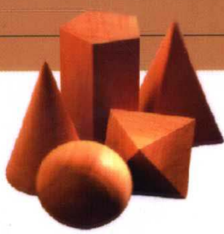
公共事业管理系列

GAO DENG
SHU XUE

高等数学

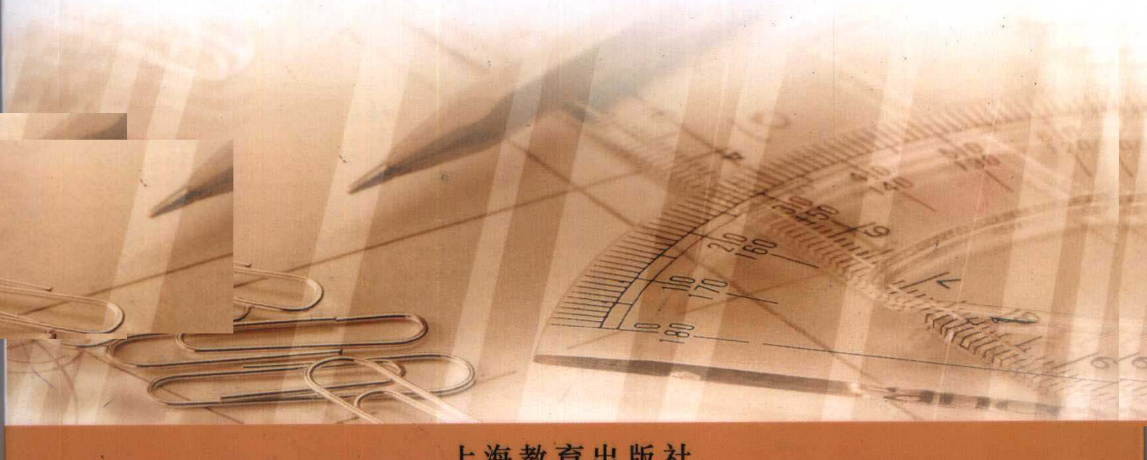
（文科用）



函数 / 极限与连续 / 导数
微分中值定理与导数的应用 / 不定积分
定积分 / 二元函数微积分 / 微分方程

函数 / 极限与连续 / 导数
微分中值定理与导数的应用 / 不定积分
定积分 / 二元函数微积分 / 微分方程

沈逸 袁红 俞耀明 著



上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATION PUBLISHING HOUSE

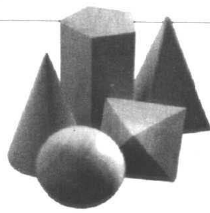
上海市教委“教育经济与管理”重点学科资助项目

公共事业管理系列

GAO DENG SHU XUE

高等数学

(文科用)



沈逸 袁红 俞耀明 著

上海教育出版社
SHANGHAI EDUCATION PUBLISHING HOUSE

图书在版编目（CIP）数据

高等数学：文科用／沈逸编．—上海：上海教育出版社，2004.8
（公共事业管理系列）
ISBN 7-5320-9696-3

Ⅰ.高... Ⅱ.沈... Ⅲ.高等数学—高等学校—教材 Ⅳ.O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第099763号

公共事业管理系列
高等数学
（文科用）
沈 逸 袁 红 俞耀明 著
上海世纪出版集团
上海教育出版社 出版发行
易文网：www.ewen.cc
（上海永福路123号 邮政编码：200031）
各地新华书店经销 昆山市亭林印刷有限责任公司印刷
开本890×1240 1/32 印张10 插页3 字数252,000
2004年9月第1版 2004年9月第1次印刷
印数 1-5,000本
ISBN 7-5320-9696-3/G·9470 定价：23.00元

序

1998年,教育部颁发了新修订的《普通高校本科专业目录》,教育管理专业被并入公共事业管理专业.这为教育管理专业调整培养目标和改革课程设置等,提供了良好契机,也为适应高等教育从精英化向大众化的转变,拓展毕业生的就业渠道,找到了新的专业生长点.

