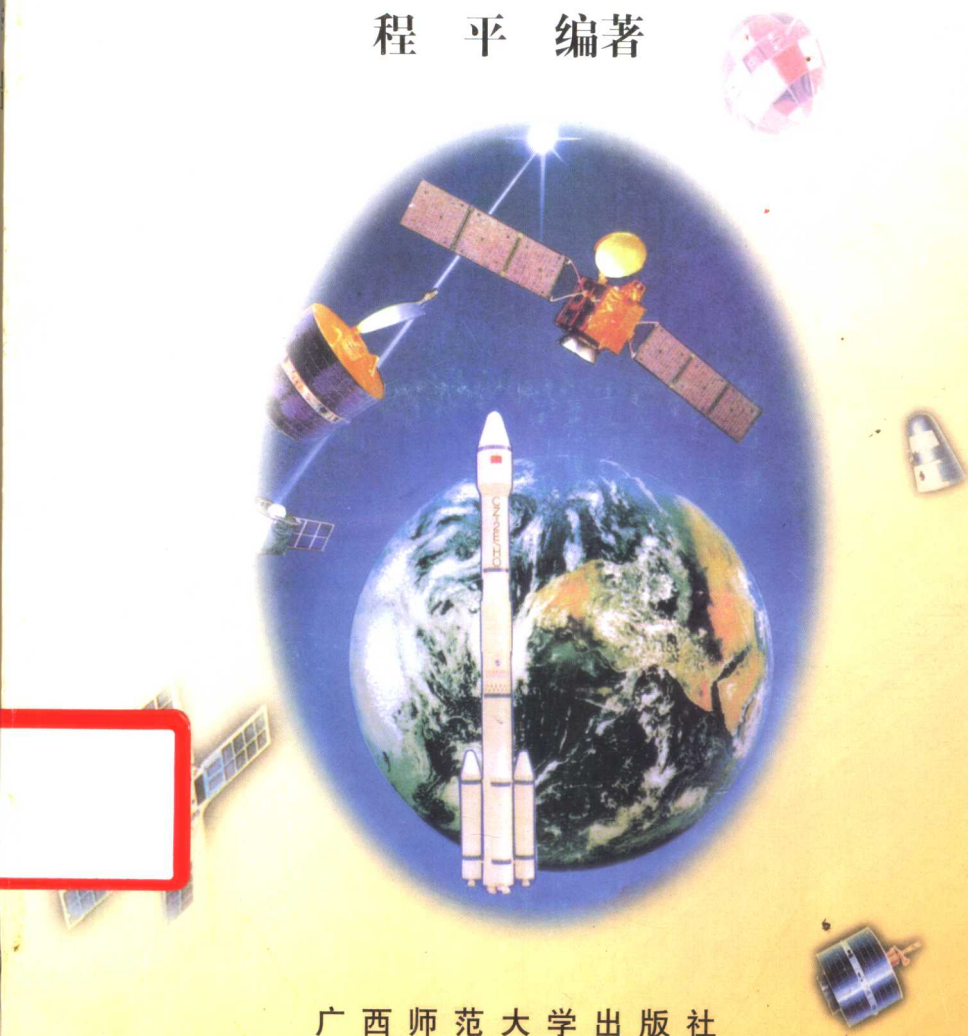


• 大学教材系列 •

LILUN LIXUE JICHU

理论力学基础

程 平 编著



广西师范大学出版社

理论力学基础

程 平 编著

广西师范大学出版社

• 桂林 •

图书在版编目 (CIP) 数据

理论力学基础 / 程平编著. — 桂林: 广西师范大学出版社, 1999. 11

ISBN 7-5633-2939-0

I. 理… II. 程… III. 理论力学-高等学校-教材
IV. O31

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 49022 号

广西师范大学出版社出版发行

(桂林市中华路 36 号 邮政编码:541001)
(电子信箱:pressz@public.gpitt.gx.cn)

出版人:萧启明

全国新华书店经销

核工业中南 310 印刷厂印刷

(广西兴安县 2310 信箱 邮政编码:541307)

开本:850 mm × 1 168 mm 1/32

印张:7.5 字数:188 千字

1999 年 11 月第 1 版 1999 年 11 月第 1 次印刷

印数:0 001 ~ 1 000 定价:10.50 元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷厂联系调换

前 言

理论力学是物理学中重要的内容之一,也是物理学的基础理论课,是物理专业学生的必修课.在普通物理力学的基础上,进一步学习理论力学,就掌握物理学知识来说,将得到提高,进入了高一级的台阶.

