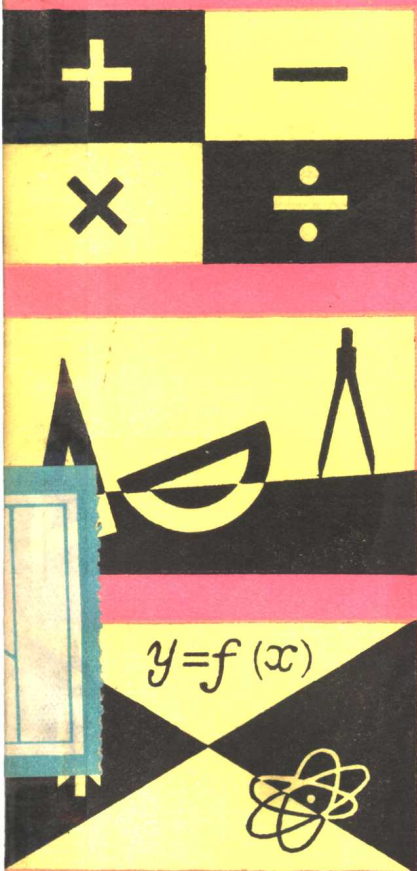


中学课外科学活动丛书

数学课外活动

初中二年级

四川省数学会编



重庆出版社

· 中学课外科学活动丛书 ·

数学课外活动

初中二年级

四川省数学会编

重 庆 出 版 社

一九八三年·重庆

数学课外活动（初中二年级）

重庆出版社出版（重庆李子坝正街102号）
四川省新华书店重庆发行所发行
合川县人民印刷厂印刷

*

开本787×1092 1/32 印张6 字数122千
1983年7月第一版 1983年7月第一次印刷
印数1—79,500

书号：7114·84

定价：0.51元

出版者的话

打开名家的传记或回忆录，你几乎都会读到，他们在青少年时代曾爱上某门学科，醉心于阅读、作文、演说、实验、观察……正是这些丰富多彩的课外活动，培养了他们的实践能力、探索精神和爱国热情，才使他们走上了成材之路。所以，有教育家作了这样的归纳和总结：课内打基础，课外出人才。

成绩合格、文凭在手的学生，讲话不知所云，实验手忙脚乱，论文词不达意的不是随处可见吗？究其原因，恐怕是课内锻炼不够。至于治学科研、号召鼓动、调度指挥、运筹决策，更难从课堂学到。而这一切，恰恰可以从课外活动中得到启蒙、锻炼、培养。

课外活动（也叫兴趣活动）历来为教育工作者所重视。尽管曾经受到过“炼钢”、“造反”、“升学率”等的冲击，它仍在有识见的校长、教师的倡导下自发地或有组织地展开着。但是，由于缺少系统的活动材料，教师找得苦，学生“饿”得慌，活动时为之中断。

为此，我们决定出版《中学课外科学活动丛书》，系统地 为课外活动提供材料。《丛书》将包括数学、物理、化学、生物、地理、无线电、航模、舰模、医护等九门学科，每门学科均分年级出书。各科各年级的活动材料都紧扣教学大纲，密

切结合教材而又略有延伸，“猫腰拣”的偏少，“跳着够”的略多。每册均有讲座、讨论、实验、观察、制作、讲演、竞赛、游戏、表演等多种形式；选材富有情趣，叙述力求生动。

“中国数学会1982年沈阳会议纪要”中建议：“举办多种数学课外活动，以满足那些对数学有兴趣和有才能的学生的需要，让他们生动活泼的、自由的发展。”显然，这样的话对任何学科都适用。

愿我们这套丛书对中学的课外科学活动有所推动！

祝对科学有兴趣和有才能的中华少年能从这套丛书中得到启发和鼓舞，更加生动活泼地、自由地向前发展！

一九八三年三月

内 容 提 要

“课内打基础，课外出人才。”中学课外科学活动(又叫兴趣活动)，有助于消化课堂知识，能培养和锻炼学生的实践能力和组织才干，使对科学有兴趣和有才能的学生得到生动活泼的、自由的发展。但系统地为课外活动提供材料的书籍，至今尚未见到。《数学课外活动》初中二年级册，紧扣本学年的大纲、教材；形式多样，有讲座、实验、制作、竞赛、游戏、表演……；选材有趣，叙述生动，每个活动材料既像“剧本”，又有“导演提示”，师生们拿到手就能“动”。本书也可作为初中二年级数学课的趣味性辅导读物，适宜于中学生、中学教师、自学青年使用、阅读。

