

**金钥匙丛书**

名誉主编：卢嘉锡  
主 编：楚 庄

**修订版**



王占元 讲

**怎样学好**  
**初中数学**



龍 門 書 局

金钥匙丛书

王占元 讲

# 怎样学好初中数学

修订版

龍 門 書 局

1998

## 版权所有 翻印必究

本书封面贴有防伪标志,凡无此标志者均为盗版书。

各地如发现印制和销售盗版书,请速向当地出版发行  
政府主管机关和科学出版社举报。

对举报有功者,我社将给予表彰和奖励。

科学出版社举报电话:(010) 64019826

### 金钥匙丛书

王占元 讲

### 怎样学好初中数学

修订版

责任编辑 刘美福

龙门书局出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

北京市东华印刷厂 印刷

科学出版社总发行

各地新华书店经销

\*

1998年4月修订版

开本:850×1168 1/32

1998年4月第一次印刷

印张:10 3/4

印数:1—30 000

字数:279 000

ISBN 7-80111-293-8/G·220

定价:12.90元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 金钥匙丛书·序

“金钥匙”源于格林童话，是能打开宝库的贵重的钥匙。金钥匙的贵重，不在于钥匙本身的金的价值，而是在于它能开启宝库的大门，引导人们得到取之不尽的宝藏。“金钥匙”常喻指获取知识、解决问题的能力和方法，指开启心扉、开发智力的教育方法。叶圣陶在谈到教学的目标时曾说：“对于学生来说，能够得到一把开启智慧之门的钥匙，养成一些良好的学习习惯，练就几路真正有用的本领，那才是最大的实益，终身受用的好修养。”我们这一套中小学教学参考书取名为《金钥匙丛书》，其宗旨就不是为各科教学另外增补填充物和添加剂，而是企求帮助学生增强学习能力，改进学习方法，或者也用借喻的说法，是为各科教学提供催化剂和发酵剂，帮助学生更好地吸收、消化。

在中小学特别是基础教育阶段，学校教育要使学生掌握基础知识、形成基本技能，即所谓“双基”，这无疑是十分正确、十分重要的，这是学校教育的中心任务和首要任务。但我们以为，在学生掌握基础知识、形成基本能力的过程中培养学习兴趣、形成学习习惯、发展学习能力，是同样（如果不说是更为）重要的。或者说，“双基”教学不只是教给学生知识和技能，更重要的是在教学过程中培养学习的兴趣、习惯、能力。用借喻的说法，供给食物、保证营养是重要的，但旺盛的食欲、良好的饮食

习惯和健全的消化吸收功能更为重要，“那才是最大的实益，终身受用的好修养”。这是关系到教学思想乃至教育思想的大问题，值得多说几句。

**关于学习兴趣** 两千多年前的孔子就说过“知之者不如好之者，好之者不如乐之者”。“好”和“乐”就是愿意学、喜欢学，就是学习兴趣。对还没有明确学习目的的儿童来说，这点尤其重要，“乐”是主动性、积极性的起点。随着学习以及思想的发展，兴趣就可能上升为志趣和志向。“吾十有五而志于学”，由“乐”上升为“志”，学习就有了更高的自觉性和目的性。爱因斯坦所说的“在学校里和生活中，工作的最重要的动机是工作中的乐趣，是工作获得结果时的乐趣，以及对这种结果的社会价值的认识”，不妨理解为由自发的、感性的“乐趣”出发，上升为自觉的、理性的“认识”过程，也就是由“乐”到“志”的过程。这是我们基础教育阶段教学工作应该充分尊重并且着意引导的带规律性的教学和教育过程。

**关于学习习惯** 帮助学生形成良好习惯，是学校教育的重要任务。叶圣陶认为：“从小学老师到大学教授，他们的任务就是帮助学生养成良好习惯，帮助学生养成政治方面文化科学方面的良好习惯。”习惯，就是把认识和知识落实转化为实践，更从实践中巩固和加深认识和知识，再转为更高的实践。知识和习惯的关系，也就是知与行的关系。我国古代《礼记》中所说的“博学之，审问之，慎思之，明辨之，笃行之”，把学问思辨归结到“行”上，现代教育家陶知行改名为陶行知，也都说明“行”对于“知”的重要。习惯，是经过重复、练习而巩固下来的稳定持久的条件反射和自然需要。培养良好正