学习理论力学,可以领会到下列的诸方面:描述物体做机械运动的基本概念,描述方法;物体做机械运动的普遍规律,包括力学定律、定理、原理;如何分析力学问题的思路,解决问题的方法;分析一些力学方面的疑难问题,并得到完满的结论,等等.

理论力学在叙述力学理论时,除了使用初等数学外,广泛地使用了高等数学的各个领域知识.因此,在学习理论力学时,要求读者具有一定的高等数学素养,否则就会寸步难行.

学习理论力学的主要目的是为掌握物体做机械运动的规律,以及如何描述这些规律的概念、定律、定理、原理,并运用这些理论解决实际中的力学问题,对初学者来说是有困难的.本教材考虑到

这些情况,所以在叙述力学的规律时,尽量做到简明、通俗易懂、逐步深入.并且配画了大量的图形,以便形象直观地表述.

为了使大家领会力学理论,本书举了不少范例,并且介绍了各种类型的例题.一方面为使大家深入理解理论,同时也示范了怎样熟练地应用力学理论,分析、解决实际的动力学问题,即解决实际力学问题的能力的培养,这是学习知识的重要任务之一.通过这些典型例题的全面解决的示范,能做到触类旁通、举一反三.

本书每章还配备思考题及一定数量、难度适当的习题(在每题的题后附有答案),以便学习时参考.

鉴于目前适合物理专业的理论力学教材不多见,作者根据以前公布的理论力学教学大纲要求编写此教材.按 40 学时的讲课,12 学时的习题课,并做适量的练习,这样的教学结构,能完成大纲所要求的教学任务.

作者本人根据长期的教学实践经验,近 40 年的资料的积累,简要地编写此教材,曾在物理系本系科、函授专业班多次使用,其间作了几次修改、补充.对当前新科技信息、我国科技成就作了适当的介绍.

本书编写中定存在缺点与错误,恳请专家、读者批评指正,本人将不胜感谢.

编著者

1999 年 4 月

目 录

绪 论	(1)
第一章 质点力学	(3)
第一节 质点运动学	(3)
一、质点的位置与运动学方程	(3)
二、质点的位移	(7)
三、质点运动的速度、加速度	(8)
四、速度、加速度在不同坐标系中的表述法	(9)
第二节 质点动力学基本定律	(20)
一、牛顿三定律	(20)
二、质点动力学微分方程	(24)
第三节 质点动力学普遍定理及基本守恒定律	(36)
一、质点动量定理及动量守恒定律	(36)
二、质点动量矩定理及质点动量矩守恒定律	(38)
三、质点动能定理及机械能守恒定律	(44)
第四节 质点在有心力场中的运动	(52)
一、质点在有心力场中的运动特征	(52)
二、轨道微分方程——比耐公式	(54)
三、质点在万有引力作用下的运动规律(行星运动)	(55)
四、人造天体的运动及宇宙航行	(58)
思考题	(68)
习 题	(70)
第二章 质点组力学	(74)
第一节 质点组的质心	(74)
第二节 质点组动量定理及动量守恒定律, 质心运动定理	

.....	(79)
一、质点组动量定理	(79)
二、质心运动定理	(81)
三、质点组总动量守恒定律	(82)
第三节 质点组总动量矩定理及质点组总动量矩守恒定律	
.....	(83)
一、质点组对固定点 O (定系坐标原点 O 为取矩点) 的动量矩定理	(83)
二、质点组对固定点 O 总动量矩守恒定律	(85)
三、质点组对质心点 C (取矩点为 C) 的总动量矩定理	
.....	(85)
四、质点组对质心 C 点总动量矩守恒定律	(87)
第四节 质点组总动能定理与总机械能守恒定律	(88)
一、质点组对定系的总动能定理	(88)
二、质点组总机械能守恒定律	(89)
三、柯尼希定理	(89)
四、质点组对质心点 C 的总动能定理	(90)
第五节 二体问题	(91)
一、行星相对于质心的运动	(93)
二、行星相对于太阳的运动	(95)
思考题	(103)
习 题	(104)
 第三章 刚体力学	 (108)
第一节 刚体运动的类型	(109)
一、刚体运动的自由度	(109)
二、刚体运动的类型	(110)
第二节 刚体运动微分方程与刚体的平衡	(112)
一、作用于刚体上力系的合成与简化	(112)