所谓公共事业,主要是指政府组织、一般的社会公共组织、公益性组织或非政府组织、非营利组织所从事的公益性事业.在这里,它主要涉及教育、卫生、体育、文化事业、科学技术和环境保护领域.把公共事业管理之一的教育管理理论和方法进行拓展和移植,可应用于公共事业管理的其他领域,其主要理由是:(1)由于教育、卫生、体育、文化事业、科学技术和环境保护等均是社会公益性事业,它们的共性特征十分明显.这种共性特征是拓展和移植可行的根本依据.(2)就教育管理来说,其管理对象不仅涉及物,而且更多的是人,因此,与卫生管理、体育管理、文化事业管理、科技活动管理和环境保护管理等相比,难度更大.这是拓展和移植可行的操作依据.(3)在学校管理中也已涉及到体育课堂教学管理、体育工作管理、学生卫生习惯管理、卫生工作管理、学校艺术节管理、文艺工作管理、学校科技活动管理、科研工作管理和校园文化管理、校园环境管理等,这是拓展和移植可行的实践依据.

为了培养好公共事业管理人才,以适应社会发展的需要,我们编写了这套《公共事业管理系列》丛书.本系列丛书具有以下特点:

1. 有自己的理论体系结构.本系列所确定的书目是与我们对公共事业管理的内涵和人才培养的目标、类型、分类的基本看法相符合

的.同时也是“宽基础、多方向”思路的具体体现,使读者不仅能适应现阶段社会公共事业管理领域对知识、技能和能力的需求,而且也顾及到了未来可能转换到其他领域的相应或相近类型职业的要求.

2. 有亲身的实践经验积累. 1999 年,我们着手进行公共事业管理专业的课程设置改革,并付诸实施.经过四年的实践,我们积累了丰富的经验,使本系列更具有针对性和实用性.为此,务实性内容较多,传授先进而又实用的知识和技能,读者可以学以致用.

3. 有内在的逻辑联系内容.本系列各册内容之间有较紧密的逻辑联系.例如,《高等数学(文科用)》是学习《实用统计学》和《管理定量分析》应具备的基础知识和基本技能,而《实用统计学》和《管理定量分析》又是学习《公共事业管理》和《公共事业评价》的基础.

4. 有基本的统一表述形式.本系列有统一的编写体例,要求编写者共同遵守.当然,编写者在撰述过程中,从主客观的实际出发,也可作某些必要的变动,但力求保持各书在表述形式上的基本统一,给读者一个系列的整体印象.

本系列丛书虽有以上特点,但一定存在不少问题,这有待于我们作进一步的探索研究,我们衷心地欢迎广大读者不吝指正.

本系列丛书的编写和出版,是与上海教育出版社领导的支持分不开的,特别是张文忠先生为这套丛书的问世,付出了辛勤劳动,在此谨表衷心感谢!

2003 年 6 月

目　　录

第一章　函　　数

函数是对现实世界中各种变量之间相互依存关系的一种抽象，它是数学分析研究的基本对象，是微积分中最重要的基本概念之一. 在数学、自然科学、经济学、管理科学以及其他的一些学科研究中，经常会遇到函数的关系. 本章首先引入集合概念，然后再着重研究函数关系.

§1.1　集　　合

一、集合的概念

1. 集合

"集合"是数学中的一个重要概念. 所谓集合，就是指具有某种属性的事物全体，这些事物则称为集合的元素.

集合的例子在生活中比比皆是，下面举几个集合的例子：

例 1　某校某年级全体同学.

例 2　某工厂生产的所有产品.

例 3　全体奇数.

例 4　方程 $x^2-7x+12=0$ 的根.

例 5　直线 $x+y-2=0$ 上所有的点.

一般，我们习惯用大写字母 A、B、C…… 等表示集合，用小写字母 a、b、c 表示集合的元素. 如果 a 是集合 A 的元素，则记作 $a\in A$，读作"a 属于 A"或"a 在 A 中"；如果 a 不是集合 A 的元素，则记作 $a\overline{\in} A$，读作"a 不属于 A"或"a 不在 A 中".

例如 Q 表示所有有理数组成的集合，则 $\frac{2}{3}\in Q$，$\sqrt{3}\overline{\in} Q$.

2. 有限集和无限集

由有限个元素构成的集合，称为有限集合，例 1、例 2、例 4 就是有限集合；由无限多个元素构成的集合，称为无限集合，例 3、例 5 就是无限集合.

