

小学数学教学的
100个
问题

山西人民出版社

小学数学教学的 100 个问题

申克端 编

山西人民出版社

小学数学教学的100个问题

申克端 编

山西人民出版社出版 (太原并州路十三号)

山西省新华书店发行 山西新华印刷厂印刷

开本: $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ 印张: 7.5 字数: 155千字

1983年3月第1版 1983年3月太原第1次印刷

印数: 1—35,000册

书号: 7088·1036 定价: 0.65元

前 言

这本《小学数学教学的100个问题》，是供小学数学教师教学参考用的，也可供中等师范学生和数学爱好者学习参考。

本书以现行《全日制十年制小学数学试用本》为主要依据，编写了小学数学中的一百个问题。这些问题，是数学教师和学生，在教学活动中经常遇到的、需要解答的问题。它给师生的教与学起帮助和辅导作用。

本书内容包括小学数学中的算术、几何、代数三个部分的基础知识及一些现代数学的思想。其中主要有整数、小数、数的整除、分数、百分数、应用题、比和比例、速算、珠算、计量单位、几何初步、统计图表、代数与集合初步等等。

本书中每个问题的叙述，力求简明扼要、通俗易懂，并结合实例加以说明。

由于编者的水平所限，书中难免存在缺点和错误，恳请读者批评指正。

申 克 端

1980年10月于山西省教育科学研究所

目 录

1. 数学研究的对象是什么? 它包括哪些内容? (1)
2. 小学数学教学的目的和要求是什么? 新编的《全日制十年制小学数学试用本》对传统的算术内容进行了哪些精选和更新? (3)
3. 什么是数学概念? 数学概念教学的必要性和基本要求是什么? (6)
4. 数学上所用的十个数字是哪国人创造的? 常用的数字有哪些? (9)
5. 数学上所用的“+、-、 $\times$ 、 $\div$ ”运算符号是谁发明的? 采用这种符号的意义是什么? (10)
6. 何谓自然数与自然数列? 自然数列有什么性质? ... (12)
7. 计数与记数, 基数与序数, 它们的意义相同吗? ... (14)
8. 何谓数位与位数? (15)
9. 何谓进位制? 常用的进位制有哪些? (16)
10. 何谓读数法与记数法? 通常有哪些读法和记法? 我国的读数法与记数法有什么不同? (18)
11. 分节号有什么用处? 为什么我国采用四位分级, 而有些国家却是三位分节呢? (21)
12. “0”的意义是不是只表示没有? 它有何特性? (23)
13. 在初等数学中, 为什么“0”不能做除数? (25)
14. “1”的作用是什么? 它有何特性? (26)

15. 通常使用的关系符号有哪些? 它们是谁发明的? ... (29)
16. 近似数有什么用处? 取近似数的方法有哪几种? ... (30)
17. 在四则混合运算中, 为什么要“先乘除, 后加
减”? (33)
18. 怎样解答下面两道趣题? (35)
19. 交换律和结合律有何用处? (38)
20. 乘法分配律有何用处? (42)
21. 用1、2、3、4、5、6、7、9八个数字, 写成两个数, 使这
两个数的和为10000 (小学数学第三册120页第32
题), 究竟能写出多少对? (44)
22. 用1、2、3、4、5、6、7、8、9九个数字, 写成三个三位
数, 使它们的和等于1953 (小学数学第三册120
页第33题)。这道题的答案有多少种? (45)
23. 普通数和二进制数有什么区别? 它们各有什么优
点? 怎样换算? (48)
24. 怎样读、写小数? 小数点是谁发明的? (53)
25. 在小数乘法中, 积的小数位数为什么等于被乘数与
乘数小数位数之和? (55)
26. 确定被乘数、乘数中的“☆”号应为何数? (56)
27. “增加了”与“增加到”, “减少了”与“减少
到”有什么区别? 与它们相同的说法还有哪些? ... (58)
28. 几倍的“倍”字应该怎么用? (59)
29. 何谓整除? 整除与除尽有什么联系与区别? (60)
30. 何谓质数? 为什么说质数只有最小的而无最大的
呢? (61)
31. 何谓质因数? 质因数与因数, 质因数与质数有何区