二、刚体动力学微分方程·····	(118)
三、刚体的平衡·····	(119)
第三节 与刚体转动有关的量·····	(124)
一、角速度矢量·····	(124)
二、转动惯量·····	(127)
三、刚体转动时的动量、动量矩、动能·····	(128)
第四节 刚体的平动·····	(134)
第五节 刚体的定轴转动·····	(135)
一、定轴转动时,刚体上任一点的速度、加速度·····	(135)
二、刚体定轴转动的动力学方程·····	(137)
三、定轴转动动能·····	(138)
第六节 刚体的平面平行运动·····	(139)
一、刚体平面平行运动的简化·····	(139)
二、转动瞬心·····	(143)
三、平面运动动力学方程·····	(146)
第七节 刚体定点运动简介·····	(155)
思考题·····	(156)
习 题·····	(158)
第四章 非惯性系力学 ·····	(164)
第一节 动系相对于定系做平动·····	(164)
第二节 动系做纯平面转动·····	(170)
一、质点的速度·····	(170)
二、质点的加速度·····	(172)
三、科里奥利加速度产生的原因·····	(174)
第三节 动系做空间转动·····	(179)
一、质点 P 的绝对速度 ·····	(179)
二、质点 P 的绝对加速度 ·····	(180)
第四节 非惯性系动力学·····	(181)

一、平动非惯性系·····	(181)
二、平面转动非惯性系·····	(182)
三、空间转动非惯性系·····	(183)
四、地球参照系·····	(183)
思考题·····	(191)
习 题·····	(192)
第五章 分析力学 ·····	(196)
第一节 约束及其分类·····	(196)
一、稳定约束与非稳定约束·····	(197)
二、可解约束与不可解约束·····	(197)
三、完整约束与非完整约束·····	(198)
第二节 自由度、广义坐标·····	(199)
第三节 虚位移、虚功原理·····	(201)
一、实位移·····	(201)
二、虚位移·····	(201)
三、理想约束·····	(202)
四、虚功原理·····	(203)
第四节 拉格朗日方程·····	(208)
一、达朗贝尔原理·····	(208)
二、动力学普遍方程·····	(208)
三、拉格朗日方程式·····	(209)
四、保守系统的拉格朗日方程·····	(212)
第五节 哈密顿正则方程·····	(217)
思考题·····	(225)
习 题·····	(226)
主要参考书目 ·····	(231)

绪 论

理论力学是研究物体做机械运动的一般规律以及研究物体间相互作用的科学,它是理论物理中的重要组成部分.

物体做机械运动是指物体或其部分在空间的相对位置随着时间的推移而改变的运动,它是自然界物质运动最简单、最基本的运动形态,各种复杂的、高级的运动都包含有这种最基本的运动.理论力学所涉及的问题极其广泛,包括工农业生产使用的机器中的机械运动、桥梁建筑、航海、航空、航天、天体运动等力学问题,理论力学是这些工程技术问题的理论基础,具有重大的实用价值.

理论力学研究机械运动规律的方法较普通物理力学中阐述的力学知识有较大的差异.普通物理力学,注重基本概念的阐述,研究一些较为简单的、特殊的运动情况,解决力学问题时所涉及的数学知识较简单.理论力学则研究物体做机械运动的一般规律,分析普遍的运动情况,使用的数学工具,除了初等数学外,广泛采用高

等数学(包括高等代数、解析几何、微积分、矢量代数、矢量分析),对各种各样的机械运动列出微分方程,然后加以解算。所以理论力学解决力学问题时,具有理论物理分析问题、解决问题的共同特征,即用严密的数学分析方法,对机械运动规律作定性、定量的分析,它解决问题的思路、研究方法,可以推广到其他理论物理的部分中,它也促进了理论物理其他部分的发展。在理论力学的基础上,又发展成高速运动的相对论力学,以及解决微观粒子运动规律的量子力学,等等,因此,理论力学又成为理论物理其他部分的基础。