确的学习习惯，也是各科教学的重要任务。以语言和写作教学为例，读懂读通若干篇范文以及必要的字词语法、修辞知识固然重要，但同等重要的是培养勤读勤查、使用工具书的习惯，写读书笔记的习惯，作文要“修辞立诚”、写自己真实思想感受的习惯，作为要“上口入耳”、写好自己念、自己修改的习惯，以及不仅在课堂上而且在生活中正确使用语言文学的习惯等等。语文教学如果只是要求背熟多少范文和语法规则而忽略了良好正确的学习习惯的形成，那无论从教还是学两方面说都是不完全、不巩固、不成功的。

关于学习能力      学习能力，简单说就是举一反三的能力，触类旁通的能力，由已知推未知的能力。课堂教学，甚至整个学校阶段的教学，涉及的只不过是人类已有知识的一小部分。学校教学传授基础知识和基本技能，是所谓打基础阶段。基础固然要坚实，但基础只不过是准备，为学生在课堂之外和出校门后的继续构筑作准备。以数学学科为例，要求学生掌握数的基本概念、基本定律、基本运算，为此要演算一定数量的例题。掌握课文中列出的概念、定律、运算固然重要，但更重要的是通过这些教学活动培养学生抽象演绎的能力，为掌握课本以外的更多更高更深的概念、定律和计算作准备。如果仅仅死记硬背多少概念、定律和计算题而不是以此为手段发展思维能力，那从教和学两方面说也都是不完全、不成功的。

上述学习兴趣、习惯和能力三个方面是互促互补、互为因果的。成功的教学，不在于教师的授予和学生的接受，而在于教师发挥主导作用，调动学生学习的主动性和积极性。教学的最高境界，是教其自学，培养学生自学的

兴趣、自学的习惯、自学的能力；正如叶圣陶所说的“教育的最终目的在学生能自学自励，出了学校，担任了工作，一直能自学自励，一辈子做主动有为的人。”

《金钥匙丛书》由教学经验丰富的特级教师执笔，以现行的最新教学大纲和教材为基础，注重思路开拓，注重能力培养。对课文知识归纳总结，融会贯通，解析重点、难点。对学生，是学法指导；对教师，是教法参考。

《金钥匙丛书》是提倡素质教育的教学参考书。

楚庄

## 作者简介

毕业于北京师范专科学校，后留校任教，现任北京市教育科学研究院基础教育教学研究中心中学数学教研员，高级教师。从事中学数学教学、北京市中学数学教材编写及中学数学教育教学研究30余年。从1978年开始至今，一直参加、主持北京市初中毕业、升学统一考试的命题工作，有丰富的中学数学教学、研究及中考命题经验。曾主持北京市市级科研项目“平面几何入门实验”达七轮之久，并通过市级鉴定，获北京市教育学会数学教学研究会评选的论文一等奖。兼任北京市教育学会数学教学研究会主办的《中小学数学教学》报常务编委。

担任主编或与他人合作编写的论著有《数学小词典》、《有趣的数学》、《初中数学总复习》、《北京市初中毕业、升学统一考试说明》、《初中数学能力培养》、《初中数学指导全书》、《初中几何教学基本要求》、《财经应用数学》等，并在《数学通报》、《中等数学》、《北京教育》、《北京教研》、《学科教育》、《中学生》、《北京教育报》、《中小学数学教学》报等刊物、报纸上发表数十篇学术论文及指导文章。

多年来，一直参加北京市初中一年级《迎春杯数学竞赛》的组织、命题工作。

曾参加第四届中日学术交流，在会上宣读《寻求平面几何入门的突破口》论文，后被收入会议的论文集中。

## 修订版前言

光阴似箭，日月如梭，我们正在迈向 21 世纪。未来的世纪将是科技的时代，信息的时代，人们将面临着机遇与挑战，历史将对人们的素质提出更高的要求。

初中阶段是青少年成长的黄金时期，又是一个人成长的关键阶段，对人的一生将产生巨大的影响。在这个阶段的学习中，不能像容器一样被动地去接受知识，而应主动地去获取知识，在学习知识的同时，使能力得到提高，智力得到开发，素质得到增强。因此，学习方法将显得尤为重要，学习得法，事半功倍；学不得法，事倍功半。