- 别与联系? (63)
32. 怎样判断一个自然数是否为质数? (64)
33. 怎样判断一个数能不能被2或5整除?理由何在? ... (66)
34. 怎样判断一个数能不能被9或3整除?理由何在? ... (67)
35. 怎样判断一个数能不能被11整除?理由何在? (68)
36. 小学数学教材“能被2、3、5整除的数的特征”中
 的“特征”是什么意思? (69)
37. (1) 99个连续的自然数相加, 其和是偶数还是奇
 数? (71)
- (2) 99个连续的奇数相加, 其和是偶数还是奇
 数? (72)
- (3) 99个连续的偶数相加, 其和是偶数还是奇
 数? (72)
- (4) 为什么 $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 98 \times 99 \times 100$ 的积中,
 积的末24位都是0 (不要作具体计算, 只说
 明其理由)? (72)
38. 下列的数能否整除, 如何证明? (73)
- (1) 奇数的平方与1之差能被8整除; (73)
- (2) 任何一个自然数的立方与这个数本身之差能
 被6整除. (73)
39. 何谓最大公约数?怎样求几个数的最大公约数? ... (74)
40. 为什么只讲最大公约数而不讲最小公约数?怎样解
 答公约数问题? (77)
41. 用短除法能求出几个数的最小公倍数, 理由何
 在? (80)
42. 为什么只讲最小公倍数而不讲最大公倍数?怎样解

答公倍数问题?	(81)
43. “0” 是自然数的倍数吗? 为什么?	(84)
44. 分数和整数有什么关系?	(86)
45. 分数线有什么作用?	(87)
46. 异分母分数相加、减, 为什么要先通分?	(89)
47. 分数乘以分数的法则是什么? 说明其道理?	(91)
48. 分数除以分数的法则是什么? 分数除法为什么可 将除数颠倒相乘?	(93)
49. 纯循环小数化分数, 为什么用9、99、999、……这样 的数做分母?	(96)
50. 混循环小数化分数, 为什么要用99……9后面带0 的数做分母?	(98)
51. 为什么说 $0.\dot{9} = 1$?	(100)
52. 什么叫做繁分数? 怎样化简繁分数?	(102)
53. 何谓百分数? 在日常生活和工农业生产中经常应 用的有哪些?	(105)
54. 何谓成数与折数?	(108)
55. 最大的分数单位究竟是几? 为什么说分数单位只有 最大的而没有最小的?	(108)
56. 一个数乘以真分数 (或纯小数), 得到的积为什么 反而比这个数小了? 一个数除以真分数 (或纯小数), 得到的商为什么反而比这个数大了?	(111)
57. 常用的速算法有哪些?	(113)
58. 何谓式题与应用题? 应用题由哪些部分组成? 应用 题教学的意义是什么?	(118)
59. 何谓简单应用题与复合应用题? 何谓典型应用	

题?	(120)
60. 解答应用题的步骤有哪些? 如何解答复合应用题?	(124)
61. 何谓等分除法问题与包含除法问题?	(127)
62. 何谓逆运算问题? 怎样解答逆运算问题?	(129)
63. “比”、“分数”和除法三者之间有何联系与区别? ...	(131)
64. 何谓比例尺?	(133)
65. “求比值”与“化简比”有什么区别?	(135)
66. 怎样判断两个量成正比例或是成反比例?	(137)
67. 何谓“大九九”与“小九九”?	(140)
68. 珠算加、减法教学中, 通常用的口诀有哪些? 口诀中每个字每个词的意义是什么?	(141)
69. 珠算乘法通常用的有哪些方法? 它和笔算乘法有什么异同?	(145)
70. 量与数的意义是什么? 它们有什么关系?	(158)
71. 什么叫度量衡? 它们的关系及换算怎样?	(159)
72. 何谓名数、单名数与复名数? 怎样进行化法与聚法?	(161)
73. 时刻、时间和日期等词的意义有什么区别? 时间的单位有哪些?	(164)
74. 为什么阳历和阴历都有平年和闰年的分别呢? ...	(166)
75. 怎样解答时间应用题?	(167)
76. 测量电量所用的“度”是怎样规定的?	(170)
77. 测量砂石泥土所用的“方”是怎样规定的?	(172)
78. 怎样计算平行四边形和三角形的面积?	(173)
79. 怎样计算梯形的面积?	(175)