本理论力学课程研究理论力学的基础知识,内容包括质点力学、质点组力学、刚体力学、非惯性系力学及分析力学,作为今后进一步深入研究理论力学的基础。

理论力学知识不仅在工程技术中广泛应用,具有实用价值,研究理论力学,对将来作为中学物理教师也有意义。一位具有扎实的力学知识的中学物理教师,对中学物理力学中的基本概念、力学知识,将会阐述得深透、确切,遇到一些疑难问题,也能进行剖析,从而得到解决。

新中国成立后,在党的英明领导下,我国机械、能源、汽车、航海、航空、航天等现代工业技术部门都逐步建立起来了,并得到迅速的发展。随着我国社会主义建设事业的发展,新的科学部门也陆续地发展起来。我国的原子弹、氢弹、导弹等研制成功,人造地球卫星一次次发射成功,标志着我国科学技术水平达到新的台阶,力学研究也发展到新的水平。实现我国四个现代化,为把我国建设成高度物质文明、精神文明的现代化强国的宏伟目标的逐步实现,也为我国力学研究的发展,开辟了广阔的前景。

第一章

质点力学

第一节 质点运动学

一、质点的位置与运动学方程

力学所研究的实际问题,由于客观物体比较复杂,牵涉的因素较多,通常先抓住起主要作用的因素,暂撇开一些次要因素,把实际问题加以简化,并把客观物体简化成模型,这是力学中常用的方法.譬如物体的大小、形状在研究的问题中不起主要作用时,就可以把物体抽象、简化为质点.物体视为质点,即把物体视为具有质量的几何点.例如研究地球绕太阳的公转运动,主要是研究地球绕太阳的公转规律,地球的大小比起地球绕太阳公转的轨道半径来说小得多,而有关地球的大小、形状,对公转运动规律的影响则退居次要地位,这时就可把地球看成为质点,虽然地球的半径大小实际上也是相当大的.当然,在研究地球的自转时,就不能再把地球看成质点了.把物体简化为质点,并不一定是很小的物体才可简化为质点,相反,某些很小的物体,在一些问题中不一定能视为质点,能否把物体简化为质点,要看研究问题的性质而定.把物体看成为

质点,除了以上的情况外,还有一种是刚体做平动时,也可把刚体处理成质点,这点在刚体力学中再阐述.

我们先从质点力学作起点,逐步把问题引向深入.

任何物体都在做机械运动,是不以人的主观意志为转移的客观存在的普遍运动.所谓机械运动,就是物体在空间的相对位置随时间而改变的现象.这些意思指出了物体做机械运动的客观性、绝对性.描述物体的机械运动,要具体表述出物体在空间的位置及运动,首先要选定另一物体作参照系,物体相对于该参照系的位置及运动才有确定的意义.这后一意思表明描述物体的位置与运动又具有相对性,但并不排除物体做机械运动的客观性、绝对性.

为了表述质点的位置与运动,我们可在参照物上引出坐标轴,把参照系抽象成坐标系,质点相对于该坐标系的位置与运动就可定量地表达了.

一个自由质点在空间的位置与运动,我们可以用三维空间直角坐标系来描述它.

质点 P 在任一时候,它相对于该坐标系的位置可以用位置矢量(简称矢径) r 来表示,如图 1-1 所示.三维空间直角坐标系视为固定于空间的坐标系,称它为定坐标系(简称为定系),它的各坐标轴方向的单位矢量用 i, j, k 表示,它们是量值大小为 1、方向固定不变的恒定矢量.

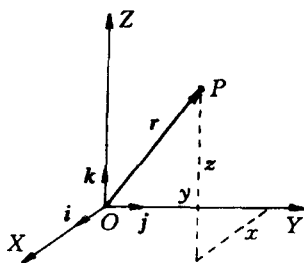


图 1-1

位矢 r 可表示为

$$r = xi + yj + zk \quad (1 \cdot 1)$$

式中 x, y, z 是 r 矢量在三个坐标轴方向的分量.如果质点在空间的位置随时间 t 不断变化,显然 r, x, y, z 均可表为时间 t 的函数,

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \quad (1 \cdot 1)'$$

这时它的分量式为

$$\begin{cases} x(t) = f_1(t) \\ y(t) = f_2(t) \\ z(t) = f_3(t) \end{cases} \quad (1 \cdot 2)$$

(1·1)'、(1·2)式表达了质点的位置与时间 t 的函数关系, 表明质点在任一时刻的位置, 这些函数式均称为质点的运动学方程.

