(0,1,0)$.

习题 8.1

1. 求点 (a,b,c) 关于：(1) 各坐标面；(2) 各坐标轴；(3) 坐标原点的对称点的坐标.

2. 在 z 轴上求与点 $A(-4,1,7)$ 和点 $B(3,5,-2)$ 等距离的点.

3. 试证以 $A(4,1,0)$，$B(10,-1,6)$，$C(2,4,3)$ 为顶点的三角形为等腰直角三角形.

§8.2　曲面及其方程

一、曲面方程的概念

像在平面解析几何中把平面曲线当作动点的轨迹一样，在空间解析几何中，任何曲面或曲线看做点的几何轨迹．在这样的意义下，如果曲面 S 与三元方程

$$F(x,y,z)=0 \tag{8-2-1}$$

有下述关系：

(1)曲面上任何一点的坐标都满足方程(8-2-1)；

(2)不在曲面 S 上的点的坐标都不满足(8-2-1)，

那么，方程(8-2-1)称为**曲面 S 的方程**，而曲面 S 就称为**方程(8-2-1)的图形**(图 8-5)．

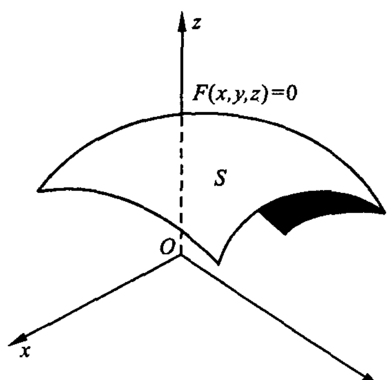


图 8-5

二、空间中的平面及其方程

先看一个简单的例子．

例 1　设有点 $A(1,2,3)$，$B(2,-1,4)$，求线段 AB 的垂直平分面的方程．

解　由题意得，所求的平面就是与 A 和 B 等距离的点的几何轨迹．设 $M(x,y,z)$为所求平面上的一点，由于

$$|AM|=|BM|,$$

所以

$$\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2+(z-4)^2}.$$

等式两边平方，然后化简便得

$$2x-6y+2z-7=0.$$

这就是所求的平面上的点的坐标所满足的方程，而不在此平面上的点的坐标都不满足这个方程，所以这个方程就是所求的平面方程.

可以证明（详见本章第 7 节），任何一个三元一次方程都是平面的方程；反之，在空间直角坐标系中，平面的方程都是三元一次方程. 于是平面方程可以写成如下形式，并称之为**平面的一般方程**：

$$Ax+By+Cz+D=0 \tag{8-2-2}$$

其中 A,B,C,D 均为常数且 A,B,C 不同时为零.

当 A,B,C,D 之中某一个或两个为零时，我们应熟悉相应的平面图形的特点，具体讨论如下：

(1)若 $D=0$，方程 $Ax+By+Cz=0$，这是经过原点的平面.

(2)若 $C=0$，方程 $Ax+By+D=0$ 表示平行于 z 轴的平面.

同样，$Ax+Cz+D=0$ 是平行于 y 轴的平面；$By+Cz+D=0$ 是平行于 x 轴的平面.

(3)若 $A=0,B=0$，方程 $Cz+D=0$ 表示平行于 xOy 面的平面.

同样，$Ax+D=0$ 是平行于 yOz 的平面；$By+D=0$ 是平行于 zOx 面的平面.

(4)若 $A=0,D=0$，方程 $By+Cz=0$ 表示通过 x 轴的平面，

同样，$Ax+Cz=0$ 是通过 y 轴的平面；$Ax+By=0$ 是通过 z 轴的平面.

例 2 设一平面通过 x,y,z 轴上三点 $P(a,0,0),Q(0,b,0),R(0,0,c)$，求这平面的方程（其中 a,b,c 均不为零）.

解 设所求的平面方程为

$$Ax+By+Cz+D=0,$$

因 P,Q,R 三点都在这个平面上，所以点 P,Q,R 的坐标都满足方程，即有：