80. 如何计算堤坝（或沟渠）和肥堆（或沙堆）的土、石方？它们的计算公式为什么不一样？……………（178）
81. 什么叫做圆周率？……………（183）
82. 怎样计算圆的面积？……………（186）
83. 正方形、长方形、平行四边形、梯形与四边形间的从属关系是什么？……………（187）
84. 何谓“加半移三”法？它的根据何在？……………（189）
85. 何谓统计表？它有什么作用？……………（190）
86. 何谓统计图？通常有哪儿种？……………（192）
87. 何谓统计学上的指数？复种指数与物价指数的意义是什么？……………（198）
88. 何谓幻方？三行幻方的编制方法有哪儿种？……………（200）
89. 怎样填写下面的幻方？……………（203）
90. 为什么要用字母表示数？……………（205）
91. 何谓方程与方程的解？方程的解与解方程有什么区别？……………（208）
92. 举实例说明综合法与分析法的应用……………（209）
93. 怎样求平均速度？……………（211）
94. 小学教材里的“简易方程”与中学教材里的“一元一次方程”在教学上有什么不同？……………（212）
95. 为什么“减负等于加正”？……………（215）
96. 为什么“负负得正”？……………（217）
97. 何谓集合？集合的表示法有哪些？……………（220）
98. 何谓一一对应与等价集合？……………（222）
99. 何谓子集与空集？……………（224）
100. 何谓并集、交集、差集？……………（226）

1. 数学研究的对象是什么？它包括哪些内容？

我们在没有学习数学前，脑子里总是有这样的问題：数学研究的对象是什么？它包括哪些内容？我们为什么要学习数学？

现在，我们先来简略地谈谈数学的产生和发展以及数学研究的对象是什么。

数学和其它科学知识一样，实践是它发生与发展的源泉。正如恩格斯指出的那样：“和其他所有科学一样，数学是从人的需要中产生的；是从丈量土地和测量容积；从计算时间和制造器皿产生的。”

早在远古时代，人类在狩猎、捕鱼、采集野果劳动中，为了进行产品分配，需要计数和比较多少，为了定季节、认方向，需要测量星球在天空的位置，这就开始了数学的研究。从而获得了数的概念和一些简单的几何形体的概念。后来，随着农业、城市建筑、手工业的发展，以及航海的需要等等，必须进一步研究数学。这样，反复的实践，不断的总结，便积累了一些数学知识。十六世纪，初等数学（包括算术、初等代数、初等几何和三角）大体完备了。十七世纪，由于生产力的发展，推动了自然科学和技术的发展，人们获得了变量的概念，于是，数学开始研究变化中量与量之间的互相制约的关系和图形间的互相变化的关系。随着生产力的不断发展，数学研究的范围不断扩大，内容日益发展、丰富。直到现代，无论在工业、农业、国防、科学技术，还是在商品交换或是在日常生活等许多方面，都有大量的数学问题，都离不开数学的研究。因此，数学研究的对象是非常广泛的，可以说，宇宙之大，核子之微，火箭之速，日用之

繁，无处不用数学。

现实世界中的事物，多种多样，错综复杂，宇宙间从太阳、地球、月亮到分子、原子、波粒子，从建筑物、日用品到植物、动物，都是物质的。它们千差万别，各有自己的特性，同时也有一定的形状和数量。各种物体虽然各有不同的性质与用途，但这些却分别是不同的科学部门研究的对象，就数学角度来说，它们表现在数和形方面的共性，就是数学研究的对象。所以说，数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的科学。它包括算术、代数、几何、三角、微积分等。算术是数学中最基础和最初等的部分。算术是研究数、数的性质及其运算的科学。