数学是一门工具学科，它的诸多思维品质又无时无刻不在塑造人们的灵魂。因此，数学被人们誉为思维的体操一点也不过分。

在本书的修订中，除了对原书指导初中学生学习及中考复习的十五个专题加以修订外，又结合当前涌现出的新题型——非常规试题作为一个专题补充进来，它将对开拓同学们的思路，提高同学们的素质起到良好的促进作用。

愿这本书成为同学们的良师益友，并在成才之路上助你一臂之力。

青出于蓝而胜于蓝，这是我衷心的期待。

王占元

1998 年 1 月

寄語莘莘學子：

博學之，審問之，  
慎思之，明辨之，  
篤行之。

書贈金釗題叢書

盧嘉錫



一九九五年秋月

# 金 钥 匙 丛 书

## 编 委 会

名誉主编：卢嘉锡

主 编：楚 庄

执行编委：李宝忱 吴浩源

郑飞勇

编 委：顾德希 王树凯

周沛耕 李尚文

刘振贵

策 划：吴浩源 郑飞勇

# 目 录

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| <b>第一章 基础扎实 根深叶茂</b> ..... | 1   |
| 1. 长流水,不断线 .....           | 2   |
| 2. 设计题组,以点带面 .....         | 2   |
| 3. 条块结合,编成网络 .....         | 4   |
| 4. 重点知识,力求熟练 .....         | 6   |
| <b>第二章 数学概念 抓住实质</b> ..... | 9   |
| 1. 掌握概念的实质 .....           | 9   |
| 2. 抓住概念之间的联系 .....         | 13  |
| 3. 在应用中加深对概念的理解 .....      | 15  |
| <b>第三章 公式定理 贵在理解</b> ..... | 18  |
| 1. 掌握公式、定理的推导过程 .....      | 18  |
| 2. 在归纳中加深理解 .....          | 20  |
| 3. 在应用中巩固公式、定理 .....       | 22  |
| <b>第四章 数学方法 解题工具</b> ..... | 30  |
| 1. 待定系数法 .....             | 30  |
| 2. 配方法 .....               | 50  |
| 3. 换元法 .....               | 60  |
| <b>第五章 归纳类比 总结规律</b> ..... | 77  |
| 1. 归纳 .....                | 77  |
| 2. 类比 .....                | 98  |
| <b>第六章 隐含条件 考查能力</b> ..... | 104 |
| <b>第七章 分析综合 探求思路</b> ..... | 113 |
| 1. 综合法 .....               | 113 |
| 2. 分析法 .....               | 119 |
| <b>第八章 数形结合 化难为易</b> ..... | 147 |
| <b>第九章 解应用题 重在分析</b> ..... | 168 |
| 1. 审题是列方程的前提 .....         | 168 |
| 2. 搞清基本数量关系 .....          | 170 |

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| 3. 善于分析等量关系 .....           | 183 |
| 4. 几个应该注意的问题 .....          | 196 |
| <b>第十章 解选择题 掌握方法</b> .....  | 198 |
| 1. 直接法 .....                | 198 |
| 2. 排除法 .....                | 205 |
| 3. 特殊值法 .....               | 209 |
| 4. 验证法 .....                | 211 |
| 5. 观察法 .....                | 213 |
| <b>第十一章 一题多解 思维发散</b> ..... | 215 |
| <b>第十二章 一题多变 创造思维</b> ..... | 226 |
| <b>第十三章 特殊题型 求异思维</b> ..... | 236 |
| 1. 补形法 .....                | 236 |
| 2. 平移法 .....                | 238 |
| 3. 旋转法 .....                | 241 |
| 4. 割补法 .....                | 243 |
| 5. 代数法 .....                | 245 |
| 6. 构造法 .....                | 247 |
| <b>第十四章 添辅助线 搭桥引线</b> ..... | 252 |
| 1. 使隐蔽条件显现出来 .....          | 252 |
| 2. 使分散条件集中起来 .....          | 256 |
| <b>第十五章 非常规题 跳出模式</b> ..... | 286 |
| 1. 给出条件,探求结论 .....          | 286 |
| 2. 给出结论,补足条件 .....          | 288 |
| 3. 阅读文字,考查能力 .....          | 289 |
| 4. 应用类比,探求解法 .....          | 290 |
| 5. 根据条件,探求存在 .....          | 291 |
| <b>第十六章 数学思想 解题灵魂</b> ..... | 293 |
| 1. 转化思想 .....               | 293 |
| 2. 方程思想 .....               | 304 |
| 3. 数形结合思想 .....             | 315 |
| 4. 分类讨论思想 .....             | 322 |
| <b>练习和答案</b> .....          | 330 |