二、集合的表示法

1. 列举法

将组成集合的所有元素，不论顺序一一列出，并用花括号{}括起来表示集合的方法称为列举法.

例 6　A 为所有不大于 10 的素数的集合，则 A 可表示为：

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

例 7　A 为方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的根所组成的集合，则 A 可表示为：

$$A = \{3, 4\}$$

用列举法表示集合，必须列出集合的所有元素，不得遗漏和重复.

2. 描述法

把集合中元素所具有的某个共同属性描述出来，用 $A=\{x|x$ 具有的共同属性$\}$表示的方法称为描述法.

例 8　A 为全体正数组成的集合，则 A 可表示为：

$$A = \{x \mid x > 0\}$$

例 9　例 7 用描述法可表示为：

$$A = \{x \mid x^2 - 7x + 12 = 0\}$$

三、全集、空集、子集及集合的相等

1. 全集

由所研究的所有事物构成的集合称为全集，记为 U.

全集是相对的，一个集合在一定条件下是全集，在另一条件下就

可能不是全集.例如,讨论的问题仅限于有理数,则全体有理数组成的集合为全集,而整数就不是全集;若讨论的问题是实数,则全体实数组成的集合为全集,而有理数集则不是全集.

2. 空集

不包含任何元素的集合称为空集,记作 Φ.

例 10　$x^2+1=0$ 的实数根集合为空集.

例 11　三条长度比为 2∶3∶4 的线段所组成的直角三角形集合为空集.

$\{0\}$不是空集,它是元素为"0"的集合,$\{\Phi\}$是元素为"Φ"的集合.

3. 子集

设有两个集合 A 与 B,如果集合 A 中的任何一个元素都是集合 B 的元素,那么称集合 A 为集合 B 的子集,记为 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$,读作 A 包含于 B 或 B 包含 A.

即:若 $\forall a\in A$,有 $a\in B$,则 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$.(符号"$\forall$"读作任意)

例 12　Z 为全体整数的集合,R 为全体有理数的集合,则 Z 是 R 的子集.

例 13　$A=\{x\mid 2\leqslant x<100\}$, $B=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 50\}$, $C=\{x\mid x\leqslant 50\}$,显然,$B$ 是 A 的子集,B 也是 C 的子集,即 $B\subseteq A$,$B\subseteq C$,但 A 不是 C 的子集,因为 $99\in A$,但 $99\notin C$.

如果 A 是 B 的子集,且 B 中至少有一个元素不属于 A,则称 A 为 B 的真子集.

即:$\forall a\in A$,有 $a\in B$, $\exists b\in B$,但 $b\notin A$,称 A 为 B 的真子集,记为 $A\subset B$.上例中的 B 就是 A 和 C 的真子集.

根据子集的定义,我们可以证明,任何一个集合都是它自身的子集,空集是任何一个集合的子集.

4. 集合的相等

设集合 A 和 B,若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$,则称 A 与 B 相等,记作 $A=B$.

例14 设$A=\{2,4,6,8,10\}$，$B=\{x\mid 0<x\leqslant 10$的偶数$\}$，则$A=B$.

四、集合的运算

如同数与数之间有加、减、乘、除等各种运算一样，集合与集合之间也有其特定的运算，这些运算与数的运算一样都来源于实践，反映了客观世界中数量间的关系.

1. 并集

定义 1.11 由集合A与B中所有元素汇总所构成的集合称为集合A与集合B的并，记为$A\cup B$，读作A与B的并，如图1-1所示.

即：$A\cup B=\{x\mid x\in A$或$x\in B\}$

集合的并有下列性质：

① $A\subset A\cup B$，$B\subset A\cup B$

② 对任何集合A，有：$A\cup\Phi=A$，$A\cup U=U$

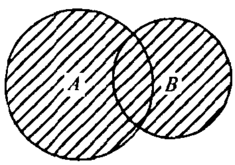


图1-1

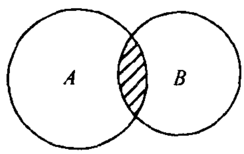


图1-2

2. 交集

定义 1.12 由既属于集合A又属于集合B的公共元素汇总构成的集合，称为集合A与集合B的交，记为$A\cap B$，读作A与B的交，如图1-2阴影部分所示.