小学数学的内容，一般说来，包括传统的算术，代数初步知识，几何初步知识以及适当渗透集合、函数、统计等一些现代数学的思想。

数学产生于生产实践，又在生产实践中应用和发展。数学的理论往往具有非常抽象的形式，数学的高度抽象性表现在它通常是抛开具体事物的具体内容，而单纯研究其抽象出来的数与量的关系。如，三个人加上五个人是八个人，三个苹果加上五个苹果是八个苹果等。若抛开“人”“苹果”这些具体事物和它们的具体内容，不管这里的东西是指人还是苹果。单从数量关系上来研究它们的关系，便可概括出一种规律：三个加五个等于八个，即 $3 + 5 = 8$ 。这是古代数学的一大进步，它是由具体的事物走向抽象的概念的第一步。正是由于数学的高度抽象性，决定了它应用的广泛性，它被人们认为是自然科学的支柱，对人类认识自然、改造自然，起着重要的作用。近年来，由于计算技术的发展，就更明显地

反映了数学的重要作用，它是中小学的一门主要课程，是学生必须掌握的一种基本工具。

中小学数学是最基础的知识，它是学习较高深的数学和科学技术必要的基础知识和基本技能。为了在本世纪内把我国建设成为工业、农业、国防和科学技术现代化的社会主义强国，必须努力提高数学教学质量，使学生学好数学这门基础课。

2. 小学数学教学的目的和要求是什么？新编的《全日制十年制小学数学试用本》对传统的算术内容进行了哪些精选和更新？

小学数学的教学目的是：使学生理解和掌握数量关系和空间形式的最基础的知识，能够正确地、迅速地进行整数、小数和分数的四则运算，初步了解现代数学中的某些最简单的思想，具有初步的逻辑思维能力和空间观念，并能够运用所学的知识解决日常生活和日常生产中的简单的实际问题。同时，结合教学内容对学生进行思想政治教育。

具体要求是：

(1) 掌握有关整数、小数、分数、百分数、比例、正负数和简易方程的基础知识；能够正确地迅速地进行整数、小数、分数的四则运算，会进行简单的正负数的四则运算，会解简易方程；掌握常见的一些数量关系和解应用题的方法，能够应用学到的这些知识解决一些简单的实际问题。

(2) 掌握简单几何图形的知识，能够计算一些几何形体的周长、面积和体积，并能进行简单的土地丈量 and 土、石方等的计算。

(3) 掌握常用的一些计量单位和初步的计量方法。

(4) 掌握统计的一些初步知识，能够绘制简单的统计图表。

为了实现小学数学教学的目的和要求，加强基础知识教学，注意能力的培养，使学生在小学就切切实实打好数学基础。这套新教材对传统的算术内容进行了精选、更新。增加了部分代数、几何的内容，并且渗透了一些集合、对应、函数、统计等现代数学思想。具体作法是：

(1) 精选传统的算术内容

精选的目的是使学生能用较少的时间把传统的算术内容学好。经常用到的传统内容应当保留，对进一步学习有影响的不能删去。传统的算术内容中，大部分仍然是学习现代科学技术所需要的基础知识和基本技能。如整数、小数、分数的四则运算，百分数、比例的概念和应用，常见的几何形体的认识和有关的计算等都编进了教材。

至于传统算术内容中那些对今后学习没有影响，而科学技术上用处不大或可以用先进方法代替的内容则进行了删减。如过繁的四则计算，繁难的应用题，繁杂的复名数化聚和复名数四则计算。

整数加减法一般是三、四位数的；乘除法一般是乘数、除数是二、三位数的；四则混合运算只讲到中括号；分数四则运算中所出现的分数，分母一般都不太大。一般应用题以二、三步为重点，主要使学生掌握一些基本的数量关系，为列方程解应用题打基础。至于珠算也只要求学好加、减法和乘数是一、两位数的乘法。

(2) 适当增加了代数、几何的部分内容

教材主要在精选了传统的算术内容之后，经过合理安

排，在切实学好传统算术内容的基础上，适当增加了代数、几何部分内容。

代数部分主要是增加了简易方程及列方程解应用题；正、负数及简单的四则计算。几何部分主要是增加了一些几何图形的性质，如对称、等腰三角形、等边三角形、内角和、扇形面积等，但一般不要求论证，只是通过拼拼、画画、量量进行直观认识。