## 第一章 基础扎实 根深叶茂

俗话说：“万丈高楼平地起”，只有根基扎实，高楼大厦才能坚固。学习数学也是一样，只有把基础知识、基本技能学得扎实，运用娴熟，才能为知识的深化、能力的提高创造条件。

年轻的一代将是跨世纪的一代，未来将面临高科技的挑战，它要求每个公民必须具有较高的素质。而素质的形成并不是天赋的，而是在知识的学习过程中，运用正确的学习方法，主动地去获取知识，揭示知识之间的内在规律，抓住知识的精华，这样才能使我们对知识学习“由薄到厚”，再“由厚到薄”。

死记硬背，题海战术，也可能会产生一些短期效应。但是，随着人类创造的知识按几何级数般地膨胀，单靠机械记忆不行了，正确的学习方法显得尤为重要。尽管某些知识可能会遗忘，但是，只要我们把公式、定理的推导过程，把思考问题的方法和途径牢牢地贮存在头脑的“计算机”中，需要时，便会便捷地提取出来。

比如，弧长的计算公式，应牢牢记住推导的“三步曲”。如图 1-1。

(1) 圆的圆心角是  $360^\circ$ ，它所对的弧长(即圆周长)为  $2\pi R$ 。

(2) 把圆心角分为  $360$  等份，每一份圆心角的度数为  $1^\circ$ ，它所对的弧长为  $\frac{2\pi R}{360}$ ，即  $\frac{\pi R}{180}$ 。

(3)  $n^\circ$  的圆心角所对的弧长为  $\frac{n\pi R}{180}$ 。

以上弧长公式的推导过程概括起来便是：

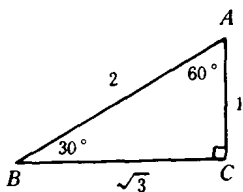


图 1-1

$$360^{\circ} \longrightarrow 1^{\circ} \longrightarrow n^{\circ}.$$

当然,在以上的推导过程中,有两个数据应牢牢记住,那就是周角为  $360^{\circ}$ ,圆的周长公式为  $2\pi R$ .

同学们在平时学习基础知识的过程中,运用正确的学习方法,力求抓住知识的本质及形成过程.而到了初三以后,又如何把三年来所学的基础知识复习好呢?下面提出几点建议,供同学们参考.

### 1. 长流水,不断线

初中三年数学教材中,基础知识、基本技能涉及的面很广,从数学知识的“双向细目表”来看,也有近二百个重要的知识点.如果“平时不烧香”,那么到了临近考试,只能是“临时抱佛脚”了,必然是不分主次,胡子、眉毛一起抓,顾头顾不了尾.怎样改变这种状况呢?

进入初三以后,一方面要把初三学习的新内容认真学好,同时每天安排几道复习初一、初二数学内容的小题,题目要小,覆盖面大,每天只用 5~10 分钟,不加重课外负担.随着初三的学习,也可逐渐涉及一些初三的内容.当哪一题计算出错时,就说明基础知识还有漏洞,基本训练还不过关,这时再从课本上找几个类似的题继续做,直到熟练掌握为止,不留夹生饭,不留死角.

这样,每天几分钟,做上几道题,到了初三第二学期三月底,初中阶段所有的知识点基本上可以过两遍“筛子”,这样长流水,不断线,可以做到题不生,手不生,心里有底.从结束新课开始,便可以在老师的带领下,复习专题,和“双基”相辅相成,在此基础上再运用数学思想去指导综合题的复习,这样做既不单纯重复,水平又可提高,一步一个脚印.