主 编 胡世荣（主编初一、初三、高二年级分册）

程汉晋 黄元正（主编初二、高一、高三年级分册）

编写人（以姓氏笔画为序）：

孙道杠（编写初中三年级） 钟策安（编写高中三年级）

陈文立（编写高中二年级） 陆宗权（编写高中一年级）

张正贵（编写初中一年级） 夏树人（编写初中三年级）

张明志（编写高中一年级） 郭海清（编写初中二年级）

欧述芳（编写初中一年级） 曹秀清（编写初中二年级）

孟季和（编写高中三年级） 董安东（编写高中二年级）

主 编 胡世荣（主编初一、初三、高二年级分册）

程汉晋 黄元正（主编初二、高一、高三年级分册）

编写人（以姓氏笔画为序）：

孙道杠（编写初中三年级）	钟策安（编写高中三年级）
陈文立（编写高中二年级）	陆宗权（编写高中一年级）
张正贵（编写初中一年级）	夏树人（编写初中三年级）
张明志（编写高中一年级）	郭海清（编写初中二年级）
欧述芳（编写初中一年级）	曹秀清（编写初中二年级）
孟季和（编写高中三年级）	董安东（编写高中二年级）

目 次

代 数 部 分

- 一、算术根(游戏)..... (1)
- 二、你能认识完全平方数与式吗?(讲座)..... (7)
- 三、共轭根式与分母有理化(讲座、打靶比赛)..... (16)
- 四、有借有还,再借不难(讲座)..... (23)
- 五、解方程对抗赛(竞赛)..... (29)
- 六、有趣的不定方程(讲座)..... (38)
- 七、指数运算(接力赛)..... (45)
- 八、能延长人寿命的计算(故事、游戏)..... (52)
- 九、对数与速算(讲座、表演)..... (59)
- 十、数学“半瓶醋”(讨论会)..... (67)
- 十一、对数换底公式(解题接力赛)..... (73)

几 何 部 分

- 十二、几何定理的证明(讲座)..... (78)
- 十三、天生我材必有用(测量)..... (88)
- 十四、看谁画得快(画图接力赛)..... (94)
- 十五、数学诡证(抢答竞赛)..... (102)

十六、勾股定理与勾股数(讲座)	(109)
十七、有趣的七巧板(制作、拼图游戏)	(120)
十八、轴对称(测量、讲座)	(129)
十九、差之毫厘,失之千里(实验、讲座)	(137)
二十、旋转(讲座)	(142)
二十一、测距测高(测量)	(149)
二十二、中国近代数学的开山祖——熊庆来 (数学家故事会)	(157)
附:部分练习答案	(164)

一、算术根

形式：游戏——挖地雷

准备：有关算术根的题目若干、小红旗十几面，大钟一个。

过程：学生是“工兵”，题目解答过程中的错误点是“地雷”。题目及其解答逐个公布在黑板上，若解答完全正确者，工兵在该题题号处画一个“○”，表示没有地雷，安全通过；若解答有错，则在错误的等号处画一个“×”，表示挖出地雷继续前进。凡抢先举手判断正确者发给小红旗一面，判断错误者被地雷伤亡，失去战斗机会。最后，以得红旗最多者获胜。

（教师在赛前讲话和示范）算术根问题象埋在地上的地雷一样，初二以上的学生稍不小心就会踩上它。这个雷一定要扫除掉。工兵扫雷要借助探测器，扫掉“算术根”这个“雷”，则要借助绝对值。你们瞧，绝对值两端有两根竖线“ $| |$ ”，这就是我们“扫雷”的“天线”。如像 $\sqrt{(x-2)^2}$ ，就应首先借助于绝对值 $\sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$ ，然后再判断 $x-2$ 是大于零，等于零还是小于零。这样就保证能正确地求出算术根，不致于被“雷”炸伤。

通过以下两个例题，交代活动方法：

○ 例1 化简 $\sqrt{(x+3)^2} + \sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{x^2 - 10x + 25}$.