从国内外经验看，在小学里讲一点代数、几何知识，对于给学生打好数学基础颇好处。学习用字母表示数有利于巩固加深已学的算术知识及培养学生的抽象概括能力；学习简易方程，通过列方程解应用题可简化用算术方法解答应用题的内容，既能节省时间，又能提高教学效果，也有利于提高学生的解题能力。

(3) 适当渗透一些现代数学思想

在小学，通过直观使学生尽早接触集合、函数、统计等一些现代的数学思想，目的是扩大学生的知识面，加深对某些内容的理解以及有利于进一步学习数学和现代科学技术，培养学生的思维能力。

例如集合，课本中没有集合的知识，连集合的名称都没有出现，只是在认数时，在几个东西的外边加一个圈，表示是一个整体，以加深学生对数的意义的认识；在认识几何形体时，用集合图说明图形间的关系；在讲约数、公约数、最大公约数之间关系时，用集合图来讲，更形象更直观，可以加深学生对基础知识的理解，又不加重学生的负担。

又如，教材中在讲求平均数应用题、求百分数应用题和统计图表时，注意从统计的角度来讲，渗透一些统计思想，

来加深学生对这几部分知识所占的地位、作用、用途等方面的理解，把基础知识学得更好。函数是数学中重要内容之一，小学数学从一年级起就注意通过具体计算，使学生直观地看到得数随着已知数的变化而变化，渗透一些函数思想，到高年级讲比例时继续加强。这样既可加深对基础知识的理解，又有利于培养学生的思维能力。所有渗透的内容都不作为教学要求，也不列为考试内容，不增加学生的负担。

3. 什么是数学概念？数学概念教学的必要性和基本要求是什么？

客观世界中存在着无数的事物。任何一类事物都有很多属性。只为某类事物所有而为其他事物所无的属性，叫做事物的特有属性（或本质属性）。例如，圆有一个圆心，在同一个圆上的任意点到圆心的距离都相等，这些就是圆的本质属性。我们对某一类事物的本质属性，在思维中有较完整的反映时，我们才形成了这一类事物的概念。

概念就是人们在社会实践中形成的思维形式，是人们对客观事物的本质、事物的全体及事物的内部联系的认识。

例如，人们从1个人，1把锹，1只羊，1头牛，1棵树，1辆汽车，1架飞机，1个算珠等集合中，逐步排除它们的非本质属性（人，锹，羊，牛，树，汽车，飞机，算珠等），最后抽象概括得到它们共同的本质属性（都是含有1个单位的物体），从而得到数“1”这个概念。

又如，一切几何形体（简称体），都是在抛开它们的重量、颜色、质量等个别属性，抓住其共同的位置、形状和占有一定的空间的本质属性而得到抽象的体的概念。即体就是物体占有空间的形式。

数学概念是现实世界中空间形式和数量关系及其特有的属性（或本质属性）在人的思维中的反映。换言之，数学概念是客观事物在数与形方面的抽象化，是反映空间形式和数量关系的本质属性的思维形式。

小学数学中包含有大量的数学概念，主要有以下几个方面：

（1）数的概念：自然数、零、整数、小数、分数、正数、负数及有关概念，如奇数、偶数、质数、合数、互质数、约数、倍数、数位、计数单位、基数、序数、数序、分数单位等；

（2）形的概念：点、线、直线、射线、线段、垂线、平行线、角、锐角、直角、钝角、长方形、正方形、三角形、平行四边形、梯形、圆、扇形、长方体、正方体、圆柱、圆锥、周长、面积、体积、地积、容积等；

（3）式的有关概念：等式、方程、不等式及有关概念，如方程的解、解方程等；

（4）运算概念：加、减、乘、除、平方及有关术语，如和、差、积、商、加数、减数、被减数、第一级运算、第二级运算、第三级运算、比、比例尺、连比、比例分配、正比例、反比例、解比例等；

（5）量和计量单位的概念：离散量单位，如个、只、头、台、元、角、分等；连续量单位，如时间单位（年、月、日、小时、分、秒）；重量单位（吨、公斤、克、斤、两）；长度单位（米、分米、厘米、毫米）；面积单位（平方公里、平方米、平方分米、平方厘米、平方里、平方丈、平方尺、平方寸）；体积单位（立方米、立方分米、立方厘