质点在空间的运动, 称为质点做三维运动. 表达质点做三维运动, 应当用三个坐标分量式. 如果质点在某平面上运动, 这种运动叫质点做二维运动. 表达质点做二维运动, 可用两个坐标分量式表示, 位矢简化为

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} \quad (1 \cdot 3)$$

或用分量式表示:

$$\begin{cases} x(t) = f_1(t) \\ y(t) = f_2(t) \end{cases} \quad (1 \cdot 3)'$$

以上两分量式联立后, 消去 t , 可得

$$f(x, y) = 0 \quad (1 \cdot 4)$$

上式称为质点在平面上运动的轨道方程, 描述了质点在平面上运动的轨道.

质点在空间做三维运动的轨道是怎样描述呢? 可由(1·2)式方程组中任选两式联立, 譬如由 $x = f_1(t)$ 、 $y = f_2(t)$ 两式联立, 消去 t , 得 $\varphi_1(x, y) = 0$, 此方程表达了在空间定系中平行于 Z 轴的柱面方程(图 1-2). 再任选另一组, 譬如 $y = f_2(t)$ 、 $z = f_3(t)$ 二式联立, 消去 t , 又可得另一方程 $\varphi_2(y, z) = 0$, 此方程表达了在空间定系中平行于 X 轴的柱面方程. 以上两柱面的交线, 即为质点在空间三维运动的轨道曲线. 当然也可以选另一组 $x = f_1(t)$ 、 $z = f_3(t)$ 两式联立, 消去 t , 得一方程 $\varphi_3(x, z) = 0$, 此式表达了平行于 Y 轴的柱

面方程. 它与上面两柱面的交线是同一个轨道曲线.

如果质点在一直线上运动, 这种运动叫质点做一维运动, 表达质点做一维运动的运动学方程, 只要用一坐标分量, 可表为:

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} \quad (1 \cdot 5)$$

或表为

$$x(t) = f_1(t) \quad (1 \cdot 5)'$$

上面讲的描述质点的位置与运动, 用的是直角坐标系. 此外, 还可利用其他类型的坐标系. 譬如质点在平面上运动, 我们可用平面极坐标系, 表述方法如下:

选定极点 O , 自极点引出水平轴线叫极轴 (如图 1-3 所示), 质点的位矢可表为

$$\mathbf{r}(t) = r(t)\mathbf{r}_0 \quad (1 \cdot 6)$$

式中 $r(t)$ 表示矢径 $\mathbf{r}$ 的量值大小, $\mathbf{r}_0$ 表示沿矢径方向的单位矢量, 也叫径向单位矢量, 其大小为 1, 方向沿着矢径的方向. $\mathbf{r}_0$ 不是恒矢量, 而是变矢量, 因为它

的方向随 $\mathbf{r}$ 而变化. 平面极坐标系中另一坐标为 θ , 它是由极轴按逆时针方向转到 $\mathbf{r}$ 的角度, 叫极角.

平面极坐标系中质点运动学方程可表为

$$\begin{cases} r = r(t) \\ \theta = \theta(t) \end{cases} \quad (1 \cdot 7)$$

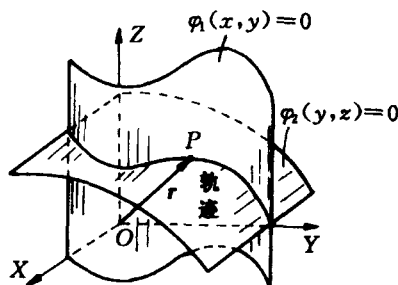


图 1-2

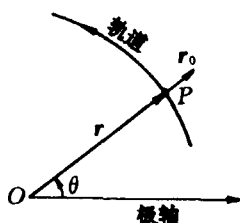


图 1-3

由(1·7)两式联立,消去 t ,可得

$$\psi(r, \theta) = 0 \quad (1 \cdot 8)$$

此式就是以平面极坐标系表示的质点平面运动的轨道方程.