(当 $3 < x < 5$)

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= |x+3| + |x-3| + |x-5| \\ &= (x+3) + (x-3) - (x-5) \\ &= x+6.\end{aligned}$$

该解答正确，没有地雷。

例2 化简 $\sqrt{\lg^2 2 - 2\lg 2 + 1}$

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= \sqrt{(\lg 2 - 1)^2} \\ &= |\lg 2 - 1|\end{aligned}$$

$$(\times) = \lg 2 - 1.$$

第三个等号不能成立，是“地雷”。

下面是竞赛题目供参考。

1. 如果 $a > 0$ ，化简 $-\frac{1}{a} \sqrt[n]{\frac{2}{a^{n-1}}}$.

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= -\frac{1}{a} \cdot \left| \frac{1}{a} \right| \sqrt[n]{2a} \\ &= \frac{1}{a^2} \cdot \sqrt[n]{2a}.\end{aligned}$$

2. 化简 $\sqrt{5a(x+a)^3}$.

$$\text{解：原式} = (x+a) \cdot \sqrt{5a(x+a)}.$$

3. 把 $m\sqrt{n-1}$ 因式移入根号内：

$$\text{解：原式} = \sqrt{m^2(n-1)}.$$

4. 如果 $x \geq 0$ ，化简 $x+1 + \sqrt{|x|^2 - 2|x| + 1}$.

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= x+1 + \sqrt{x^2 - 2x + 1} \\ &= x+1 + \sqrt{(x-1)^2}\end{aligned}$$

$$= x + 1 + x - 1$$

$$= 2x.$$

5. 计算 $\sqrt[3]{1-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{4+2\sqrt{3}}.$

解: 原式 $= \sqrt[6]{(1-\sqrt{3})^2 \cdot (4+2\sqrt{3})}$

$$= \sqrt[6]{4-2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{4+2\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt[6]{(4-2\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})}$$

$$= \sqrt[6]{4} = \sqrt[3]{2}.$$

6. 化简 $\frac{1-x-x^2+x^3}{1-2|-x|+x^2}.$

解: 原式 $= \frac{(1-x)^2(1+x)}{(1-|x|)^2}$

$$= \begin{cases} 1+x, & (\text{当 } x \geq 0, \text{ 但 } x \neq 1) \\ \frac{(1-x)^2}{1+x}, & (\text{当 } x < 0, \text{ 但 } x \neq -1) \end{cases}$$

7. 当 a 取何值时下列等式成立,

(1) $\sqrt{(a+1)^2} = -a-1$; 答: $a+1 \leq 0$ 时;

(2) $\sqrt{\lg^2 a} = -\lg a$; 答: $a \geq 0$;

(3) $\sqrt[3]{(a-2)^3} = a-2$. 答: $a \geq 2$.

8. 化简 $\sqrt{a^3-a^2b} - \sqrt{(a+b)(a^2-b^2)} - \sqrt{ab^2-b^3}$

(其中 $a > 0, b > 0$)

解: 原式 $= \sqrt{a^2(a-b)} - \sqrt{(a+b)^2(a-b)}$

$$- \sqrt{b^2(a-b)}$$

$$= |a| \sqrt{a-b} - |a+b| \sqrt{a-b}$$

$$- |b| \sqrt{a-b}$$

$$= a\sqrt{a-b} + a+b\sqrt{a-b} - b\sqrt{a-b}$$

$$= a + a\sqrt{a-b}.$$

9. 已知 $\sqrt{3a+1} + |b+1| = 0$, 其中 a, b 为实数, 求 $-a^3 - b^{100}$ 之值.

解: 由题意知两个非负数的和为零, 则每个非负数必为零, 故

$$3a+1=0, \text{ 且 } b+1=0,$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}, b = -1,$$

$$\text{则 } -a^3 - b^{100} = -\left(-\frac{1}{3}\right) - (-1)^{100} = \frac{26}{27}.$$

10. 化简 $\sqrt{x+5-4\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+10-6\sqrt{x+1}}$.

$$\text{解: 原式} = \sqrt{(\sqrt{x+1}-2)^2} + \sqrt{(\sqrt{x+1}-3)^2}$$

$$= |\sqrt{x+1}-2| + |\sqrt{x+1}-3|.$$

故得分点 $x=3, x=8$.