即：$A\cap B=\{x\mid x\in A$且$x\in B\}$

集合的交有下列性质：

① $A\cap B\subset A$，$A\cap B\subset B$

② 对任何集合A，有$A\cap\Phi=\Phi$，$A\cap U=A$，$A\cap A=A$

例15 设$A=\{x\mid -1<x<2\}$，$B=\{x\mid 1<x<3\}$，则

$$A \cup B = \{x \mid -1 < x < 3\}$$

$$A \cap B = \{x \mid 1 < x < 2\}$$

例 16　设 A 为某单位会英语的人的集合，B 为会日语的人的集合，则

$A \cup B$ 表示会英语或会日语的人的集合.

$A \cap B$ 表示既会英语又会日语的人的集合.

例 17　A 为奇数集合，B 为偶数集合，则

$$A \cup B = \{x \mid x\ \text{为奇数或偶数}\}$$

$$A \cap B = \Phi$$

3. 差集

定义 1.13　由属于 A 但不属于 B 的所有元素构成的集合，称为 A 与 B 的差集，记为 $A-B$，读作 A 与 B 的差，如图 1－3 阴影部分所示.

即：$A - B = \{x \mid x \in A\ \text{且}\ x \overline{\in} B\}$

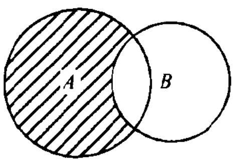


图 1－3

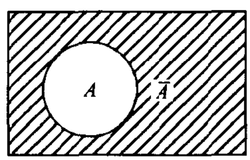


图 1－4

例 18　如果 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$，$B = \{1, 3, 5, 7\}$

$$A - B = \{2, 4\}$$

例 19　如例 16 中的 A、B，$A - B = \{$会英语而不会日语的人$\}$

4. 补集

定义 1.14　全集 U 中所有不属于 A 的元素构成的集合，称为 A 的补集，记为 $\overline{A}$，如图 1－4 所示.

即　$\overline{A} = \{x \mid x \in U 且 x \overline{\in} A\}$

补集有下列性质：

$$A \cup \overline{A} = U,\ A \cap \overline{A} = \Phi$$

例 20　设 A 为全体正奇数的集合，U 为全体正整数的集合，则 $\overline{A}$ 为全体正偶数的集合.

例 21　某地区的 100 个工厂中，有 80 个工厂生产甲种机床，以集合 A 表示这些厂，有 61 个厂生产乙种机床，以集合 B 表示这些厂，有 55 个厂两种机床都生产. 试用集合表示下列各类工厂，并计算出各类工厂的数目：

(1) 生产甲种机床而不生产乙种机床的工厂；

(2) 生产乙种机床而不生产甲种机床的工厂；

(3) 甲、乙两种机床中至少生产其中一种的工厂；

(4) 甲、乙两种机床都不生产的工厂.

分析：设某地区工厂的集合为 U，则 U 的个数为 100. 由集合的交可知：$A \cap B$ 表示既生产甲种机床，又生产乙种机床的集合，其工厂数为 55；$A-B$ 表示生产甲种机床，但不生产乙种机床的集合，因为 A 表示生产甲种机床的集合，它包括了单独生产甲种机床的工厂和甲、乙两种机床都生产的工厂，因此只要在 A 中除去两种机床都生产的工厂，剩下的就是单独生产甲种机床的集合，所以 $A-B$ 工厂数为：$80-55=25$(个)；$B-A$ 表示生产乙种机床而不生产甲种机床的集合，同样，在 B 中除去同时生产两种机床的工厂后，剩下的就是单独生产乙种机床的了，所以 $B-A$ 的工厂数为：$61-55=6$(个)；$A \cup B$ 表示或者生产甲种机床，或者生产乙种机床的集合，因为 A 和 B 中均包含了同时生产两种机床的工厂，所以 $A \cup B$ 的工厂数不是简单地将 A 的工厂数与 B 的工厂数相加，而是 A 与 B 的工厂数之和减去既生产甲机床又生产乙机床的工厂数，所以 $A \cup B$ 的工厂数为：$80+61-55=86$；换一个角度看 $A \cup B$，它其实是由单独生产甲种机床的工厂和单独生产乙种机床的工厂，以及甲、乙两种机床都生产的