此外还有用其他坐标系表达质点的位置与运动,容后再述.

二、质点的位移

质点从初位 A (对应时刻为 t_1)到末位 B (对应时刻为 t_2)这段时间段内位置的变化,叫位移矢量(如图1-4),用直角坐标系表为

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{r} &= \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \\ &= \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k} \end{aligned} \quad (1 \cdot 9)$$

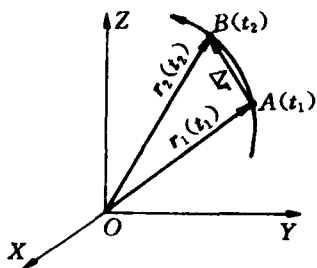


图 1-4

位移矢量 $\Delta \mathbf{r}$ 决定于研究的初、末时刻及中间经历的时间段,不同的初始时刻及时间段,位移也不同.

在平面极坐标系中(如图1-5),位移可表为

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta r \cdot \mathbf{r}_0 + r \Delta \theta \cdot \boldsymbol{\theta}_0 \quad (1 \cdot 10)$$

式中 $\mathbf{r}_0$ 为沿着矢径方向的单位矢量,即径向单位矢量, $\boldsymbol{\theta}_0$ 表示与 $\mathbf{r}_0$ 相垂直的单位矢量,其大小为1,方向指向 θ 增加的方向,称为横向单位矢量.平面极坐标系中用的单位矢量 $\mathbf{r}_0$ 、 $\boldsymbol{\theta}_0$,是随质点运动中所处的位置不同而变化,它们不是常矢量,而是随时间 t 而变化的变矢量,它们的大小不变,方向经常变化,与空间直角坐标系作为定坐标系的坐标轴的单位矢量 $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$ 不同,后者它们是常矢量.

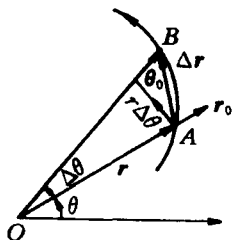


图 1-5

三、质点运动的速度、加速度

为了描述质点位置的变化与时间的关系,把质点位移矢量与相应的时间改变 Δt 之比,叫质点在这段时间内运动的平均速度矢量

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1 \cdot 11)$$

平均速度矢量是沿着位移矢量方向(图 1-6). 不同的初始时刻及不同时间段平均速度矢量可以相差很大,它是粗糙描述质点运动的物理量. 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,平均速度的极限值叫瞬时速度 $\mathbf{v}$, 即

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}}(t) \quad (1 \cdot 12)$$

瞬时速度才是精确描述质点运动的物理量,它描述了质点运动方向、运动的快慢程度,表达了质点运动的状态. 瞬时速度 $\mathbf{v}$ 的方向沿着质点运动轨道在该点的切线方向,如图 1-7 所示.

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 的极限情况, $|\Delta \mathbf{r}| \rightarrow |d\mathbf{r}|$, $|\Delta \mathbf{r}| = |d\mathbf{r}|$, 位移长 $|\Delta \mathbf{r}|$ 等于质点在轨道上经历 dt 的弧长 ds , 即

$$\begin{aligned} |d\mathbf{r}| &= ds, \\ \text{则 } |\mathbf{v}| &= \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right| = \frac{ds}{dt} \end{aligned} \quad (1 \cdot 13)$$

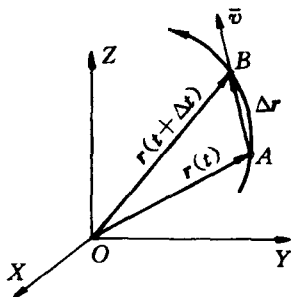


图 1-6

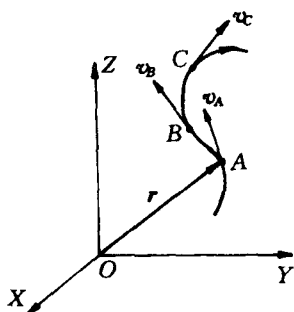


图 1-7