若需 $x+1 \geq 0$, 则 $x \geq -1$.

$$\therefore \text{原式} = |\sqrt{x+1}-2| + |\sqrt{x+1}-3|$$

$$= \begin{cases} 5-2\sqrt{x+1}, & (\text{当 } -1 \leq x < 3 \text{ 时}) \\ 1, & (\text{当 } 3 \leq x \leq 8 \text{ 时}) \\ \sqrt{2x+1}-5, & (\text{当 } x > 8 \text{ 时}) \end{cases}$$

通过“挖地雷”的锻炼, 教师应为受伤的“工兵”医治创伤, 让他们懂得怎样排雷, 尤其是对那些有地雷之点更应详细讲明什么是正确解法. 各题的“地雷”并非都是埋藏在算术根之处. 最后小结如下:

正数的正的方根叫做算术根, 记作 $\sqrt[n]{a}$, 其中 a 叫做被开方数, n 叫做根指数. 特别规定零的算术根是零, 任何一个负

数的奇次方根都可以化成和一个相应的算术根相反的数。

根据算术根的意义, $\sqrt{a^2} = |a|$, 即

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & \text{当 } a > 0; \\ 0, & \text{当 } a = 0; \\ -a, & \text{当 } a < 0. \end{cases}$$

根据幂和方根的意义有下面的等式:

$$(\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n} = a. \quad (\text{其中 } a > 0, n \text{ 是大于1的整数})$$

从算术根的定义可知 $\sqrt[n]{a} \geq 0$, 所以 $\sqrt[n]{a}$ 是一个“非负数”。

从绝对值的定义可知 $|a|$ 也是一个“非负数”。

一个数的完全平方数, 在实数范围内恒有 $a^2 \geq 0$, 它也是一个“非负数”。

非负数的特点是: 有限个非负数之和仍然是非负数; 如果有限个非负数之和等于零, 则每一个非负数均必为零。

(若有时间还可将全体同学分为两组, 一组“设雷”[提供问题], 一组扫雷; 或设雷的同学用点将的方式指定对方某一“工兵”去完成扫雷任务。)

练 习

1. 计算 $\sqrt{(3-x)^2}$. (1977年山东省高考题)

2. 化简 $|6-a| - |2a+1| + \sqrt{a^2 + 10a + 25}$,
其中 $a < -5$. (1977年陕西省高考题)

3. 计算 $5\sqrt{27x^3y^3} - y\sqrt{75x^3y} + 2x\sqrt{3xy^3}$.

4. 计算 $\frac{a-2x}{a+3x} \cdot \sqrt{\frac{a^2-2ax}{ax-3x^2}} \cdot \frac{a^2-9x^2}{a^2-4ax+4x^2}$

$$\cdot \sqrt{\frac{ax - 2x^2}{a^2 - 3ax}} \quad (\text{其中 } a > 0)$$

5. 设 $2x + 1 < 0$, 化简

$$\sqrt{4x^2 - 12x + 9} - \sqrt{1 + 4x + 4x^2}.$$

6. 化简 $\sqrt{x^4 - 4x^2 + 4} + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$
 $+ \sqrt{x^2 - 10x + 25}.$

参考资料

(1)《数学通报》、1979.2 P16.

(2)《数学通报》、1980.1 P13.

二、你能认识完全平方数与式吗？

形式：讲座

§2.1 完全平方数

某个整数的平方称为完全平方数，简称平方数。如

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, ……等
等都是平方数。从上面列出的平方数可以看出：平方数的个
位数码只能是 0, 1, 4, 5, 6, 9 等 6 个数，而不可能
是 2, 3, 7, 8 结尾的数。即是说凡是末尾是 2, 3, 7,
8 的数肯定不是完全平方数。

平方数的末两位数码只能是

00, 01, 21, 41, 61, 81,

04, 24, 44, 64, 84,

25, 09, 29, 49, 69, 89,

16, 36, 56, 76, 96,

等二十二种。

又如在相邻两个整数 n 与 $n+1$ 的平方数 n^2 与 $(n+1)^2$ 之
间，显然不存在平方数。所以不超过 1000 的正平方数只有 31
个，因为 $31^2 = 961$ ，而 $32^2 = 1024 > 1000$ 。

例 1 若 x 是一个以 5 为末位的数码（个位数码是 5）的完
全平方数，那么它的百位数码必为偶数。