工厂组成的集合. 因此其工厂数的计算可以是：单独生产甲种机床的工厂数＋单独生产乙种机床的工厂数＋同时生产两种机床的工厂数，即：$25+6+55=86$；因为 $A\cup B$ 表示至少生产一种机床，那么两种机床都不生产的集合就是 $A\cup B$ 的补集，由补集的性质可知：$(A\cup B)\cup(\overline{A\cup B})=U$，$(A\cup B)\cap(\overline{A\cup B})=\Phi$. 也就是在100个工厂中，除了至少生产一种机床的工厂外，其余的就是甲、乙两种机床都不生产的工厂了，工厂数为：$100-86=14$(个). 由以上分析可知：

解：(1) 生产甲种机床而不生产乙种机床的工厂集合为 $A-B$，工厂数为 25 个；

(2) 生产乙种机床而不生产甲种机床的工厂集合为 $B-A$，工厂数为 6 个；

(3) 甲、乙两种机床中，至少生产其中一种的工厂集合为 $A\cup B$，工厂数为 86 个；

(4) 甲、乙两种机床都不生产的工厂集合为$\overline{A\cup B}$，工厂数为 14 个.

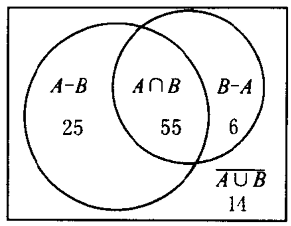


图 1 - 5

上例的文氏图如图 1 - 5 所示.

5. 集合运算律

(1) 交换律：(Ⅰ) $A\cup B=B\cup A$

(Ⅱ) $A\cap B=B\cap A$

(2) 结合律：(Ⅰ) $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$

(Ⅱ) $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$

(3) 分配律：(Ⅰ) $(A\cup B)\cap C=(A\cap C)\cup(B\cap C)$

(Ⅱ) $(A\cap B)\cup C=(A\cup C)\cap(B\cup C)$

(4) 狄摩根对偶律：(Ⅰ) $(\overline{A\cup B})=\overline{A}\cap\overline{B}$

(Ⅱ) $(\overline{A\cap B})=\overline{A}\cup\overline{B}$

下面证明结合律的(Ⅰ)和狄摩根对偶律的(Ⅰ)，其余定律学习者可类似地证明.

结合律(Ⅰ)的证明：

若 $x \in (A \cup B) \cup C$，

则 $x \in A \cup B$ 或 $x \in C$

即 $x \in A$ 或 $x \in B$ 或 $x \in C$

因而 $x \in A$ 或 $x \in B \cup C$

所以 $x \in A \cup (B \cup C)$

所以 $(A \cup B) \cup C \subset A \cup (B \cup C)$

同理可证 $A \cup (B \cup C) \subset (A \cup B) \cup C$

所以 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

图 1-6 是说明结合律(Ⅰ)的文氏图.

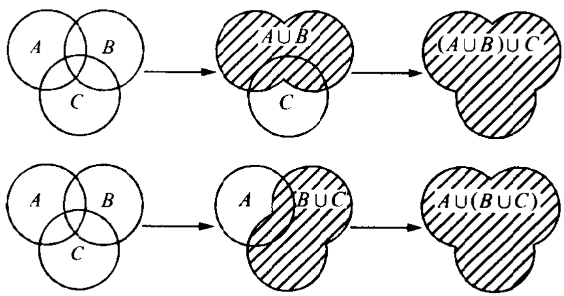


图 1-6

狄摩根对偶律(Ⅰ)的证明：

若 $x \in \overline{A \cup B}$，则 $x \notin A \cup B$

即 $x \notin A$ 且 $x \notin B$

亦即 $x \in \overline{A}$ 且 $x \in \overline{B}$

因此 $x \in \overline{A} \cap \overline{B}$

所以 $\overline{A \cup B} \subset \overline{A} \cap \overline{B}$

反之，若 $x \in \overline{A} \cap \overline{B}$

则 $x \in \overline{A}$ 且 $x \in \overline{B}$

即 $x \notin A$ 且 $x \notin B$

亦即 $x \notin A \cup B$