### 2. 设计题组,以点带面

数学是按知识系统由浅入深学习的,但是到了总复习阶段,仍按这个系统复习,往往是简单的重复,不能居高临下,从整体上,找

到相近知识的内在联系. 为了提高复习效率, 在复习阶段应精心设计一些题组, 好比用一根红线把零散的珠子一颗颗穿成一串.

比如绝对值这个概念, 是在初中一年级学习的. 由于当时学生们的知识面窄, 理解力不够强, 所以教学大纲中把绝对值的教学要求定在了解绝对值的概念, 会求有理数的绝对值(绝对值符号内不含字母). 如果到了初三总复习阶段仍旧停留在这个程度, 那就不够了. 我们可以设计下面的一些题组, 分类要求, 逐步提高.

第一组: 有理数的绝对值

$$|5| = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$|-4| = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$|3\frac{1}{2}| = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$|-0.21| = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$|0| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

第二组: 实数的绝对值

$$|1 - \sqrt{2}| = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$|\sqrt{3} - 1| = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$|\sqrt{2} - \sqrt{3}| = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$|\sqrt{2} + \sqrt{5}| = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$|\pi - 3| = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$|3.1416 - \pi| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

第三组: 三角函数的绝对值

$$|1 - \sin \alpha| = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$|\cos \alpha - 1| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

第四组: 含字母的绝对值

$$|a| = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{当 } a > 1 \text{ 时, } |a - 1| = \underline{\hspace{2cm}}, |1 - a| = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{当 } a < 2 \text{ 时, } |a - 2| = \underline{\hspace{2cm}}, |2 - a| = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{当 } 2 < a < 3 \text{ 时, } |a - 2| + |a - 3| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

第五组: 有关非负数的绝对值

若  $|a-2|=0$ , 则  $a=$  \_\_\_\_\_;

若  $|a+4|=0$ , 则  $a=$  \_\_\_\_\_;

若  $|x-5|+|y+3|=0$ , 则  $x+y=$  \_\_\_\_\_;

若  $|x|+|y-1|=0$ , 则  $xy=$  \_\_\_\_\_;

若  $|x+3|+\sqrt{y-6}=0$ , 则  $x=$  \_\_\_\_\_,  $y=$  \_\_\_\_\_;

若  $|x-4|+(x+y)^2=0$ , 则  $x=$  \_\_\_\_\_,  $y=$  \_\_\_\_\_;

若  $|x-1|=2$ , 则  $x=$  \_\_\_\_\_.

第六组: 有关隐含条件的绝对值

若  $x_1x_2<0$ , 且  $\left|\frac{x_1}{x_2}\right|=2$ , 则  $\frac{x_1}{x_2}=$  \_\_\_\_\_;

若  $\frac{x_1}{x_2}<0$ , 且  $|x_1x_2|=5$ , 则  $x_1x_2=$  \_\_\_\_\_;

若  $x_1+x_2>0$ ,  $x_1x_2>0$ ,  $\left|\frac{x_1}{x_2}\right|=6$ , 则  $\frac{x_1}{x_2}=$  \_\_\_\_\_.

当然, 类似的题组还可以再出一些, 难度可以升、降, 这样的复习可以加深对绝对值的理解, 对绝对值的非负性有更深一层的认识.

### 3. 条块结合, 编成网络

我们知道, 鱼网之所以能够捕捞到鱼, 是由于由经线和纬线编织成网的缘故. 我们在进行初中数学总复习时, 也应该从两个方面进行复习, 一是按照知识系统进行复习, 我们称之为条条复习, 这样做可以把三年来学习的知识加以系统化, 条理化; 二是按照专题复习, 我们称之为块块复习, 这样可以从中总结规律、解题思路、解题技巧上总结规律, 提高能力. 我们如果把条条复习称为经线, 把块块复习称为纬线, 这样就把知识编织成网络, 将来在解题中可以捕捞到“大鱼”.

如果我们把数学思想方法看成鱼网上的总绳, 那么便可以提纲挈领, 收放自如, 得心应手.

下面举一个例子来加以说明:

比如平行线的知识应用十分广泛, 当复习了平行线的概念后,